

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Test 17

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazoljátok, hogy $x = 25$ és $y = 144$ mértani középárányosa egyenlő 60.
- 5p 2. Határozzátok meg azt az m valós számot, amelyre $f(1) = 0$, ahol $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + m$.
- 5p 3. Oldjátok meg a valós számok halmazán a $\sqrt{x+4} = 5$ egyenletet.
- 5p 4. Határozzátok meg annak a valószínűségét, hogy kiválasztva az $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ halmazból egy elemet, az illető szám ne legyen 3-nak többszöröse.
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináarendszerben adottak az $A(-2, 4)$ és $B(8, 4)$ pontok. Határozzátok meg az AOB háromszögben az O pontból kiinduló oldalfelező hosszát.
- 5p 6. Számítsátok ki $\sin x$ -et tudva, hogy $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ és $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ és $M(x) = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol x egy valós szám.
- 5p a) Igazoljátok, hogy $\det A = -5$.
- 5p b) Igazoljátok, hogy $\det(A + M(-1)) = \det B$.
- 5p c) Határozzátok meg azt az x valós számot, amelyre $M(x) \cdot A - A \cdot M(x) = B$.
2. A valós számok halmazán értelmezett az $x * y = x + y - 90$ művelet.
- 5p a) Igazoljátok, hogy $90 * 1 = 1$.
- 5p b) Igazoljátok, hogy $(x * y) * z = x * (y * z)$, bármely x , y és z valós számok esetén.
- 5p c) Határozzátok meg azokat az x valós számokat, amelyekre $(x^2) * (2x + 1) = -74$.

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^3 - 12x + 11$ függvény.
- 5p a) Igazoljátok, hogy $f'(x) = 12(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Számítsátok ki a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - 4x^3}{x}$ határértéket.
- 5p c) Igazoljátok, hogy $3 \leq f(x) \leq 19$, bármely $x \in [-1, 1]$ esetén.
2. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x + \frac{1}{x}$ függvény.
- 5p a) Igazoljátok, hogy $\int_2^4 \left(f(x) - \frac{1}{x}\right) dx = 30$.
- 5p b) Igazoljátok, hogy az $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{5x^2 + 2020}{2} + \ln x$ függvény az f -nek egy primitívje.
- 5p c) Számítsátok ki $\int_1^e (f(x) - 5x) \ln x dx$.