

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 18

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazold, hogy $\frac{22 + (\sqrt{2})^2}{4} - \frac{22 - (\sqrt{2})^2}{5} = 2$.
- 5p 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 3$ függvény. Határozd meg mindazon x valós számok halmazát, amelyekre teljesül az $f(3x+1) \leq f(x)$ egyenlőtlenség!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán az $x = \sqrt{3x-2}$ egyenletet!
- 5p 4. Egy termék árát 20%-kal csökkentették, ezért most 28 lejbe kerül. Mennyibe került a termék az árcsökkentés előtt?
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adott az $A(3,4)$ pont és az $y = 2x - 1$ egyenletű d egyenes. Határozd meg annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy az A ponton és párhuzamos a d egyenessel!
- 5p 6. Számítsd ki az ABC egyenlő szárú háromszög területét, ha $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ és $BC = 8$.

II. FELADATSOR

(30 punct)

- A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = 6^x \cdot 6^y$ műveletet.
- 5p 1. Igazold, hogy $(-2020) * 2020 = 1$.
- 5p 2. Bizonyítsd be, hogy a „ $*$ ” művelet asszociatív!
- 5p 3. Ellenőrizd, hogy bármely x valós szám esetén $x * (-x) = 1$.
- 5p 4. Határozd meg az x valós számot, ha $x * x = 36$.
- 5p 5. Határozd meg az x valós számot, ha $(x-6) * (6-x) = 6^x$.
- 5p 6. Adj példát olyan p és q irracionális számokra, amelyekre a $p * q$ szám racionális!

III FELADATSOR

(30 punct)

- Adottak az $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $M(a) = aA + I_2$ mátrixok, ahol a valós szám.
- 5p 1. Igazold, hogy $\det A = 5$.
- 5p 2. Igazold, hogy $A \cdot A - 4A + 5I_2 = O_2$, ahol $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p 3. Számítsd ki: $M(1) \cdot M(-1)$.
- 5p 4. Igazold, hogy $M(a-1) + M(a+1) = 2M(a)$, bármely a valós szám esetén.
- 5p 5. Határozd meg az a valós számot, ha $M(a) \cdot M(a) = M(0)$.
- 5p 6. Bizonyítsd be, hogy bármely a valós szám esetén $\det(M(a)) > 0$.