

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Test 19

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazold, hogy $\left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right)\left(1 - \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{6}$.
- 5p 2. Határozd meg azon pontok abszcisszáit, amelyekben az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x + 1$ és $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 1$ függvény grafikus képe metszi egymást!
- 5p 3. Oldjátok meg a valós számok halmazában a $3^{12-3x} = 9^{-3}$ egyenletet!
- 5p 4. Hány kétjegyű páros szám képezhető az $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ halmaz elemeinek segítségével?
- 5p 5. Adott az $A(4, 0)$, $B(8, 3)$ és $C(0, 3)$ pont az xOy koordináta-rendszerben. Számítsd ki az ABC háromszög területét!
- 5p 6. Igazold, hogy $2\sin^2 30^\circ - \cos^2 45^\circ = 0$.

II. FELADATSOR

(30 de punct)

A valós számok halmazán értelmezett a következő asszociatív művelet: $x \circ y = xy + 3x + 3y + 6$.

- 5p 1. Igazold, hogy $2020 \circ (-3) = -3$.
- 5p 2. Bizonyítsd be, hogy bármely x és y valós számok esetén $x \circ y = (x + 3)(y + 3) - 3$.
- 5p 3. Igazold, hogy bármely x valós szám esetén $(-3) \circ x = -3$.
- 5p 4. Ellenőrizd, hogy $e = -2$ semleges elem-e a „ \circ ” műveletre nézve?
- 5p 5. Számítsd ki: $(-3) \circ (-2) \circ (-1) \circ 0 \circ 1 \circ 2 \circ 3$.
- 5p 6. Határozd meg mindazon x valós számokat, amelyekre teljesül, hogy $x \circ x = 1$.

III. FELADATSOR

(30 pont)

Adottak az $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ és $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok.

- 5p 1. Igazold, hogy $\det A = 1$.
- 5p 2. Igazold, hogy $A \cdot A - 6A = -I_2$.
- 5p 3. Határozd meg azokat az x valós számokat, amelyekre $\det(xA) = 4$.
- 5p 4. Igazold, hogy $\det(A \cdot A - 6A + aI_2) \geq 0$, bármely a valós szám esetén!
- 5p 5. Határozd meg azokat az m valós számokat, amelyekre: $m(\det(A + I_2) + \det(A - I_2)) = \det(mA)$.
- 5p 6. Határozd meg az egész számokból álló (m, n) számpárokat, amelyekre: $\det(mA) - \det(nA) = 8$.