

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Test 19

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazold, hogy $\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) : \frac{14}{12} = \frac{1}{2}$.
- 5p 2. Határozd meg az a valós számot úgy, hogy az $A(1, 0)$ pont rajta legyen az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + ax + 1$ függvény grafikus képén!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\sqrt{3x-4} = \sqrt{x+20}$ egyenletet!
- 5p 4. Mennyivel egyenlő annak a valószínűsége, hogy az $M = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$ halmazból véletlenszerűen kiválasztott szám páros legyen?
- 5p 5. Adott az xOy derékszögű koordináta-rendszerben az $A(-2, 4)$, $B(4, 4)$ és $C(4, 8)$ pont. Határozd meg az ABC háromszög C csúcsához tartozó magasságának hosszát!
- 5p 6. Igazold, hogy $\sin x = \frac{12}{13}$, tudva azt, hogy $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ és $\cos x = \frac{5}{13}$.

II. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ és $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix.
- 5p a) Igazold, hogy $\det A = -2$.
- 5p b) Határozd meg az x valós számot, amelyre teljesül, hogy $x(A+B) = C$.
- 5p c) Határozd meg az $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixot, ha $A \cdot B - B \cdot A = 2X + C$.
2. A valós számok halmazán adott az $x \circ y = xy + 4x + 4y + 12$ művelet.
- 5p a) Igazold, hogy $2020 \circ (-4) = -4$.
- 5p b) Bizonyítsd be, hogy bármely x és y valós számok esetén $x \circ y = (x+4)(y+4) - 4$.
- 5p c) Határozd meg mindazon x valós számokat, amelyekre igaz, hogy $x \circ x = x$.

III. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^3 + 6x^2 + 5$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $f'(x) = 12x(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Számítsd ki: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{f(x) - 4x^3}$.
- 5p c) Határozd meg az f függvény monotonitási intervallumait!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^3 + 4x^2$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $\int_0^2 (f(x) - 4x^2) dx = 12$.
- 5p b) Határozd meg az f függvény azon F primitív függvényét, amelyre teljesül, hogy $F(0) = 2020$.
- 5p c) Határozd meg az m valós számot, ha $m > 1$ és $\int_1^m \frac{f(x)}{x^2} dx = \frac{17}{2}$.