

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M\_pedagogic*

Test 20

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazold, hogy  $\left(\frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}+1}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 1$ .
- 5p 2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 2x$  függvény. Határozd meg azon  $x$  valós számok halmazát, amelyekre teljesül az  $f(x+1) - f(x) \leq 7$  egyenlőtlenség!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a  $\log_2(x^3 - 8) = \frac{1}{\log_{19} 2}$  egyenletet!
- 5p 4. Mennyivel egyenlő annak a valószínűsége, hogy a kétjegyű természetes számok halmazából egy véletlenszerűen kiválasztott elem osztható legyen 12-vel?
- 5p 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta-rendszerben tekintsük az  $A(-5,5)$ ,  $B(5,5)$  és  $C$  pontokat. Igazold, hogy ha  $AC = BC$ , akkor a  $C$  pont az  $Oy$  tengelyen helyezkedik el!
- 5p 6. Számítsd ki az  $ABC$ ,  $A$ -ban derékszögű háromszög  $AB$  befogójának hosszát, ha  $BC = 8$  és  $m(\widehat{B}) = 30^\circ$ .

II. FELADATSOR

(30 punct)

A valós számok halmazán értelmezzük az  $x * y = x + y - 20$  műveletet.

- 5p 1. Igazold, hogy  $20 * 1 = 1$ .
- 5p 2. Igazold, hogy a „ $*$ ” művelet asszociatív!
- 5p 3. Ellenőrizd, hogy  $e = 20$  semleges elem-e a „ $*$ ” műveletre nézve!
- 5p 4. Határozd meg az  $x$  valós számot, ha  $(2x - 1) * x = 21$ .
- 5p 5. Határozd meg az  $x$  valós számot, ha  $9^x * 3^x = -8$ .
- 5p 6. Igazold, hogy  $x^2 * (2x + 21) \geq 0$ , bármely  $x$  valós szám esetén!

III. FELADATSOR

(30 punct)

Adott az  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 0 \end{pmatrix}$  mátrix, ahol  $a$  egy valós szám.

- 5p 1. Igazold, hogy  $\det(A(0)) = 0$ .
- 5p 2. Határozd meg az  $a$  valós számot, ha  $A(a) + A(a+1) = 2A(-1)$ .
- 5p 3. Igazold, hogy  $A(1) + A(2) + A(3) + \dots + A(2020) = 2020 \cdot A\left(\frac{2021}{2}\right)$ .
- 5p 4. Igazold, hogy  $\det(A(a) \cdot A(b)) - \det(A(a) + A(b)) \geq 0$ , bármely  $a$  és  $b$  valós számok esetén!
- 5p 5. Bizonyítsd be, hogy  $\det(A(x) \cdot A(y) - A(y) \cdot A(x)) \geq 0$ , bármely  $x$  és  $y$  valós számok esetén!
- 5p 6. Határozd meg azokat az  $a$  valós számokat, amelyekre  $\det(A(a)) + \det(A(a) \cdot A(a)) = 0$ .