

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Test 20

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Igazold, hogy $\left(2 - \frac{1}{2}\right)\left(3 - \frac{1}{3}\right)\left(4 - \frac{1}{4}\right) : 15 = 1$.
- 5p 2. Adott az $f : R \rightarrow R$, $f(x) = x^2 + 5$ függvény. Igazold, hogy $f(x) - f(-x) = 0$, bármely x valós szám esetén.
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\sqrt{4x-3} = \sqrt{2x+1}$ egyenletet.
- 5p 4. Határozd meg annak a valószínűségét, hogy tetszőlegesen kiválasztva egy x számot az $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ halmazból, az megoldása legyen az $x^2 - 3x + 2 = 0$ egyenletnek.
- 5p 5. Az xOy koordináta rendszerben adottak az $A(0,3)$ és $B(3,0)$ pontok. Határozd meg annak az egyenesnek az egyenletét, mely átmegy az $O(0,0)$ ponton és párhuzamos az AB egyenessel.
- 5p 6. Számítsd ki az $ABCD$ rombusz területét tudva, hogy $AC = 6$ és $BD = 4$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $B(x) = A - xI_2$ mátrixok, ahol x egy valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy $\det(B(0)) = 1$.
- 5p b) Igazold, hogy $A \cdot A + I_2 = O_2$, ahol $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Bizonyítsd be, hogy $\det(B(x)) \geq 1$, bármely x valós szám esetén.
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = xy + x + y + 4$ műveletet.
- 5p a) Igazold, hogy $2020 * (-1) = 3$.
- 5p b) Bizonyítsd be, hogy $x * y = (x+1)(y+1) + 3$, bármely x és y valós számok esetén.
- 5p c) Határozd meg azokat az (m, n) egész számpárokat, melyekre $m * n = 2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Adott az $f : R \rightarrow R$, $f(x) = 2x^4 - 4x^2 - 3$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $f'(x) = 8x(x-1)(x+1)$, $x \in R$.
- 5p b) Határozd meg az f függvény grafikus képéhez az $x = 1$ pontban húzott érintő egyenletét.
- 5p c) Bizonyítsd be, hogy $-5 \leq f(x) \leq -3$, bármely $x \in [-1, 1]$ esetén.
2. Adott az $f : (0; +\infty) \rightarrow R$, $f(x) = x^2 - \sqrt{x}$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $\int_1^4 (f(x) + \sqrt{x}) dx = 21$.
- 5p b) Bizonyítsd be, hogy az $F : (0; +\infty) \rightarrow R$, $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{2x\sqrt{x}}{3} + 2020$ függvény, az f egy primitív függvénye.
- 5p c) Bizonyítsd be, hogy $\int_1^2 (f(x) + \sqrt{x}) e^x dx = e(2e - 1)$.