

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)  
Matematică

Testul 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Számítsa ki az  $(a_n)_{n \geq 1}$  számtani haladvány állandó különbségét, melyben  $a_3 = 7$  és  $a_7 = 15$ .
- 5p 2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x - 5$  függvény. Határozza meg az  $x$  valós értékeit, amelyekre  $f(x) \geq 2f(1) + 4$ .
- 5p 3. Oldja meg a valós számok halmazán a  $81^x = 3$  egyenletet!
- 5p 4. Számítsa ki:  $\frac{V_6^2}{P_3}$ .
- 5p 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta rendszerben adottak az  $A(0,3)$ ,  $B(0,-5)$  és  $C(4,-1)$  pontok. Mutassa ki, hogy az  $ACB$  háromszög, egyenlő szárú derékszögű!
- 5p 6. Igazolja, hogy  $\frac{\operatorname{tg} 60^\circ}{\operatorname{ctg} 30^\circ \cdot \cos 45^\circ} = \sqrt{2}$ .

SUBIECTUL II

(30 de puncte)

1. Adottak az  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$  és  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  mátrixok.
- 5p a) Mutassa ki, hogy  $\det A = -1$ .
- 5p b) Bizonyítsa be, hogy  $A \cdot A = I_2$ .
- 5p c) Határozza meg az  $X \in M_2(\mathbb{R})$  mátrixot úgy, hogy  $AX - I_2 = 2021A$ .
2. A valós számok halmazán értelmezett az  $x \circ y = xy - 5x - 5y + 30$  megfeleltetési törvény.
- 5p a) Mutassa ki, hogy  $5 \circ 2021 = 5$ .
- 5p b) Bizonyítsa be, hogy  $x \circ y = (x-5)(y-5) + 5$ , bármely  $x$  és  $y$  valós számok esetén!
- 5p c) Határozza meg az  $m$  és  $n$  egész számokat, melyekre  $m^2 \circ n = 16$ .

SUBIECTUL III

(30 de puncte)

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x^2 - 8)e^x$  függvény.
- 5p a) Mutassa ki, hogy  $f'(x) = (x-2)(x+4)e^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Számítsa ki:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x)}{x-2}$ .
- 5p c) Bizonyítsa be, hogy  $x^2 \geq 8 - 4e^{2-x}$ , bármely  $x$  valós szám esetén!
2. Adott az  $f: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$  függvény.
- 5p a) Mutassa ki, hogy  $\int_1^2 f(x)(x+1) dx = \frac{1}{2}$ .
- 5p b) Igazolja, hogy  $\int_2^3 f(x) dx = 1 + \ln \frac{9}{16}$ .
- 5p c) Határozza meg az  $a > 1$  valós számot úgy, hogy  $\int_1^a f(x)f'(x) dx = \frac{1}{8}$ .