

Examenul național de bacalaureat 2021  
Proba E. c)

Matematică *M\_mate-info*

Testul 1

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*

*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Határozza meg az  $M = \{n \in \mathbb{N} \mid n^2 < 7 + \sqrt{7}\}$  halmaz elemeinek számát!
- 5p 2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 6x + m$  függvény, ahol  $m$  valós szám. Határozza meg az  $m$  valós szám azon értékeit, amelyekre az  $f$  függvényhez rendelt parabola csúcsának ordinátája szigorúan nagyobb mint 0.
- 5p 3. Oldja meg az  $\sqrt{x+3} = x-3$  egyenletet a valós számok halmazán!
- 5p 4. Határozza meg egy 12 elemű halmaz legtöbb 2 elemet tartalmazó részhalmazainak számát!
- 5p 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta-rendszerben adottak az  $A(4,1)$  és  $B(-1,2)$  pontok. Határozza meg az  $A$  ponton áthaladó  $OB$ -vel párhuzamos és a  $B$  ponton áthaladó  $OA$ -val párhuzamos egyenesek metszéspontjának koordinátáit!
- 5p 6. Igazolja, hogy  $\frac{1}{1+\operatorname{tg} x} + \frac{1}{1+\operatorname{ctg} x} = 1$ , bármely  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  esetén!

SUBIECTUL II

(30 de puncte)

1. Adott az  $A(a) = \begin{pmatrix} 1-a & 2a & 0 \\ -a & 1+2a & 0 \\ 0 & 0 & 1+a \end{pmatrix}$  mátrix, ahol  $a$  valós szám.
- 5p a) Igazolja, hogy  $\det(A(1)) = 4$ .
- 5p b) Igazolja, hogy  $A(a) \cdot A(b) = A(a+b+ab)$ , bármely  $a$  és  $b$  valós szám esetén!
- 5p c) Bizonyítsa be, hogy ha  $a$ ,  $b$  és  $c$  olyan valós számok, amelyekre  $A(a) \cdot A(b) \cdot A(c) = A(0)$ , akkor  $(1+a)(1+b)(1+c) = 1$ .
2. Az  $M = (0, +\infty)$  halmazon értelmezzük az  $x * y = \sqrt{x^2 + y^2}$  műveletet.
- 5p a) Igazolja, hogy  $3 * 4 = 5$ .
- 5p b) Határozza meg azokat az  $x \in M$  értékeket, amelyekre  $x * \sqrt{5} < x + 1$ .
- 5p c) Igazolja, hogy végtelen sok olyan  $(m, n)$  nemnulla természetes számpár létezik, amelyekre  $m$ ,  $n$  és  $m * n$  számok egy számtani haladvány egymás utáni tagjai!

SUBIECTUL III

(30 de puncte)

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 4x + 5}$  függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy  $f'(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 5} - x + 2}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Igazolja, hogy  $f$  szigorúan növekvő  $\mathbb{R}$ -en!
- 5p c) Határozza meg az  $f$  függvény grafikus képének vízszintes aszimptotáját a  $+\infty$ -ben!
2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 1$  függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy  $\int_0^1 f(x) dx = \frac{4}{3}$ .

**5p** b) Számítsa ki  $\int_0^1 e^x f(x) dx$  értékét.

**5p** c) Igazolja, hogy  $\int_{-1}^1 |x \ln(f(x))| dx = 2 \ln 2 - 1$ .