

**Examenul național de bacalaureat 2021**

**Proba E. c)**  
**Matematică  $M_{\text{mate-info}}$**

**Testul 2**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică*  
*Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Igazolja, hogy  $n = (1 + 6i)^2 + (3 - 2i)^2$  egy negativ egész szám, ahol  $i^2 = -1$ !
- 5p** 2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + ax$  függvény, ahol  $a$  egy valós szám úgy, hogy  $f(1) = f(5)$ . Igazolja, hogy  $f(2) = f(4)$ !
- 5p** 3. Oldja meg a valós számok halmazán a  $\log_3(2x^2 - 2) = 2\log_3(x + 1)$  egyenletet!
- 5p** 4. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a háromjegyű természetes számok halmazából kiválasztva egy számot, annak az egyesek helyén álló szájegye egyenlő legyen a százask és a tízesek helyén álló számjegyek összegével!
- 5p** 5. Az  $xOy$  koordináta rendszerben adottak az  $A(3, 4)$ ,  $B(-4, 3)$  és  $C$  pontok úgy, hogy  $AOBC$  egy paralelogramma. Igazolja, hogy az  $ACB$  háromszög egyenlő szárú és derékszögű!
- 5p** 6. Határozza meg  $x \in (0, \pi)$  értékét, melyre  $2\sin x \sin(\pi - x) = 1$ !

**SUBIECTUL AL II-LEA**

**(30 de puncte)**

1. Adott az  $A(a) = \begin{pmatrix} a & a+1 & a+2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$  mátrix, ahol  $a$  egy valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $\det(A(2)) = 1$ !
- 5p** b) Határozza meg az  $a$  valós szám értékét, melyre  $A(a)A(1) = A(1)A(a)$ !
- 5p** c) Határozza meg az  $a$  valós számot, melyre az  $A(a)$  mátrix rangja kettő!
2. A  $\mathbb{Z}_6$  halmazon értelmezzük az  $x \circ y = xy + x + y$  műveletet.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $\hat{3} \circ \hat{3} = \hat{3}$ !
- 5p** b) Igazolja, hogy  $\hat{0}$  a „ $\circ$ ” művelet semleges eleme!
- 5p** c) Bizonyítsa be, hogy az  $f: \mathbb{Z}_6 \rightarrow \mathbb{Z}_6$ ,  $f(x) = 4 \circ x$  függvény bijektív!

**SUBIECTUL AL III-LEA**

**(30 de puncte)**

1. Adott az  $f: (-1, 1) \cup (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2} - \frac{1}{(x+1)^2}$  függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $f'(x) = \frac{-4(3x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^3}$ ,  $x \in (-1, 1) \cup (1, +\infty)$ !
- 5p** b) Határozza meg az  $f$  függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét abban a pontban, melyben az  $f$  függvény grafikus képe az  $Oy$  tengelyt metszi!

- 5p** c) Számítsa ki  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (f(2) + f(4) + f(6) + \dots + f(2n))^n$  !
2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x-2}{x^2+4}$  függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy  $\int_0^2 (x^2+4)f(x)dx = 0$  !
- 5p** b) Számítsa ki  $\int_0^{2\sqrt{3}} f(x)dx$  !
- 5p** c) Bizonyítsa be, hogy  $\int_1^x f(t)dt \geq 0$ , bármely  $x$  valós szám esetén!