

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Mutassa ki, hogy  $\sqrt{12}(\sqrt{3} - 3\sqrt{2}) + \sqrt{8}(3\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2!$
- 5p 2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 2x + a$  függvény, ahol  $a$  valós szám. Határozza meg az  $a$  valós számokat, amelyekre teljesül, hogy  $f(a) = 2!$
- 5p 3. Oldja meg a valós számok halmazában a  $\sqrt{9-x} = x - 3$  egyenletet!
- 5p 4. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a páros kétjegyű természetes számok halmazából véletlenszerűen kiválasztott szám 5-nek többszöröse legyen!
- 5p 5. Adott az  $A(-6,1)$  és  $B(-2,3)$  pont az  $xOy$  derékszögű koordináta rendszerben. Határozza meg az  $O$  pont távolságát az  $M$  ponttól, ha  $M$  az  $AB$  szakasz felezőpontja!
- 5p 6. Adott az  $ABC$  derékszögű háromszög, amelyben  $AB = 12$  és az átfogó  $BC = 20$ . Számítsa ki az  $ABC$  háromszög területét!

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Adottak az  $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$  és  $B(x) = \begin{pmatrix} x & 3 \\ x & 4 \end{pmatrix}$  mátrixok, ahol  $x$  valós szám.
- 5p a) Igazolja, hogy  $\det A = -1!$
- 5p b) Határozza meg az  $x$  valós számot, amelyre  $A \cdot B(x) = B(x) \cdot A!$
- 5p c) Határozza meg az  $a$  valós számokat, amelyekre  $\det(aA + B(a)) = 0!$
2. A valós számok halmazán értelmezett az  $x * y = x^2 + xy + y^2$  művelet.
- 5p a) Igazolja, hogy  $2 * (-1) = 3!$
- 5p b) Mutassa ki, hogy a „ $*$ ” művelet kommutatív!
- 5p c) Határozza meg az  $n$  természetes számot, amelyre  $n * n = 48!$

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Adott az  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x^2 - x - 5 \ln x + 1$  függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy  $f'(x) = \frac{(x-1)(6x+5)}{x}$ ,  $x \in (0, +\infty)!$
- 5p b) Igazolja, hogy  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) + 5 \ln x}{xf'(x)} = \frac{1}{2}!$
- 5p c) Bizonyítsa be, hogy  $3x^2 - x - 2 \geq \ln(x^5)$ , bármely  $x \in (0, +\infty)$  esetén!
2. Adott az  $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 2}$  függvény.
- 5p a) Mutassa ki, hogy  $\int_{-1}^2 (x+2)f(x)dx = 6!$
- 5p b) Számítsa ki:  $\int_0^4 \left( f(x) - \frac{x^2}{x+2} \right) dx!$
- 5p c) Határozza meg az  $n$  természetes számot, tudva, hogy  $\int_0^6 (x^2 - 9)f(x+1)dx = n^2!$