

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Testul 4

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Adott egy z komplex szám a következő tulajdonsággal $z^2 = 1 - i$. Igazolja, hogy $z^4 + 2i = 0$!
- 5p 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + m$ függvény, ahol m egy valós szám. Határozza meg az m valós értékeit, amelyekre $f(x) > 1$, minden x valós szám esetén!
- 5p 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $\log_5(x+2) + \log_5(2x-1) = 2$ egyenletet!
- 5p 4. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a háromjegyű természetes számok halmazából kiválasztva egy számot, annak a számjegyeinek az összege osztható legyen 9-cel!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(2,1)$, $B(3,2)$ és $C(4,5)$ pontok. Határozza meg a D pont koordinátáit, tudva, hogy $\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} = \vec{0}$!
- 5p 6. Határozza meg $x \in (0,1)$ értékét, amelyre $4 \cos x \cos(\pi - x) + 3 = 0$!

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ és $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ mátrixok.
- 5p a) Igazolja, hogy $\det A = 6$!
- 5p b) Igazolja, hogy $A \cdot B + B = B \cdot A$!
- 5p c) Határozza meg az x és y valós számokat tudva, hogy, $(x+1)A \cdot B + (y-2)B \cdot A = B \cdot B \cdot B$!
2. A nem nulla, természetes számok halmazán értelmezzük az $x * y = x^y$ műveletet.
- 5p a) Igazolja, hogy $2 * 4 = 4 * 2$!
- 5p b) Igazolja, hogy a „ $*$ ” művelet **nem** kommutatív!
- 5p c) Határozza meg az azokat az n nem nulla természetes számokat, amelyekre $(2 * 2) * n < 64$!

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + \ln(x^2 + x + 1)$ függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy $f'(x) = \frac{2x^2 + 4x + 3}{x^2 + x + 1}$, $x \in \mathbb{R}$!
- 5p b) Számítsa ki $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x+1) - f(x))$!
- 5p c) Bizonyítsa be, hogy az f függvény bijektív!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$ függvény!
- 5p a) Igazolja, hogy $\int_0^1 f(x) dx = 0$!
- 5p b) Számítsa ki $\int_0^1 e^x |f(x)| dx$.

5p

c) Minden n nem nulla természetes számra értelmezzük az $I_n = \int_0^1 f^n(x) dx$ számot. Számítsa

ki $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$!