

## Examenul național de bacalaureat 2021

### Proba E. c)

#### Matematică $M_{pedagogic}$

Testul 6

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

#### I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazolja, hogy  $9 : \left( \frac{1}{2^3} - (-1)^3 \right) = 8$ .
- 5p 2. Adott az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax - 2$  függvény, ahol  $a$  valós szám. Igazolja, hogy ha az  $A(1,3)$  pont az  $f$  függvény grafikus képének egy pontja, akkor a  $B(-1,-7)$  pont is az  $f$  függvény grafikus képének egy pontja!
- 5p 3. Oldja meg a valós számok halmazán az  $5^{2x-5} = 125$  egyenletet!
- 5p 4. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy az egyjegyű természetes számok halmazából véletlenszerűen kiválasztott  $n$  szám esetén a  $3^{n-3}$  szám egynél kisebb legyen!
- 5p 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta-rendszerben adottak az  $A(-2,4)$ ,  $B(0,2)$ ,  $C(1,3)$  és  $D$  pontok úgy, hogy az  $AB$  és a  $CD$  szakaszok felezőpontja megegyezik. Határozza meg a  $D$  pont koordinátáit!
- 5p 6. Az  $ABCD$  négyzet oldala 12 és legyen  $O$  az  $AC$  és  $BD$  egyenesek metszéspontja. Számítsa ki az  $AMC$  háromszög területét, tudva azt, hogy az  $M$  pont az  $OB$  szakasz felezőpontja!

#### II. FELADATSOR

(30 pont)

A valós számok halmazán értelmezzük az  $x \circ y = x^3 - x^2 y - xy^2 + y^3$  műveletet.

- 5p 1. Igazolja, hogy  $1 \circ (-2) = -9$ .
- 5p 2. Igazolja, hogy  $x \circ y = (x + y)(x - y)^2$ , bármely  $x$  és  $y$  valós szám esetén!
- 5p 3. Igazolja, hogy a „ $\circ$ ” művelet kommutatív!
- 5p 4. Igazolja, hogy  $x \circ (-x) = 0$ , bármely  $x$  valós szám esetén!
- 5p 5. Határozza meg az  $x$  valós számokat, amelyre  $(2x) \circ x = 24$ .
- 5p 6. Határozza meg  $m$  és  $n$ ,  $m > n$  természetes számokat, amelyre  $m \circ n = 9$ .

#### III. FELADATSOR

(30 pont)

Adott az  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  és a  $B = \begin{pmatrix} a & 2 \\ b & -3 \end{pmatrix}$  mátrix, ahol  $a$  és  $b$  valós számok.

- 5p 1. Igazolja, hogy  $\det A = -1$ .
- 5p 2. Ha  $a = 3$  és  $b = -1$ , számítsa ki  $3A - 2B$ .
- 5p 3. Ha  $a = -3$  és  $b = 2$ , igazolja, hogy  $A \cdot B = B \cdot A$ .
- 5p 4. Határozza meg  $a$  és  $b$  valós számokat, amelyre  $B \cdot B = I_2$ , ahol  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p 5. Igazolja, hogy  $\det(A - B) \leq -3$ , bármely  $a$  és  $b$  nem nulla természetes szám esetén!
- 5p 6. Igazolja, hogy ha az  $a$  szám 5-tel nagyobb, mint a  $b$  szám, akkor  $\det(A \cdot B + B \cdot A) = 0$ .