

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E.c)

Matematică M_tehnologic

Testul 7

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p** 1. Igazolja, hogy az $a = 2,4$ és a $b = 4 - \frac{2}{5}$ szám számtani közepe egyenlő 3 -mal!
- 5p** 2. Határozza meg az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 3x$ függvény grafikus képeznek az Ox tengellyel való metszéspontjainak abszcisszáit!
- 5p** 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $2^{1-2x} = 32$ egyenletet!
- 5p** 4. Egy 20% -os árcsökkentés után, egy termék 27 lejjel lett olcsóbb. Határozza meg a termék csökkentés előtti árát!
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben, adott az $A(0,4)$, a $B(6,4)$ és a $C(0,-4)$ pont. Ha D az AB szakasz felezőpontja, igazolja, hogy $BC = 2OD$.
- 5p** 6. Adott az $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ valós szám, amelyre $\cos x = \frac{1}{5}$. Igazolja, hogy $\operatorname{tg} x = 2\sqrt{6}$.

II. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az $A(x) = \begin{pmatrix} x-1 & x \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol az x valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\det(A(4)) = -7$.
- 5p** b) Határozza meg az x valós számot, amelyre $\det(A(1) \cdot A(1) + 2A(x)) = 11$.
- 5p** c) Határozza meg az x és az y valós számot, amelyre $A(0) \cdot A(x) \cdot A(1) = 3A(y)$.
2. A valós számok halmazán értelmezett az $x * y = 20x - 21y + 1$ művelet.
- 5p** a) Igazolja, hogy $1 * 2 = -21$.
- 5p** b) Határozza meg az x valós számot, amelyre $(x-1) * x = 1$.
- 5p** c) Határozza meg az x valós számokat, amelyekre $x^2 * x \leq 0$.

III. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x-2)e^x$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $f'(x) = (x-1)e^x, x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Számítsa ki $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{e^x - e}$.
- 5p** c) Igazolja, hogy $(2-x)e^{x-1} \leq 1$, bármely $x \in \mathbb{R}$ esetén!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x^5 + x^2 - 1$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\int_{-1}^1 (f(x) - x^2) dx = -2$.
- 5p** b) Igazolja, hogy $\int_2^4 \frac{f(x) - 2x^5}{2x} dx = \frac{6 - \ln 2}{2}$.
- 5p** c) Számítsa ki $\int_0^1 x^4 (f(x) - x^2)^2 dx$.