

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Testul 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p** 1. Számítsa ki az $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladvány első négy tagjának összegét tudva, hogy $a_2 = 5$ és $a_3 = 8$.
- 5p** 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 8$ függvény. Határozza meg az a valós szám azon értékeit, amelyekre $a \cdot f(a) = f(1)$.
- 5p** 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $\log_5(25 - x) = \log_5(x + 5)$ egyenletet!
- 5p** 4. Határozza meg, hogy hány különböző számjegyű kétjegyű természetes szám képezhető az $A = \{2, 3, 5, 9\}$ halmaz elemeivel!
- 5p** 5. Az xOy derékszögű koordináta rendszerben adott a $d: y = 2x + a$ egyenes, ahol a egy valós szám. Határozza meg az a valós szám értékét, tudva azt, hogy az $A(2, 3)$ pont rajta van a d egyenesen!
- 5p** 6. Igazolja, hogy $4 \sin 60^\circ (\operatorname{tg} 60^\circ - \cos 30^\circ) = 3$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $B(a) = \begin{pmatrix} a & a \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol a egy valós szám.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\det A = -5$.
- 5p** b) Határozza meg az a valós szám értékét, amelyre $B(1) \cdot B(-1) + 3A = 4B(a)$.
- 5p** c) Határozza meg az $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixot tudva, hogy $X \cdot (A - 2I_2) = B(0)$.
2. A valós számok halmazán értelmezett az $x * y = (2x - y + 1)(2y - x + 1)$ művelet.
- 5p** a) Igazolja, hogy $3 * 4 = 18$.
- 5p** b) Igazolja, hogy a „ $*$ ” művelet kommutatív!
- 5p** c) Határozza meg az (m, n) természetes számpárokat tudva, hogy $(2m) * n = 13$.

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: (-5, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x+7}{x+5}$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $f'(x) = \frac{3}{(x+5)^2}$, $x \in (-5, +\infty)$.
- 5p** b) Határozza meg az f függvény grafikus képéhez tartozó vízszintes aszimptota egyenletét $+\infty$ felé!
- 5p** c) Határozza meg az f függvény grafikus képén annak a pontnak az abszcisszáját, amelyben a grafikus képhez húzott érintő párhuzamos az $y = 3x + 5$ egyenletű egyenessel!
2. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 2\sqrt{x} + 2$ függvény.
- 5p** a) Igazolja, hogy $\int_1^3 (f(x) + 2\sqrt{x}) dx = 8$.
- 5p** b) Igazolja, hogy az f függvény egy primitívje a $g: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$ függvénynek!
- 5p** c) Számítsa ki az $\int_1^2 \frac{1}{f(x^2)} dx$ értékét!