

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Testul 10

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazolja, hogy $\frac{1}{3} : \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \right) - \frac{1}{3} : \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} - \frac{1}{5} = 3$.
- 5p 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 - 4x$ függvény. Határozza meg azon x valós számokat, amelyekre teljesül az $f(x) \leq 5f(1)$ egyenlőtlenség!
- 5p 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $8^{2x-1} = 32^x$ egyenletet!
- 5p 4. Öt ugyanolyan füzetért és egy rajztömbért 27 lejtt fizettek. Ha egy füzet ára a rajztömb árának a 25%-a, határozza meg a rajztömb árát!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(a,1)$ és $B(4,a)$ pontok, ahol a egy valós szám. Határozza meg az a pozitív, valós számot úgy, hogy az O pont rajta legyen az AB egyenesen!
- 5p 6. Az ABC derékszögű háromszögben $AB = 5$, az AC befogó hossza pedig 1-gyel kisebb, mint a BC átfogó hossza. Számolja ki az ABC háromszög területét!

II. FELADATSOR

(30 pont)

- A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = x^2 + y^2 - xy - 2x - 2y$ műveletet.
- 5p 1. Igazolja, hogy $(-1) * 2 = 5$.
- 5p 2. Igazolja, hogy a „ $*$ ” művelet kommutatív!
- 5p 3. Bizonyítsa be, hogy $(-x) * x = 3x^2$, tetszőleges x valós szám esetén!
- 5p 4. Határozza meg azon x valós számok értékét, melyekre $x * 1 = 3$.
- 5p 5. Határozza meg az (m,n) természetes számokból álló számpárokat, ahol $m < n$, amelyek esetén $m * m = n * n$.
- 5p 6. Számolja ki azon x pozitív, valós számok értékét, melyekre $\lg x * \lg \frac{1}{x} = 9 \lg x$.

III. FELADATSOR

(30 pont)

- Adottak az $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ és $B = \begin{pmatrix} 0 & 2a \\ 2 & a \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol a valós szám.
- 5p 1. Igazolja, hogy $\det A = 4$.
- 5p 2. Ha $a = -6$ igazolja, hogy $2A - B = 4I_2$.
- 5p 3. Határozza meg az x és y valós számokat, amelyekre $A \cdot A = xA + yI_2$.
- 5p 4. Igazolja, hogy $B \cdot A$ mátrix elemeinek összege **nem** függ az a értékétől!
- 5p 5. Határozza meg az a természetes számokat úgy, hogy $\det(A+B)$ egy természetes szám négyzete legyen!
- 5p 6. Határozza meg az a valós számokat úgy, hogy $(B + aI_2)(B - aI_2) = aB$ legyen!