

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Testul 10

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazolja, hogy $(3 + \sqrt{5})^2 - \sqrt{5}(6 + 2\sqrt{5}) = 4$.
- 5p 2. Adottak az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 5x + 1$ és $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 3x - 1$ függvények. Határozza meg a két függvény grafikus képének a metszéspontjának abszcisszáját!
- 5p 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $2^{x+4} = 4^{x+3}$ egyenletet!
- 5p 4. Egy termék ára 360 lej. Határozza meg a termék árát egy 15% -os drágítás után!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(-2, 3)$, $B(-1, -4)$ és $C(5, 4)$ pontok. Igazolja, hogy az AMC háromszög derékszögű, ahol M a BC szakasz felezőpontja!
- 5p 6. Az ABC háromszög A és B szögeinek mértéke 30° , illetve 45° , valamint $BC = 4$. Határozza meg a háromszög AC oldalának hosszát!

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ és $B = \begin{pmatrix} -1 & x \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol x egy valós szám.
- 5p a) Igazolja, hogy $\det A = 1$.
- 5p b) Határozza meg az x valós szám azon értékét, amelyre $B \cdot B = A$.
- 5p c) Határozza meg az x valós számok értékeit tudva, hogy $\det(B + (\det B)A) = 0$.
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x \circ y = x + y + 16$ asszociatív műveletet!
- 5p a) Igazolja, hogy $(-8) \circ 2 = 10$.
- 5p b) Határozza meg a „ \circ ” művelet semleges elemét!
- 5p c) Határozza meg az x valós szám azon értékét, amelyre $x \circ \left(\frac{x}{2} + 3\right) \circ x = 2x$.

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2}{x^2} + \ln x - 2$ függvény!
- 5p a) Igazolja, hogy $f'(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{x^3}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Határozza meg az f függvény grafikus képéhez húzott érintő egyenletét az $x = 1$ abszcisszájú pontban!
- 5p c) Igazolja, hogy $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 f(x)}{x^3 - 1} = -1$.
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 1$ függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{2}{3}$.
- 5p b) Igazolja, hogy $\int_1^e (f(x) + 1) \ln x dx = \frac{2e^3 + 1}{9}$.
- 5p c) Határozza meg az $a \in (0, +\infty)$ értékét, amelyre $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (f(\sin x) + f(\cos x)) \operatorname{tg} x dx = \ln a$.