

**Examenul național de bacalaureat 2021**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Testul 11**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

**I. FELADATSOR**

**(30 punct)**

- 5p 1. Igazolja, hogy  $(0,6+0,8):0,7-0,25\cdot 4=1$ .
- 5p 2. Adott az  $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ ,  $f(x)=2x-5$  függvény. Határozza meg az  $a$  valós szám értékét tudva azt, hogy  $f(a)-f(2)=2f(4)$ .
- 5p 3. Oldja meg a valós számok halmazán a  $\log_3(x^2-7)=2$  egyenletet!
- 5p 4. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy az  $A=\{1,2,3,\dots,20\}$  halmaz egy tetszőlegesen kiválasztott  $n$  eleme esetén a  $2n$  többszöröse legyen 10 -nek!
- 5p 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta-rendszerben adottak az  $A(-8,6)$  és  $B(a,4)$  pontok, ahol  $a$  egy valós szám. Határozza meg az  $a$  valós szám értékét tudva, hogy  $MA=OB$ , ahol  $M$  az  $OA$  szakasz felezőpontja!
- 5p 6. Adott az  $A$ -ban derékszögű  $ABC$  háromszög, amelyben  $AB=12$  és  $BC=13$ . Határozza meg a  $\sin B$  értékét!

**II. FELADATSOR**

**(30 pont)**

1. Adottak az  $A=\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$  és  $B(x)=\begin{pmatrix} 2x+1 & x \\ 1 & x+1 \end{pmatrix}$  mátrixok, ahol  $x$  egy valós szám.
- 5p a) Igazolja, hogy  $\det A=9$ .
- 5p b) Igazolja, hogy  $A+B(1)\cdot B(-1)=2B(0)$ .
- 5p c) Határozza meg az  $x$  valós szám értékét, amelyre  $B(1)+B(2)+B(3)+\dots+B(9)=9B(x)$ .
2. A valós számok halmazán értelmezzük az  $x\circ y=\frac{x+y}{2}-\frac{xy}{3}$  műveletet.
- 5p a) Igazolja, hogy  $2\circ 6=0$ .
- 5p b) Határozza meg az  $x$  valós szám értékét, amelyre  $x\circ 6=6$ .
- 5p c) Határozza meg azokat az  $m$  egész számok értékeit, melyekre  $m\circ(3m)\geq 2m-3$ .

**III. FELADATSOR**

**(30 pont)**

1. Adott az  $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ ,  $f(x)=\frac{x^4}{2}-2x^3+3$  függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy  $f'(x)=2x^2(x-3)$ ,  $x\in\mathbb{R}$ .
- 5p b) Számítsa ki a  $\lim_{x\rightarrow+\infty}\frac{f'(x)}{x^2e^x}$  határértéket!
- 5p c) Igazolja, hogy  $f(x)\geq-\frac{21}{2}$ , bármely  $x$  valós szám esetén!
2. Adott az  $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$ ,  $f(x)=2x+1$  függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy  $\int_0^2 f(x)dx=6$ .
- 5p b) Számítsa ki  $\int_0^1\frac{1}{f(x)}dx$ .

**5p** | c) Határozza meg az  $a \in (0, 2)$  értékét, melyre  $\int_{-a}^a \frac{1}{x^2 + 2f(x) + 2} dx = \frac{2}{3}$ .