

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Testul 11

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Határozza meg az $(a_n)_{n \geq 1}$ számtani haladvány a_4 tagját tudva, hogy $a_1 = -2$ és $a_3 = 4$.
- 5p 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + 2$ függvény, ahol a nullától különböző valós szám. Határozza meg a valós számot úgy, hogy az f függvény grafikus képe az $A(2,0)$ pontban metsze az Ox tengelyt.
- 5p 3. Oldja meg a $\log_8(7x+8) = 2$ egyenletet a valós számok halmazán!
- 5p 4. Határozza meg annak valószínűségét, hogy kiválasztva a nullától különböző egyjegyű természetes számok halmazából egy n számot a $2n$ kétjegyű szám legyen!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(-2,2)$, $B(2,5)$ és $C(5,1)$ pontok. Igazolja, hogy ABC egyenlő szárú, derékszögű háromszög!
- 5p 6. Adott az ABC háromszög, melyben $AB = 17$, $AC = 10$, magassága pedig $AD = 8$, a D pont a BC szakaszon van. Határozza meg az ABC háromszög BC oldalának hosszát!

II. FELADATSOR

(30 punct)

Az $M = [0, +\infty)$ halmazon értelmezett az $x * y = \frac{x+y+6}{xy+1}$ művelet.

- 5p 1. Igazolja, hogy $1 * 2 = 3$.
- 5p 2. Igazolja, hogy a „ $*$ ” művelet kommutatív!
- 5p 3. Bizonyítsa be, hogy $x * 1 > 1$, bármely $x \in M$ esetén!
- 5p 4. Határozza meg az $x \in M$ számot, amelyre $3 * x = \frac{1}{2}$.
- 5p 5. Határozza meg $x \in M$ értékeit, amelyekre $x * x \geq 2$.
- 5p 6. Határozza meg az $m < n$ természetes számokból álló (m, n) számpárokat úgy, hogy $m * n = 1$.

III. FELADATSOR

(30 punct)

Adottak az $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ és $B(x) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ -x & 0 \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol x valós szám.

- 5p 1. Igazolja, hogy $\det A = -4$.
- 5p 2. Mutassa ki, hogy $B(-6) + 3B(2) = 4B(0)$.
- 5p 3. Bizonyítsa be, hogy $B(2) \cdot B(-2) - A = 4I_2$.
- 5p 4. Igazolja, hogy $\det(B(2x) + xA) = 0$, bármely x valós szám esetén!
- 5p 5. Határozza meg az $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixot úgy, hogy $B(1) \cdot X = A$.
- 5p 6. Határozza meg az $m \leq n$ egész számokból álló (m, n) számpárokat, amelyekre $\det(B(m) \cdot B(n) + mnI_2) = 4$.