

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică $M_{pedagogic}$

Testul 12

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazolja, hogy $\sqrt{2}(\sqrt{6} + \sqrt{2}) + 2(1 - \sqrt{3}) = 4$.
- 5p 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x - 1$ függvény. Határozza meg az a valós számot, amelyre $f(a) \cdot f(0) + f(3) = 0$.
- 5p 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $16 \cdot 2^{2x} = 8^x$ egyenletet!
- 5p 4. Határozza meg, hány különböző számjegyű, háromjegyű természetes szám képezhető a $\{6, 7, 8, 9\}$ halmaz elemeiből!
- 5p 5. Az xOy koordináta rendszerben adottak az $A(3, 4)$, $B(-1, 4)$ és $C(-1, -2)$ pontok. Határozza meg az ABD háromszög területét, ahol D az AC szakasz felezőpontja!
- 5p 6. Igazolja, hogy $(\operatorname{tg} 30^\circ + \operatorname{tg} 60^\circ) \sin 60^\circ = 2$.

II. FELADATSOR

(30 punct)

A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = 9xy + x + y$ asszociatív műveletet.

- 5p 1. Igazolja, hogy $1 * 2 = 21$.
- 5p 2. Igazolja, hogy a „ $*$ ” művelet kommutatív!
- 5p 3. Igazolja, hogy az $e = 0$ semleges elem a „ $*$ ” műveletre nézve!
- 5p 4. Határozza meg az x valós számot, amelyre $(-1) * x = 15$.
- 5p 5. Határozza meg az $x = 1$ elem szimmetrikusát a „ $*$ ” műveletre nézve!
- 5p 6. Határozza meg az n természetes számokat, amelyekre az $N = \frac{1}{3} * n * \frac{2}{3}$ egy kétjegyű természetes szám!

III. FELADATSOR

(30 punct)

Adottak az $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ és $X(a) = \begin{pmatrix} 2 & a \\ a^2 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol a egy valós szám.

- 5p 1. Igazolja, hogy $\det A = 9$.
- 5p 2. Igazolja, hogy $A + X(2) = 3X(1)$.
- 5p 3. Igazolja, hogy $A \cdot A = 6A - 9I_2$, ahol $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p 4. Igazolja, hogy az $M(a) = X(a) + X(-a)$ mátrix invertálható, bármely a valós szám esetén!
- 5p 5. Határozza meg az n természetes számokat, amelyekre a $B = X(-1) \cdot X(n)$ mátrix minden eleme természetes szám!
- 5p 6. Határozza meg az a valós számot, amelyre $\det(X(2a) - X(a)) = 3$.