

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Teszt 12

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

I. FELADATSOR

(30 pont)

- 5p 1. Igazold, hogy $\left(\frac{2}{3}\right)^2 : \frac{1}{3} - 3 : 9 = 1$.
- 5p 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 9$ függvény. Határozza meg az f függvény grafikus képe és az Ox tengely metszéspontjának abszcisszáját!
- 5p 3. Oldja meg a valós számok halmazán a $\sqrt{x^2 - 4x + 8} = x$ egyenletet!
- 5p 4. Egy termék ára 8% -os árcsökkenés után 184 lej. Határozza meg a termék eredeti árát!
- 5p 5. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A(-2,3)$, $B(4,1)$, C és D pontok. Tudva azt, hogy a C és B pontok az AB illetve CD szakaszok felezőpontjai, határozza meg a D pont koordinátáit!
- 5p 6. Adott az $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ úgy, hogy $\cos x = \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \cdot \sin x$. Igazold, hogy $\sin x = \frac{1}{2}$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adottak az $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ mátrixok.
- 5p a) Igazolja, hogy $\det A = 0$.
- 5p b) Igazolja, hogy $A \cdot A = 5A$.
- 5p c) Határozza meg azokat az x valós számokat, amelyekre $\det(xA + (1-x)I_2) \geq 0$.
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = 3xy - x^2 - y^2$ műveletet.
- 5p a) Igazolja, hogy $1 * 2 = 1$.
- 5p b) Határozza meg azokat az x valós számokat, amelyekre $2 * x = 1$.
- 5p c) Határozza meg azokat az x valós számokat, amelyekre $(\sqrt[3]{x} * \sqrt[3]{x}) * \sqrt[3]{x^2} = 1$.

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - \frac{x}{x+2}$ függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy $f'(x) = \frac{2(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$, $x \in (-2, +\infty)$.
- 5p b) Határozza meg az f függvény monotonitási intervallumait!
- 5p c) Határozza meg az f függvény grafikus képéhez húzott ferde aszimptota egyenletét!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x^2 + 1}$ függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy $\int_0^3 (x^2 + 1) f(x) dx = 24$.
- 5p b) Számítsa ki $\int_0^1 (f(x) - 1) dx$.
- 5p c) Igazolja, hogy az f függvény bármely F primitív függvénye konkáv a $[0, +\infty)$ intervallumon!