

I. TÉTEL: Karikázd be a helyes válasznak megfelelő betűt!**(30 pont)**

1. A 21 és a legkisebb prímszám közötti különbség:

- a) 18 b) 19 c) 20 d) 21

2. Az az x nemnulla természetes szám, amelyre $\frac{1}{x} = 1$, egyenlő:

- a) -1 b) 1 c) 2 d) 3

3. A $(-3, 4]$ intervallumban levő egész számok számtani közepe egyenlő:

- a) 0 b)
- $\frac{1}{2}$
- c)
- $\frac{4}{7}$
- d) 1

4. Azon x természetes számok halmaza, amelyre a $\frac{6}{x+1}$ tört természetes szám:

- a)
- $\{-7, -4, -3, -2, 0, 1, 2\}$
- b)
- $\{0, 1, 2, 3, 5\}$
- c)
- $\{0, 1, 2, 5\}$
- d)
- $\{1, 2, 5\}$

5. Andris, Dóra, Matyi és Nóra kiszámítják az $x = 7 - 4\sqrt{3}$ és $y = 7 + 4\sqrt{3}$ számok közül a nagyobb és a kisebb szám közötti különbséget. A kapott eredmények a táblázatban láthatók:

Andris	$-8\sqrt{3}$
Dóra	0
Matyi	$8\sqrt{3}$
Nóra	14

Az a tanuló, aki helyesen számolt:

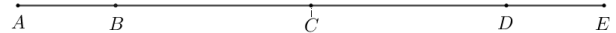
- a) Andris b) Dóra c) Matyi d) Nóra

6. Andrásnak 150 leje van, Balásznak pedig 100 leje. András azt állítja, hogy: „Ha Balász nekem adná pénzének felét, akkor nekem kétszer annyi pénzem lenne, mint amennyi pénze maradna Balásznak.” András kijelentése:

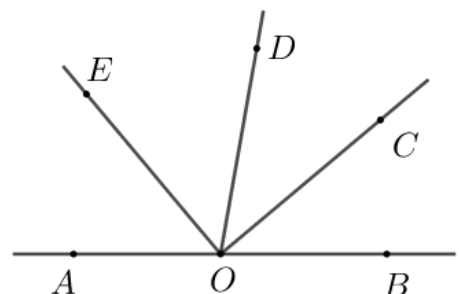
- a) igaz b) hamis

II. TÉTEL: Karikázd be a helyes válasznak megfelelő betűt!**(30 pont)**1. A mellékelt ábrán az A, B, C, D és E ebben a sorrendben megadott különböző kollineáris pontok, úgy, hogy a C pont az AE szakasz felezőpontja is, és a BD szakasz felezőpontja is. Ha $BC = 2 \cdot AB$, akkor a megadott pontok által meghatározott kongruens szakaszpárok száma egyenlő:

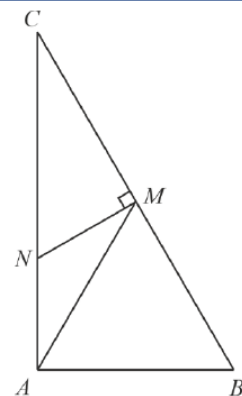
- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

2. A mellékelt ábrán a az A, O és B kollineáris pontok láthatók. A C, D és E pontok az AB egyenes ugyanazon oldalán helyezkednek el, úgy, hogy az OC félegyenes a DOB szög szögfelezője legyen. Az OE és OC egyenesek merőlegesek és a DOE szög mértéke 50° . Az AOE szög mértéke egyenlő:

- a)
- 30°
- b)
- 40°
- c)
- 50°
- d)
- 100°

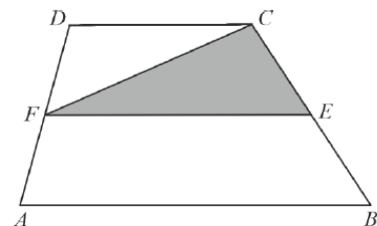


3. A mellékelt ábrán az A -ban derékszögű ABC háromszög látható. Az M pont a BC szakasz felezőpontja és $AM = 3$ cm. A C szög mértéke 30° , az MN és BC egyenesek merőlegesek. Az MN szakasz hossza egyenlő:



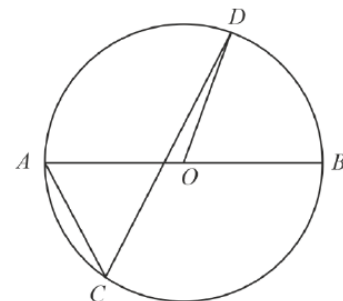
- a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm b) 1,5 cm c) $\sqrt{3}$ cm d) 3 cm

4. A mellékelt ábrán egy $ABCD$ trapéz látható, melynek területe 424 m^2 . Ha EF az $ABCD$ trapéz középvonala, akkor a CEF háromszög területe egyenlő:



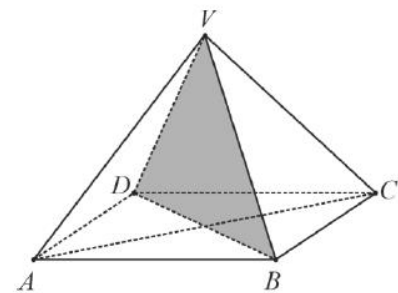
- a) 53 m^2 b) 106 m^2 c) 207 m^2 d) 212 m^2

5. Az A , B , C és D pontok az O középpontú körön helyezkednek el, úgy, hogy az A és B pontok átmérősen ellentett pontok, az AB és CD szakaszok metszik egymást, a DOB szög mértéke pedig 70° . Az ACD szög mértéke egyenlő:



- a) 55° b) 70° c) 110° d) 180°

6. A mellékelt ábrán egy $VABCD$ szabályos gúla látható, melynek alapja az $ABCD$ négyzet. Ha a VBD háromszög egyenlő oldalú háromszög és $AB = \sqrt{2}$ dm, akkor a gúla oldalélei hosszának összege egyenlő:



- a) 8 dm b) $8\sqrt{2}$ dm c) $4\sqrt{2}$ dm d) 6 dm

III. TÉTEL: A teljes megoldást írd le!

(30 pont)

1. Egy tömbházban 110 szoba van összesen 40 kétszobás és háromszobás lakásban.

(2p) a) Lehetséges, hogy a kétszobás lakások száma egyenlő legyen a háromszobás lakások számával? Indokold válaszd!

(3p) b) Határozd meg ebben a tömbházban levő kétszobás lakások számát!

2. Adott az $E(x) = (-x + x^2)^2 + 4x^3$ kifejezés, ahol x egy valós szám.

(2p) a) Igazold, hogy $E(-1) = E(0)$.

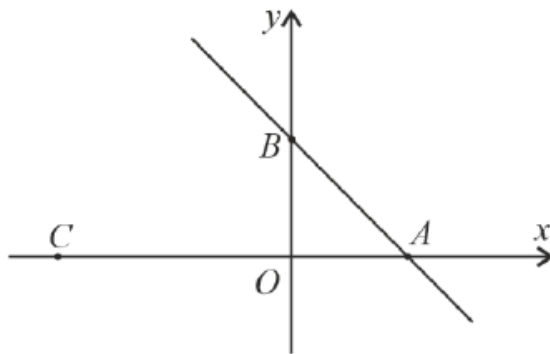
(3p) b) Határozd meg a nemnulla n természetes szám értékét, amelyre

$$\frac{1}{\sqrt{E(1)}} + \frac{1}{\sqrt{E(2)}} + \frac{1}{\sqrt{E(3)}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{E(n)}} = \frac{2021}{2022}.$$

3. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2 - x$ függvény.

(2p) a) Számítsd ki $\frac{f(0)-f(2)}{2}$ értékét!

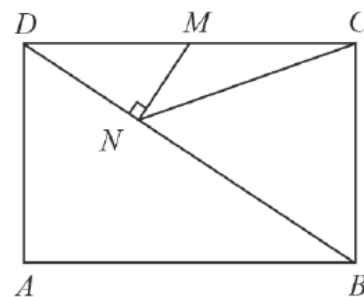
(3p) b) Tudva, hogy az A és B pontok a függvény grafikus képének metszéspontjai az Ox és Oy koordinátatengelyekkel, számítsd ki a $C(-4, 0)$ pont távolságát az AB szakasz felezőpontjától!



4. A mellékelt ábrán az $ABCD$ téglalap látható, $AB=8$ cm és $AD=6$ cm. Az M pont a CD szakasz felezőpontja, az N pont pedig a BD egyenesen helyezkedik el, úgy, hogy MN és BD merőlegesek legyenek.

(2p) a) Számítsd ki az ABD háromszög területét!

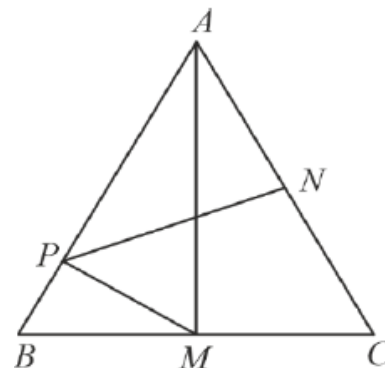
(3p) b) Igazold, hogy a BCN háromszög területe $16,32$ cm² !



5. A mellékelt ábrán egy ABC egyenlő oldalú háromszög látható, $AB=8$ cm. Az M és N pontok a BC , illetve AC szakaszok felezőpontjai, a P pont az AB oldal egy pontja, úgy, hogy az MP és AB egyenesek merőlegesek egymásra.

(2p) a) Igazold, hogy $BP=2$ cm.

(3p) b) Igazold, hogy a PN szakasz hossza nagyobb, mint $3\sqrt{3}$ cm.



6. A mellékelt ábrán az $ABCD A'B'C'D'$ kocka látható, melyben $AB=6$ cm.

(2p) a) Igazold, hogy a kocka térfogata nagyobb, mint 0,2 liter.

(3p) b) Számítsd ki az AQ egyenes és az $(A'BC)$ síkok által bezárt szög mértékét, ahol Q az $A'D$ szakasz felezőpontja !

