

Kombinatorika. Newton binomiális képlete

I. feladatsor

1. Hány háromjegyű, különböző számjegyekből álló természetes szám képezhető a 2, 3, 4, 5 számjegyekkel?

2. Hány könyv van egy polcon, ha 120 féle módon lehet sorrendbe helyezni őket?

3. Írd fel egyszerűbb alakban:

a) $\frac{10!}{8!}$;

b) $\frac{103!}{100!}$;

c) $\frac{7!+8!+9!}{7!}$;

d) $\frac{2}{5!} - \frac{60}{7!}$;

e) $\frac{1}{5!} + \frac{1}{6!}$;

f) $\frac{1}{n!} + \frac{1}{(n+1)!}$;

g) $\frac{1}{(2n-1)!} - \frac{1}{(2n)!}$.

4. Adottak a 0, 1, 2, 3, 4, 5 számjegyek.

a) Hány ötjegyű, különböző számjegyekből álló természetes szám képezhető ezekből?

b) Hány háromjegyű, 5-tel osztható természetes szám képezhető különböző számjegyekkel?

5. Hány négyjegyű, különböző számjegyekből álló természetes szám osztható 5-tel?

6. Hozd egyszerűbb alakra:

a) $V_7^3 - V_6^2$;

b) $V_5^3 : V_5^2$;

c) $\frac{V_n^3}{V_n^2}$;

d) $\frac{V_{n+1}^3 + V_n^3}{V_n^3}$;

e) $V_4^3 - V_3^2 - C_4^2$;

f) $V_5^3 - 6C_5^3$.

10. Oldd meg a következő egyenleteket:

a) $\frac{P_{n+2}}{P_n} = 12$;

b) $\frac{1}{5!} - \frac{(n-1)!}{n!} = \frac{1}{6!}$;

c) $V_x^2 = 12$;

d) $V_x^3 = 6x$;

e) $C_n^3 = \frac{2n(n+3)}{3}$;

f) $C_{n+2}^3 - C_n^4 = 19$;

g) $C_n^3 + C_n^4 = n(n-2)$;

h) $C_x^1 + C_x^2 = 6$;

i) $\frac{C_n^3 + C_n^2}{n-1} = 2$;

j) $V_{n+1}^2 = C_{n-1}^2 + 11$;

k) $C_x^2 + V_x^2 = 30$;

l) $V_x^6 - 24xC_x^4 = 4V_x^4$;

m) $V_{x-2}^2 + C_x^{x-2} = 101$;

n) $C_x^{x-2} - x = 2$;

o) $C_{4n-2}^{n^2+n-3} = 20$;

p) $C_{3n+2}^{n^2-n+1} = 56$;

q) $C_x^{x-2} + V_x^3 = 14x$.

II. feladatsor

1. Számítsd ki!

a) $P_5 - V_4^2 + C_{10}^3 - C_{10}^8$;

b) $\frac{10! - 9!}{8! + 7!}$;

c) $\frac{V_7^3 - V_6^2}{V_5^2}$;

d) $\frac{C_9^3 - C_8^2}{C_6^1}$;

e) $\frac{n! - (n-1)!}{(n-2)!}$;

f) $\frac{V_n^2 + V_n^3}{C_n^2 + C_n^3}$.

2. a) Hányféleképpen ültethető öt személy, öt egymás melletti székre?
b) Hányféleképpen ültethető öt személy, egy kerek asztal körüli öt székre?
c) Hányféleképpen ültethető öt személy, hét egymás melletti székre?
d) Hányféleképpen rendezhető hat különböző vagonból és egy mozdonyból álló szerelvény?

e) Hányféleképpen rendezhető egy négyelemű halmaz?

3. Adott az $A = \{1, 3, 4, 6, 7\}$ halmaz.

a) Hány ötjegyű, különböző számjegyű szám képezhető A elemeivel? Ezek közül hány számnak 6 az első számjegye?

b) Hány ötjegyű szám képezhető A elemeivel?

c) Hány háromjegyű, különböző számjegyű szám képezhető A elemeivel?

d) Hány háromjegyű szám képezhető A elemeivel?

e) Hány háromelemű rendezett részhalmaza van A -nak?

f) Hány háromelemű részhalmaza van A -nak?

4. Adott az $A = \{0, 1, 3, 4, 6, 7\}$ halmaz.

a) Hány hatjegyű, különböző számjegyű szám képezhető A elemeivel?

b) Hány hatjegyű szám képezhető A elemeivel?

c) Hány négyjegyű, különböző számjegyű szám képezhető A elemeivel?

d) Hány négyjegyű szám képezhető A elemeivel?

e) Hány háromelemű rendezett részhalmaza van A -nak?

f) Hány háromelemű részhalmaza van A -nak?

5. Egy osztályban 10 fiú és 8 lány van.

a) Hányféleképpen választhatunk ki egy három fiúból és két lányból álló csapatot?

b) Hányféleképpen választhatunk ki egy legalább három fiúból álló öttagú csapatot?

c) Hányféleképpen választhatunk ki egy legtöbb három lányból álló öttagú csapatot?

6. A síkban adott tíz pont, amelyek hármanként nem kollineárisok.

a) Hány egyenest határoznak meg e pontok?

b) Hány háromszöget határoznak meg e pontok?

c) Hány nem nulla vektort határoznak meg e pontok?

III. feladatsor

1. Számítsd ki:

a) $7! - 6!$;

b) V_6^3 ;

c) C_7^2 ;

d) $C_4^2 + 3! - V_3^1$;

e) $C_{2017}^{1017} - C_{2017}^{1000}$;

f) $C_5^1 + C_{10}^2 - V_6^1$;

g) $V_6^2 - 2C_6^4$;

h) $C_5^2 - V_4^2 + P_3$;

i) $\frac{10!}{8!}$;

j) $\frac{V_7^5 - V_7^4}{V_6^4}$;

k) $\frac{C_8^3}{C_8^5}$;

l) $\frac{V_9^n - V_8^n}{P_n \cdot C_8^n}$.

2. Határozd meg az $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ halmaz permutációinak számát!

3. Határozd meg a $C_2^1, C_3^2, C_4^3, C_5^4, C_6^5, C_7^6$ sorozat legnagyobb tagját!

4. Hány olyan háromjegyű természetes szám van, mely páratlan számjeggyel kezdődik és végződik?

5. Adott az $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ halmaz.

a) Hány különböző számjegyből álló 7 jegyű természetes szám írható fel az A halmaz elemeivel?

b) Hány háromelemű rendezett részhalmaza van az A halmaznak?

c) Hány négyelemű részhalmaza van az A halmaznak?

d) Összesen hány részhalmaza van az A halmaznak?

e) Hány olyan négyjegyű természetes szám írható fel az A halmaz elemeivel, melynek számjegyei különbözőek, és osztható 5-tel?

6. Számítsd ki az $S = C_9^0 + C_9^1 + C_9^2 + \dots + C_9^9$ összeget!

7. Hányféleképpen lehet kiválasztani egy 28-as létszámú osztályból egy 3 tagú bizottságot?

8. Egy osztály 25 tanulójaiból 15 lány. Hányféleképpen lehet kiválasztani az osztály tanulóiból egy 3 lányból és 2 fiúból álló bizottságot?

9. Egy 10 csapatos kosárlabdabajnokságon hányféle sorrend alakulhat ki a dobogón?

10. Egy 8 személyes társaságban kiosztunk 4 könyvet.

a) Hányféleképpen tehetjük meg, ha minden könyv különböző, és mindenki csak egy könyvet kaphat?

b) Hányféleképpen tehetjük meg, ha a könyvek egyformák, és mindenki csak egy könyvet kaphat?

11. Hány átlója van egy 10 oldalú konvex sokszögnek?

12. Adott a síkban 12 olyan pont, melyek közül bármely 3 nem kollineáris. Hány háromszöget határoznak meg?

13. Oldd meg a következő egyenleteket:

a) $\frac{(n+2)!}{n!} = 56$;

b) $\frac{(n-3)!}{(n-5)!} = 6$;

c) $\frac{(x+1)!}{x!} = 2x - 3$;

d) $2C_n^2 + n = 4$;

e) $C_n^2 = 21$;

f) $C_{n+2}^{n+1} = 2$;

g) $C_{2x+1}^2 = 3$;

h) $6P_{n-5}V_{n-2}^5 = n!$;

i) $P_{x+2} = 42V_x^3P_{x-3}$.