Kombinatorika összefoglaló

I. típus. Ismétlés nélküli permutáció: Hányféleképpen lehet sorba rendezni *n* különböző elemet úgy, hogy a sorrend számít?
***n* különböző elemet *n* faktoriális-féleképpen lehet sorba rendezni.** $P_n = n!$
Az első n pozitív szám szorzatát n faktoriálisnak nevezzük és n! jellel jelöljük:
$P_n = n! := 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot \ldots \cdot (n-1)\cdot n$

II. típus. Ismétléses permutáció: Hányféleképpen lehet sorba rendezni *n* elemet, ha vannak köztük egyformák? $P_{n;\,i}^{(n_1,n_2,n_3,\ldots,n_k)} = \dfrac{n!}{n_1!n_2!n_3!\ldots n_k!}$ **ahol** $n_1 + n_2 \ldots + n_k = n$

III. típus. Ciklikus permutáció: n különböző elemet hányféleképpen lehet egy kör alakú asztalnál sorba rendezni? Két elrendezést, akkor tekintünk különbözőnek, ha minden elem mindkét szomszédja különböző, illetve ha elforgatással nem alakíthatók egymásba.

n különböző elemet $(n-1)!$-féleképpen lehet egy kör alakú asztalnál sorba rendezni.

IV típus. Ismétlés nélküli variáció: Hányféleképpen lehet kiválasztani *n* különböző elemből *k* különböző elemet (k<n) úgy, hogy a sorrend számít és minden elemet csak egyszer választhatunk.
***n* különböző elemből $V_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$-féleképpen lehet kiválasztani *k* különböző elemet úgy, hogy a sorrend számít és minden elemet csak egyszer választhatunk.**

V. Típus. Ismétléses variáció: Hányféleképpen lehet kiválasztani *n* különböző elemből *k* elemet úgy, hogy mindegyik elemet akárhányszor választhatjuk, de a sorrend számít?
$V_{n;\,i}^k = n^k \quad k < n$

VI. típus. Ismétlés nélküli kombináció: Hányféleképpen lehet *n* különböző elemből kiválasztani *k* elemet úgy, hogy a sorrend nem számít, és minden elemet csak egyszer választhatunk?
***n* különböző elemből $C_n^k = \binom{n}{k}$- féleképpen lehet kiválasztani *k* elemet úgy, hogy a sorrend nem számít, és minden elemet csak egyszer választhatunk.**

VII. típus. Ismétléses kombináció: Hányféleképpen lehet *n* különböző elemből kiválasztani *k* elemet úgy, hogy a sorrend nem számít, és minden elemet többször is választhatunk? (k > n lehetséges!)

***n* különböző elemből $C_n^{k;i} = \binom{n+k-1}{k}$ - féleképpen lehet kiválasztani *k* elemet úgy, hogy a sorrend nem számít, és minden elemet többször is választhatunk.**

	Minden dolog különböző	Lehetnek köztük egyformák
Az összes dolgot sorba rakjuk	**Ismétlés nélküli permutáció** Hányféleképpen lehet sorba rakni n különböző dolgot? $P=1\cdot 2\cdot ...\cdot (n-1)\cdot n=n!$ *például*: hányféle sorrendben ülhet le egymás mellé 5 ember? $5!=1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5=120$	**Ismétléses permutáció** Hányféleképpen lehet sorba rakni n dolgot, ha köztük n_1, n_2, ..., n_k darab egyforma van? ($n_1+n_2+...+n_k=n$) $P=\frac{n!}{n_1!\cdot n_2!\cdot ...\cdot n_k!}$ *például*: hányféleképpen lehet sorba rakni 2 kék és 3 piros golyót? $\frac{5!}{2!\cdot 3!}=\frac{120}{2\cdot 6}=10$
Kiválasztunk néhányat a dolgok közül és sorba rakjuk őket	**Ismétlés nélküli variáció** Hányféleképpen lehet n különböző dologból kiválasztani k darabot, ha számít a kiválasztás sorrendje és mindegyiket csak egyszer választhatjuk? $V=\frac{n!}{(n-k)!}$ *például*: egy 10 csapatos bajnokságban hányféle sorrend alakulhat ki a dobogón? $\frac{10!}{(10-3)!}=\frac{10!}{7!}=8\cdot 9\cdot 10=720$	**Ismétléses variáció** Hányféleképpen lehet n különböző dologból kiválasztani k darabot, ha számít a kiválasztás sorrendje és egy dolgot többször is választhatunk? $V=n^k$ *például*: totó (a 3 lehetséges végeredményből (1, 2, x) képezünk 14 (13+1) hosszúságú sorozatokat) $3^{14}=4782969$
Kiválasztunk néhányat a dolgok közül úgy, hogy a sorrend nem számít	**Ismétlés nélküli kombináció** Hányféleképpen lehet n különböző dologból kiválasztani k darabot, ha nem számít a kiválasztás sorrendje és mindegyiket csak egyszer választhatjuk? $C=\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!\cdot (n-k)!}$ *például*: lottó (90 számból választunk ötöt, nem számít a kiválasztás sorrendje) $\binom{90}{5}=\frac{90!}{5!\cdot 85!}=43949268$	**Ismétléses kombináció** Hányféleképpen lehet n különböző dologból kiválasztani k darabot, ha nem számít a kiválasztás sorrendje és egy dolgot többször is választhatunk? *például*: a lottóhúzásnál minden alkalommal visszateszem a kihúzott golyót, így egy szám többször is szerepelhet

Egyszerűbb feladatoknál a következő sémát használhatod: