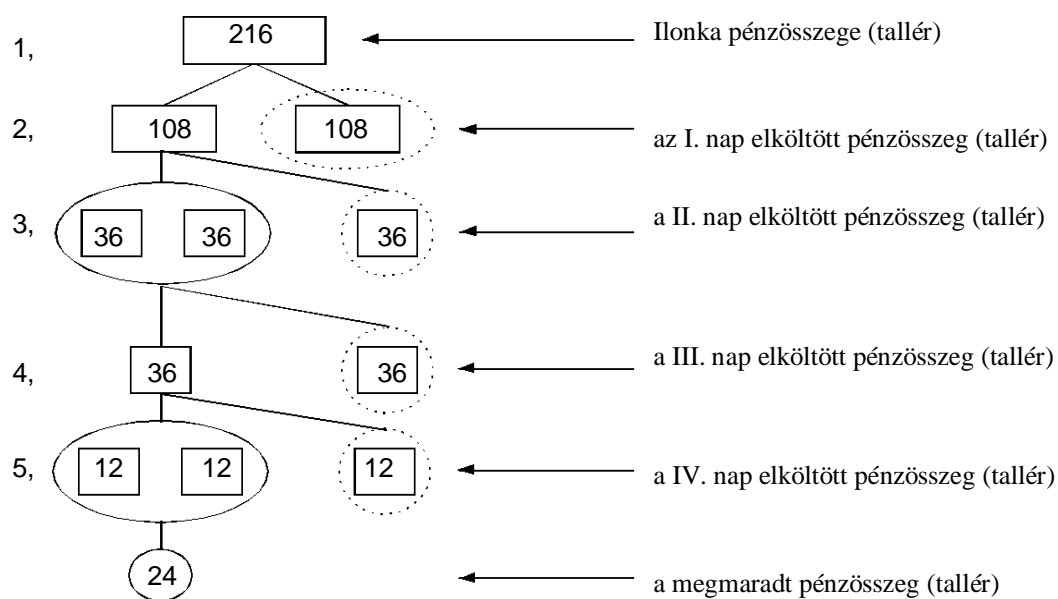
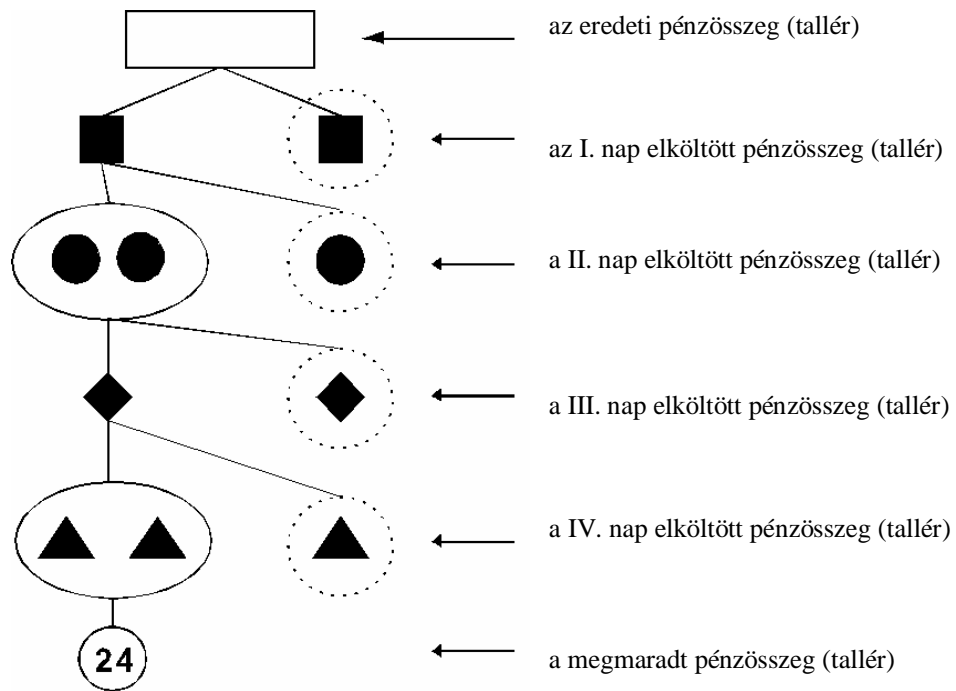


## A fordított út módszere és a gráfok

**1. feladat:** Ilonka az első nap elköltötte pénzének felét, a második nap a meglévő pénzének egyharmadát, a harmadik nap a meglévő pénz felét, negyedik nap a meglévő pénz egyharmadát, így 24 tallérja maradt. Hány tallérja volt eredetileg Ilonkának?

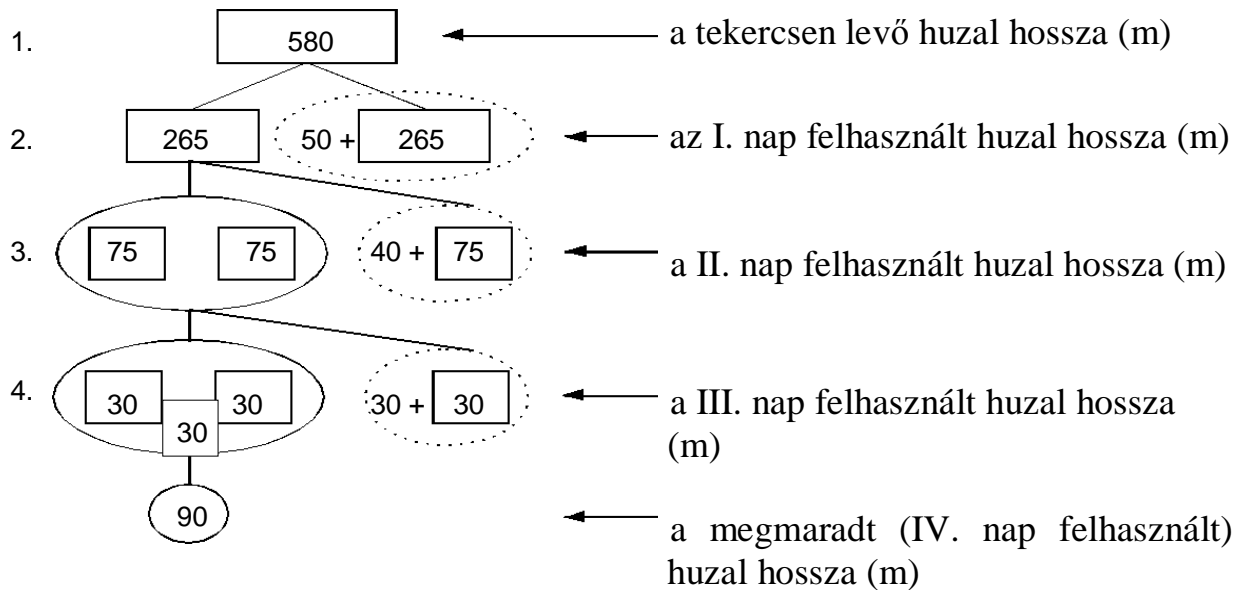


**1. feladat:** Ilonka az első nap elköltötte pénzének felét, a második nap a meglévő pénzének egyharmadát, a harmadik nap a meglévő pénz felét, negyedik nap a meglévő pénz egyharmadát, így 24 tallérja maradt. Hány tallérja volt eredetileg Ilonkának?

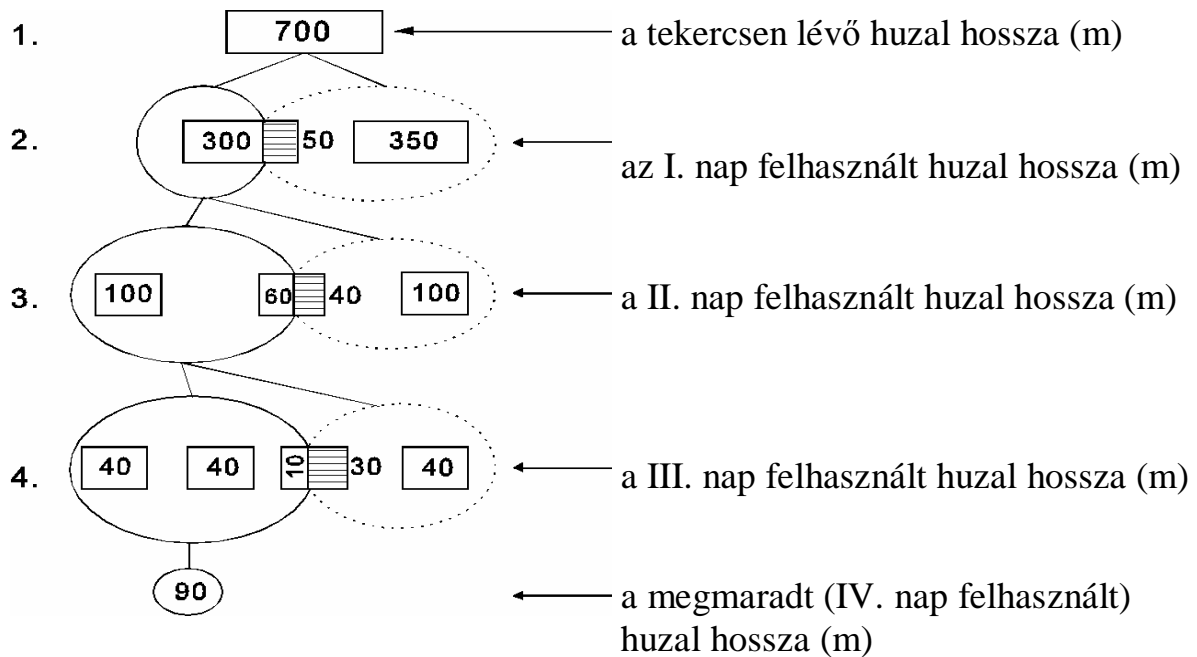


▲▲ = 24,    ◆ = ▲▲▲▲,    ●● = ◆◆,    ■ = ●●●,    □ = ■■.

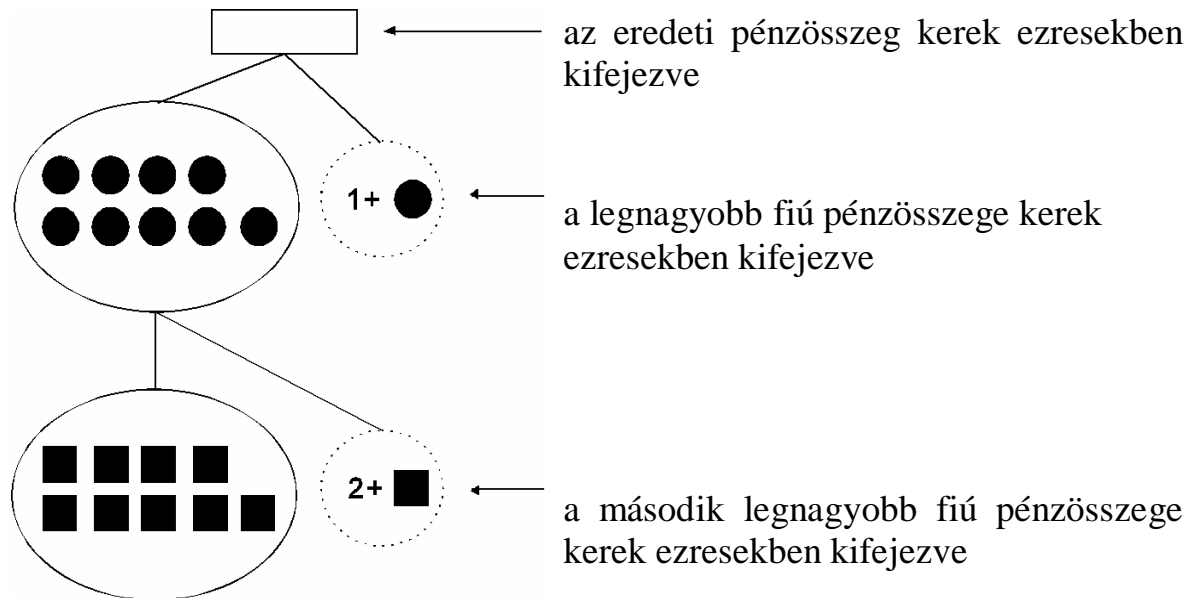
**2. feladat:** Egy berendezés felszereléséhez egy tekercs huzalt használtak fel a következőképpen: az első nap 50 métert és a megmaradt huzal felét, a második nap 40 métert és a megmaradt huzal harmadát, a harmadik nap pedig 30 métert és a megmaradt huzal negyedét, míg végül a negyedik nap a megmaradt 90 métert használták fel. Hány méter huzal volt a tekercsben?



**3. feladat:** Egy berendezés felszereléséhez egy tekercs huzalt használtak fel a következőképpen: első nap a huzal  $\frac{1}{2}$ -ét és még 50 métert, a második nap a megmaradt rész  $\frac{1}{3}$ -át és még 40 métert, a harmadik nap pedig az új maradéknak és még 30 métert, végül a negyedik nap a megmaradt 90 métert használták fel. Hány méter huzal volt a tekercsen?



**4. feladat:** Egy apa minden pénzét gyermekeire hagyta a következő végrendelettel: a legidősebb kapjon 1000 tallért és a maradék egytizedét, a második kapjon 2 000 tallért és a maradék tizedét, a harmadik kapjon 3 000 tallért és a maradék tizedét, és így tovább. Így minden gyermek ugyanannyi pénzt kapott. Hány gyermeke és mennyi pénze volt az apának?



$$1 + \bullet = 2 + \blacksquare, \quad 10 \times \blacksquare + 2 = 9 \times \bullet, \quad \square = 10 \times \bullet + 1.$$

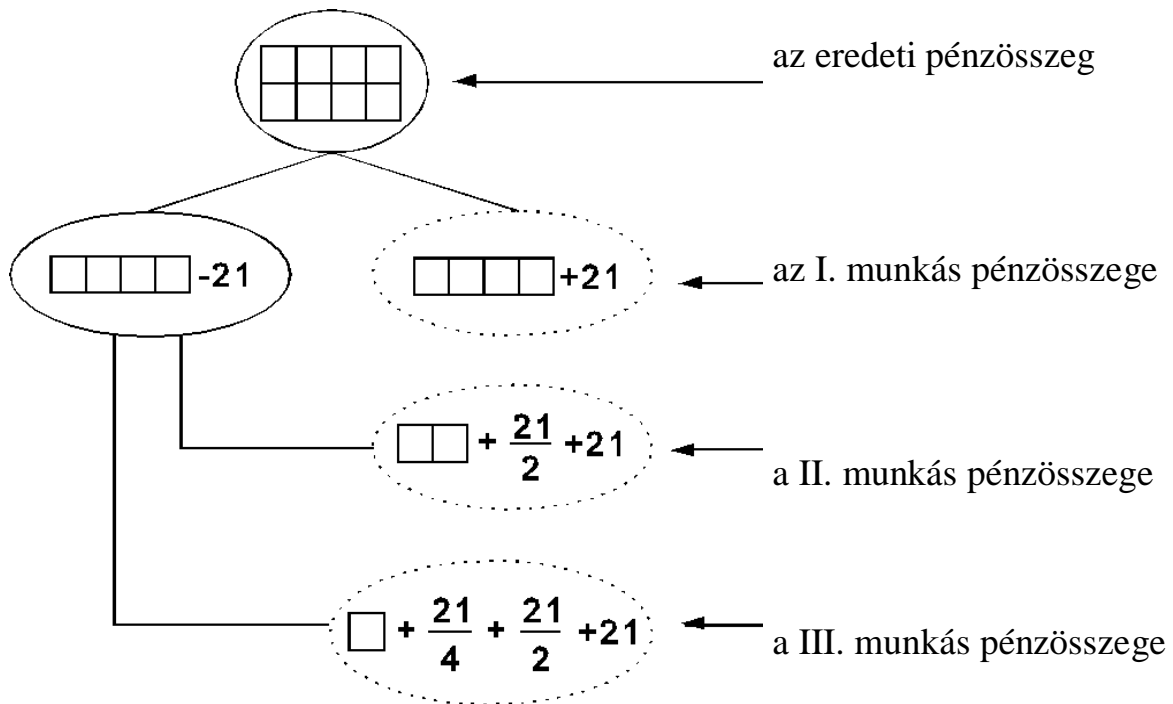
A mérlegelv alapján rendre megkapjuk, hogy

$$\bullet = 1 + \blacksquare, \text{ ezért } 10 \times \blacksquare + 2 = 9 \times \blacksquare + 9, \text{ ahonnan } \blacksquare = 7 \text{ és így } \bullet = 8.$$

Tehát az eredeti pénzösszeg  $\square = 10 \times 8 + 1 = 81$  ezer tallér.

A gráf rajza alapján egy fiú  $1 + 8 = 7 + 2 = 9$  ezer tallért kapott, ezért a  $81\,000 : 9\,000 = 9$  alapján az apának 9 fia volt.

**5. feladat:** Három munkás egy munkáért kapott pénzösszeget így osztotta el egymás között: az első az összeg felét és még 21 ezer tallért, a második az első pénzösszegének felét és még 21 ezer tallért, a harmadik pedig a második pénzösszegének felét és 21 ezer tallért kapott. Hány tallért kapott külön-külön mindegyik munkás?

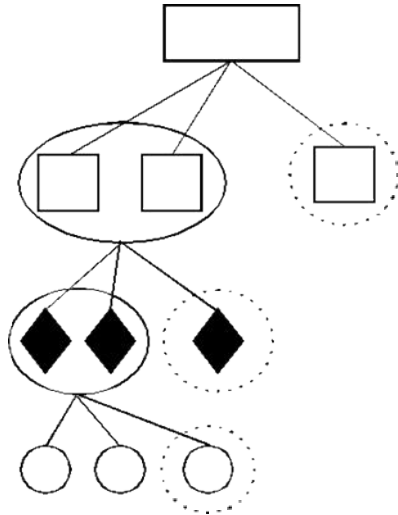


$$8 \times \square = \square + 2 \times \square + 4 \times \square + 3 \times 21 + 2 \times \frac{21}{2} + \frac{21}{4}, \text{ ahonnan } \square = 89\frac{1}{4}.$$

1. Az első munkás  $4 \times \left(89 + \frac{1}{4}\right) + 21 = 378$  ezer tallért kapott.
2. A második munkás  $2 \times \left(89 + \frac{1}{4}\right) + \frac{21}{2} + 21 = 210$  ezer tallért kapott.
3. A harmadik munkás  $89 + \frac{1}{4} + \frac{21}{4} + \frac{21}{2} + 21 = 126$  ezer tallért kapott.

Az eredeti pénzösszeg  $378 + 210 + 126 = 714$  ezer tallér volt.

**6. feladat:** Egy anya néhány almát rakott az asztalra, és azt mondta három fiának, hogy amikor hazajönnek az iskolából, osszák el egyenlően egymás közt. Először István érkezett haza, elvette az almák egyharmadát és elment. Utána Péter jött meg, elvette az asztalon maradt almák egyharmadát és elment. Végül megérkezett János, és ő is a megmaradt almák egyharmadát vette magához. Számítsátok ki, hány almát hagyott az anya az asztalon, ha János 4 almát vett el!



A téglalap az eredeti almamennyiséget jelöli.

Lefelé haladva a szaggatott vonallal bekeregetett alakzatok rendre István, Péter és János almarészét jelölik.

A fagrafról leolvasható, hogy  $\bigcirc = 4$ ,

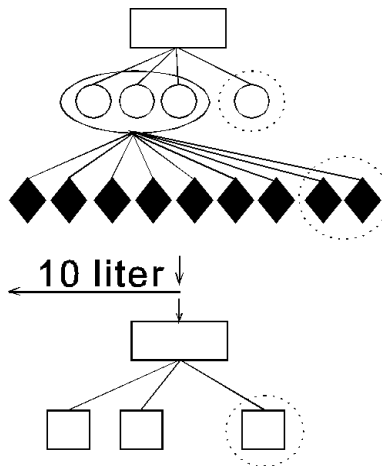
$\blacklozenge\blacklozenge = \bigcirc\bigcirc\bigcirc = 12$ , így  $\blacklozenge = 6$ .

$\square\square = \blacklozenge\blacklozenge\blacklozenge = 18$ , ezért  $\square = 9$ .

Végül  $\square\square\square = \square\square\square = 27$ , ez éppen az eredeti almamennyiség.

**7. feladat:** Egy edényből először kivesszük tartalmának a negyedét, másodszer a maradék két kilencedét és még 10 litert, harmadszor pedig a maradék harmadrészét. 40 liter folyadék marad az edényben. Hány liter folyadék volt eredetileg az edényben?

A feladatot szintén a fagráf és a mérlegelv kombinált alkalmazásával oldjuk meg. A téglalap az edényben lévő folyadékmennyiséget jelöli, a gráfról leolvashatók a műveletek eredményei, továbbá:  $\square\square = 40$  (liter), tehát  $\square = 20$  (liter), ezért egy  $\square = 60$  (liter).



Ehhez hozzáadjuk a 10 litert, így

$$7 \times \blacklozenge = 70 \text{ (liter),}$$

ezért  $\blacklozenge = 10$  (liter), így  $3 \times \bigcirc = 9 \times \blacklozenge = 90$  (liter).

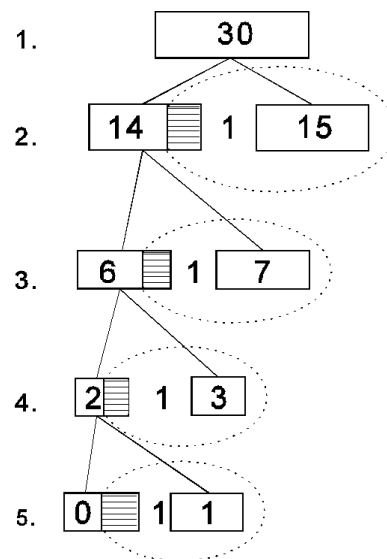
Tehát  $\bigcirc = 30$  (liter), ezért kezdetben az edényben  $4 \times 30 = 120$  liter víz volt.



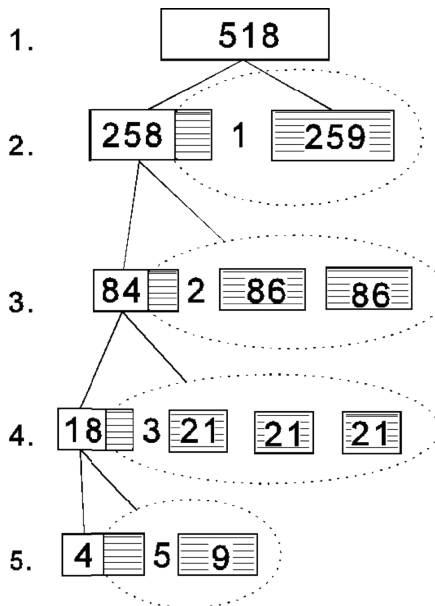
**8. feladat:** Egy tolvaj, miután zsákját teletömte, kifelé iszkolt egy narancsligetből. Ám szerencsétlenségére egy őrrrel találkozott. Hosszú alkudozások után az őr elengedte, de előbb a zsákmány felét és a tolvajéból egy narancsot megtartott magának. Szegény tolvajtól ugyancsak elpártolt a szerencse, mert még háromszor találkozott őrrrel, és mindegyik ugyanazt a büntetést szabta ki rá. Végül, mikor már messze járt a ligettől, megnézte, mennyi narancsa maradt, és keserűen állapította meg, hogy egy sem. Hány narancs volt eredetileg a tolvaj zsákjában?

A feladatot ajánlatos fagráffal megoldani, ezúttal alulról fölfelé haladva töltjük ki az ábra üres téglalapjait. Felülről lefelé haladva a szaggatott vonallal bekarikázott mennyiségek jelölik rendre az első, a második, a harmadik, illetve a negyedik őr által visszatartott narancsmennyiséget. A negyedszeri találkozás előtt a tolvajnak  $0 + 1 + 1 = 2$  narancsa volt, kitöltöttük a 4. sor téglalapjait.

A harmadszori találkozás előtt a tolvajnak  $2 + 1 + 3 = 6$  narancsa volt, kitöltöttük a 3. sort, és így tovább. Azt kapjuk, hogy eredetileg a tolvajnak 30 narancsa volt.



**9. feladat:** Egy kosárból kivesszük az almák felét és 1 almát, utána a meglévő almák kétharmadát és még 2 almát, ezután a meglévő almák háromnegyed részét é még 3 almát. Ha ezután a meglévő almák felét is elveszük és még öt almát, pontosan 4 alma marad a kosárban. Hány alma volt eredetileg a kosárban?



A megoldást szemléltető mellékelt fagrafon először az ötödik sorba beírjuk a 4-et, majd az  $5 + 4 = 9$  alapján az ötödik sor bevonalkázott téglalapjába a 9 kerül.

A  $2 \times 9 = 18$  alapján a negyedik sor fehér részébe kerül a 18, és mindegyik bevonalkázott téglalapba  $18 + 3 = 21$  kerül.

A  $4 \times 21 = 84$ ,  $84 + 2 = 86$ ,  $3 \times 86 = 258$ ,  $258 + 1 = 259$ ,  $2 \times 259 = 518$  műveletek alapján rendre kitölthetjük a 3., a 2., majd végül az 1. sor megfelelő téglalapjait.

**10. feladat:** Marika egy kosár virágot vitt a piacra. Először eladott 1 szál virágot és a megmaradt virágok felét, utána eladott 2 szál virágot és a meglevő virágok kétharmadát, majd eladott még 3 szál virágot és a meglevő virágok háromnegyed részét. Végül eladott még 5 szál virágot és a meglevő virágok felét, így pontosan 4 szál virág maradt a kosárban. Hány szál virágot vitt Marika eladni?

A feladat megoldását a mellékelt fagrafról olvashatjuk le.

A téglalapokat alulról fölfelé haladva, a

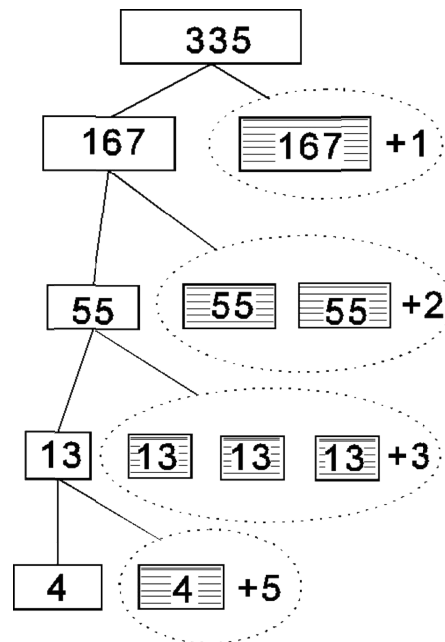
$$2 \times 4 + 5 = 13,$$

$$4 \times 13 + 3 = 55,$$

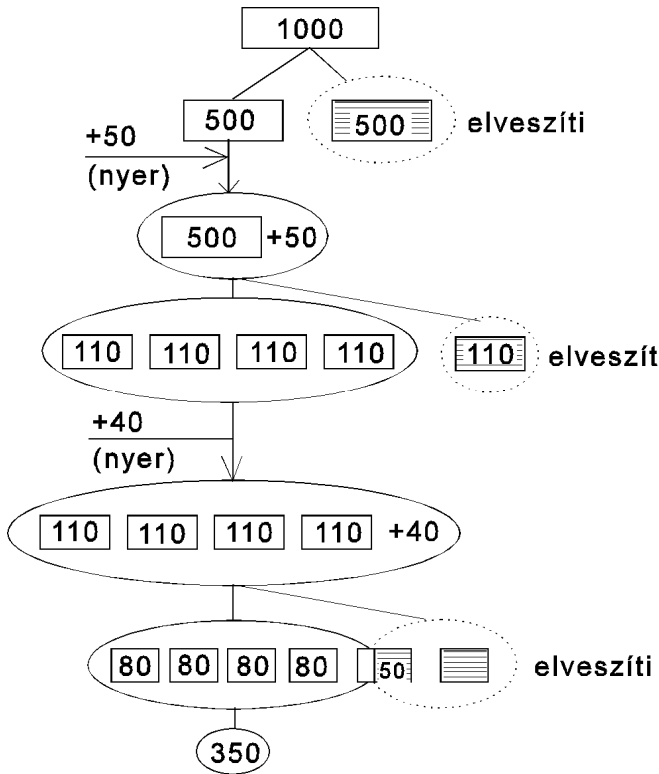
$$3 \times 55 + 2 = 167,$$

$$2 \times 167 + 1 = 335$$

műveletek alapján töltjük ki.



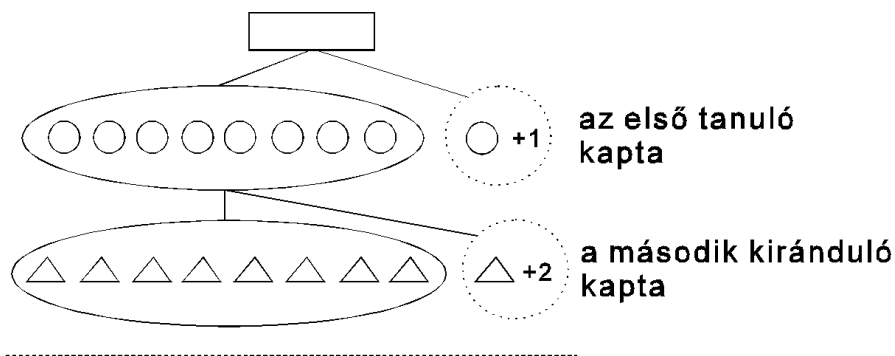
**11. feladat:** Egy kártyajátékos először elvesztette a pénze felét, majd nyert 50 tallért. Azután elvesztette meglévő pénzének egyötödét, majd nyert 40 tallért. Azután elvesztette meglévő pénzének hatodát és még 50 tallért, így 350 tallérja marad. Mennyi pénzzel ült le játszani?



A téglalapokat alulról fölfelé a következő számolások alapján töltjük ki:

$$\begin{aligned}
 350 + 50 &= 400, \\
 400 : 5 &= 80, \\
 6 \times 80 &= 480, \\
 480 - 40 &= 440, \\
 440 : 4 &= 110, \\
 5 \times 110 &= 550, \\
 550 - 50 &= 500, \\
 2 \times 500 &= 1000.
 \end{aligned}$$

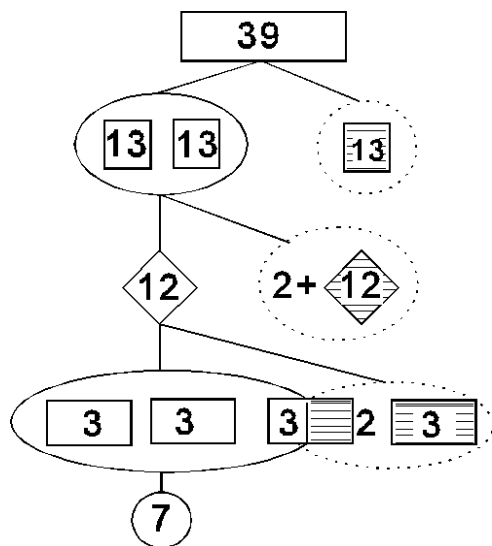
**12. feladat:** Egy kirándulócsoporthoz szilvát kapott uzsonnára. A kirándulás vezetője úgy osztotta szét a kirándulók között a szilvát, hogy az első kirándulónak ad egy szilvát és a megmaradt szilvák egy 9-ed részét, a másodiknak 2 szilvát és az így megmaradt szilvák 9-ed részét, a harmadik kirándulónak 3 szilvát és ismét a most megmaradt szilvák 9-ed részét, és így tovább. Az utolsó részt a kirándulásvezető magának tartotta meg. Csodálkozva látták, hogy mindegyikük egyenlően kapott a szilvák közül. Hány szilvát kapott a kirándulócsoporthoz uzsonnára? Hányan voltak? Hány szilvát kapott egy-egy kiránduló?



$$\begin{aligned} \bigcirc + 1 &= \blacktriangle + 2 \Rightarrow \bigcirc = \blacktriangle + 1, & 8 \times \bigcirc &= 9 \times \blacktriangle + 2, \\ \text{ezért } 8 \times \blacktriangle + 8 &= 9 \times \blacktriangle + 2, & \text{ahonnan } 6 &= \blacktriangle, \text{ így } \bigcirc = 7. \end{aligned}$$

Tehát  $1 + 7 = 8$  szilvát kapott mindegyik kiránduló, és összesen  $9 \times \bigcirc + 1 = 64$  szilva volt. Mivel  $64 \text{ szilva} : 8 \text{ szilva} = 8$ , ezért 8-an voltak a kirándulók.

**13. feladat:** Egy turistacsoport 4 napos gyalogtúrára indult. Az első nap megtette a tervezett út hosszának harmadát. A második nap megtett 2 km-t és a megmaradt út felét, a harmadik nap a hátramaradt út negyedét és még 2 km-t. A negyedik napon még 7 km-t kellett gyalogolniuk. Hány km hosszú a tervezett út, és hány km-t gyalogoltak naponta?



Az elvégzendő műveletek:

$$7 + 2 = 9,$$

$$9 : 3 = 3,$$

$$4 \times 3 = 12,$$

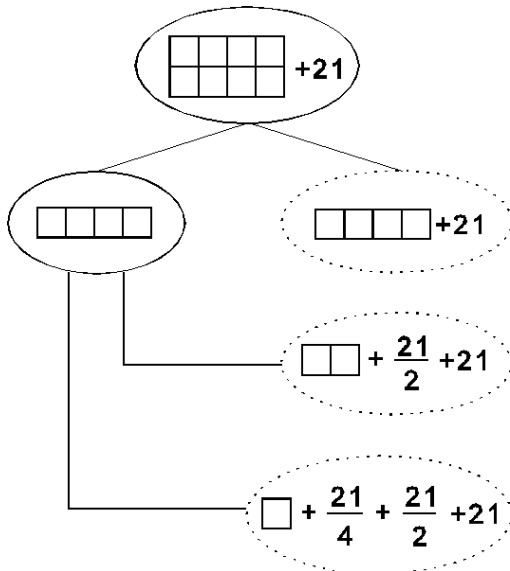
$$2 + 12 = 14,$$

$$14 + 12 = 26,$$

$$26 : 3 = 13,$$

$$3 \times 13 = 39$$

**14. feladat:** Három munkás egy bizonyos munkáért a kapott pénzösszeget így osztotta el egymás között: az első kap 21 ezer tallért és a hátramaradt összeg felét, a második az első pénzösszegének fele részét és még 21 ezer tallért, a harmadik pedig a második pénzösszegének felét és még 21 ezer tallért kapott. Hány tallért kaptak a munkások külön-külön?



A mérlegelv alapján

$$4 \times \square = 3 \times \square + \frac{21}{4} + 2 \times \frac{21}{2} + 2 \times 21 \square =$$

$$= 63 + \frac{21}{4} = 63 + 5\frac{1}{4} = 68\frac{1}{4}.$$

Az összeg  $\left(64 + \frac{1}{4}\right) \times 8 = 567$  (ezer tallér).

Az I. munkás  $4 \times \left(64 + \frac{1}{4}\right) = 294$  ezer tallért kap.

Az II. munkás  $2 \times \left(64 + \frac{1}{4}\right) = 168$  ezer tallért kap.

A III. munkás  $68 + \frac{11}{2} + \frac{21}{2} + 21 = 105$  ezer tallért kap.