

Százalék, ötvözet, keverék számolás

- 1) Egy pár cipő ára 270 Lei. Mivel nagyon fogyott, megemelték az árát 20%-kal. De így már nem fogyott annyira és úgy döntöttek, hogy leszállítják az árát 20%-kal. Mennyi lett a cipő új ára, és ez az ár hány százaléka az eredeti árnak?

Megoldás: $270 \times 20 / 100 = 54$ leit emelkedett a cipő ára, ami 324 lei lett. Ennek a 20%-a $324 \times 20 / 100 = 64,8$ tehát az cipő új ára $324 - 64,8 = 259,2$ lei. A százalékos arány kiszámítása céljából:

270 lei.....100%
259,2 lei.....x % ahonnan $x = 96 \%$.

- 2) Egy boltban egy pár cipő 240 Leibe került. Mivel nem fogyott, ezért leszállították az árát 20%-kal. Ellenben így sem fogyott, így megint leszállították az árát 10%-kal. Egy másik boltban is volt éppen ilyen cipőmodell, és azok úgy döntöttek, hogy egyből leszállítják az árát 30%-kal. Melyik cipős boltban érdemesebb vásárolni a cipőt, az első, vagy a második boltban?

Megoldás: Az első boltban a cipő $240 \times 20 / 100 = 48$ lejjel lett olcsóbb, tehát $240 - 48 = 192$ lei lett, majd a második árcsökkenés után $192 \times 10 / 100 = 19,2$ lejt esett az ára, ezért a cipő 172,8 leibe kerül. A második boltban $240 \times 30 / 100 = 72$ leit esett a cipő ára, ezért ez 168 leibe került, és olcsóbbba kerül, mint az első boltban.

- 3) Egy akciós leértékeléskor az egyik áru árát 20%-kal leértékelték. Hány százalékkal kell felemelni az akció végén, hogy ismét az eredeti áron adhassák el?

Megoldás: Az x lej értékű áru 20%-kal leértékelve $0,8x$ lejbe kerül. Ahhoz, hogy újra x lej legyen az ára, $0,2x$ lejjel kell megemelni az árát, ami az akciós ár 25%-a. (hármasszabállyal: a $0,8x$ az 100%, akkor a $0,2x$ az 25%).

- 4) Két szám összege 2250. Az egyiknek a 12%-a egyenlő a másikkal a 18%-ával. Melyik ez a két szám? Oldd meg a feladatot egyenlettel és egyenlet rendszerrel is! (E= 1350 és 900).
- 5) Egy italbolt vezetője tiszta bort vásárol, amit vízzel hígít, hogy eladja. A borhoz 10% vizet tesz, és a keveréket 10%-kal adja többért mint amennyiért a bort vette. Hány százalék a haszna?

Megoldás: Legyen x a kezdeti bor mennyiség és y a literenkénti ára. Ezt a mennyiséget eladva az összbevétele xy lei. Másfelől, a vizet hozzáöntve, a

bormennyiség $(x+0,1x)=1,1x$ liter lesz, amelynek a literenkénti ára $(y+0,1y)=1,1y$ lej lesz. Tehát az összbevétel ebben az esetben $1,1x \cdot 1,1y = 1,21xy$ vagyis 21% a haszon.

- 6) Egy dinnye tömege 10 kg, és 99%-a víz. Két nap múlva újra megmérték a dinnye víztartalmát és azt találták, hogy csak 98%-a víz. Mennyi ekkor a gyümölcs tömege?

Megoldás: Az elején a 10 kg dinnye = 990 dkg víz + 10 dkg szárazanyag. A száradás után amikor 98% víz maradt, akkor a 10 dkg már 2%-ot jelent, így hármasszabállyal a teljes mennyiség ennek az 50 szerese, vagyis 5 kg.

- 7) Mennyi vízben kell feloldani 400 g sót ahhoz, hogy a sóoldat töménysége 4 %-os legyen?

Megoldás: A töménység fogalmát kell tisztázni. A 4%-os sóoldat azt jelenti, hogy 100 g oldatban 4 g só van. Felírjuk a hármasszabályt:

4 g só.....96 g víz

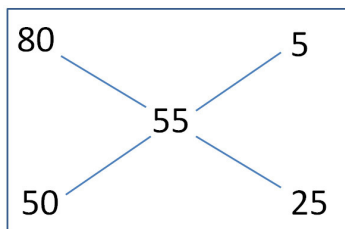
400 g só.....x g víz

ahonnan $x = 9600$ g vízben kell feloldani, vagyis 9,6 l vízben.

- 8) 3 liter 80%-os oldathoz hány liter 50%-os oldatot kell öntenünk, hogy 55%-os töménységű oldatot kapjunk?

1. **Megoldás:** A 3 liter 80%-os oldalt azt jelenti, hogy az első oldatban $3 \times 0,8 = 2,4$ liter az oldott anyag. A második oldat mennyiségét jelöljük x-el. Ebben az oldott anyag: $0,5 x$ liter. Az összeöntés után $3+x$ liter oldat lesz, amiben az oldott anyag $(3+x) \times 0,55$ liter. Tehát: $2,4 + 0,5 x = (3+x) \times 0,55$ ahonnan $x = 15$ liter.

2. **Megoldás:** A téglalap szabályt alkalmazzuk. Középre beírjuk a kért koncentrációt, bal felöl pedig a két összekeverendő koncentrációt, jobboldalt ezekből kivonjuk az 55-öt, és a két szám aránya a keverési arány.



$$\frac{5}{25} = \frac{3}{x} \quad \text{ahonnan } x = 15 \text{ liter.}$$

3. **Megoldás:** A feladatot megoldjuk a súlyozott középarányosokkal, miszerint:

$$c = \frac{m_1 \times c_1 + m_2 \times c_2}{m_1 + m_2}$$

Esetünkben $c=55$, $m_1=3$, $c_1=80$; $m_2=x$ és $c_2=50$ tehát

$$55 = \frac{3 \times 80 + 50 \times x}{x + 3}$$

ahonnan $x=15$ liter. Ez a képlet 2-nél több anyag keverésére is alkalmas.

- 9) Összevegyítenek 5 liter 3° C-os és 7 liter 15° C-os vizet. Határozzuk meg a kapott keverék hőmérsékletét.

Megoldás: Vesszük a súlyozott aritmetikai közép képletét: $c = \frac{5 \cdot 3 + 7 \cdot 15}{5 + 7} = \frac{120}{12} = 10$ ($^\circ$ C)

- 10) Összevegyítenek 5 kg 18 lej/kg-os, 10 kg 15 lej/kg-os és 15 kg 10 lej/kg-os cukorkát. Hány lejbe fog kerülni a keverékből 1 kg?

Megoldás: A súlyozott számtani középárányos szerint: $c = \frac{m_1 \times c_1 + m_2 \times c_2 + m_3 \times c_3}{m_1 + m_2 + m_3}$

$$c = \frac{5 \times 18 + 10 \times 15 + 15 \times 10}{5 + 10 + 15} = 13 \text{ lej.}$$

- 11) Hány kg 400 lej/kg-os búzát kell összekeverni 6 kg 550 lej/kg-os búzával, hogy a keverék ára 450 lej/kg legyen?

1. **Megoldás:** Megoldjuk először a súlyozott középárányos képletével:

$$\frac{x \cdot 400 + 6 \cdot 550}{x + 6} = 450$$

$$x \cdot 400 + 3300 = (x + 6) \cdot 450$$

$$x \cdot 400 + 3300 = 450x + 2700$$

$$50x = 600$$

$$x = 12$$

Tehát a 400 lej/kg-os búzából 12 kg-ot kell összevegyíteni.

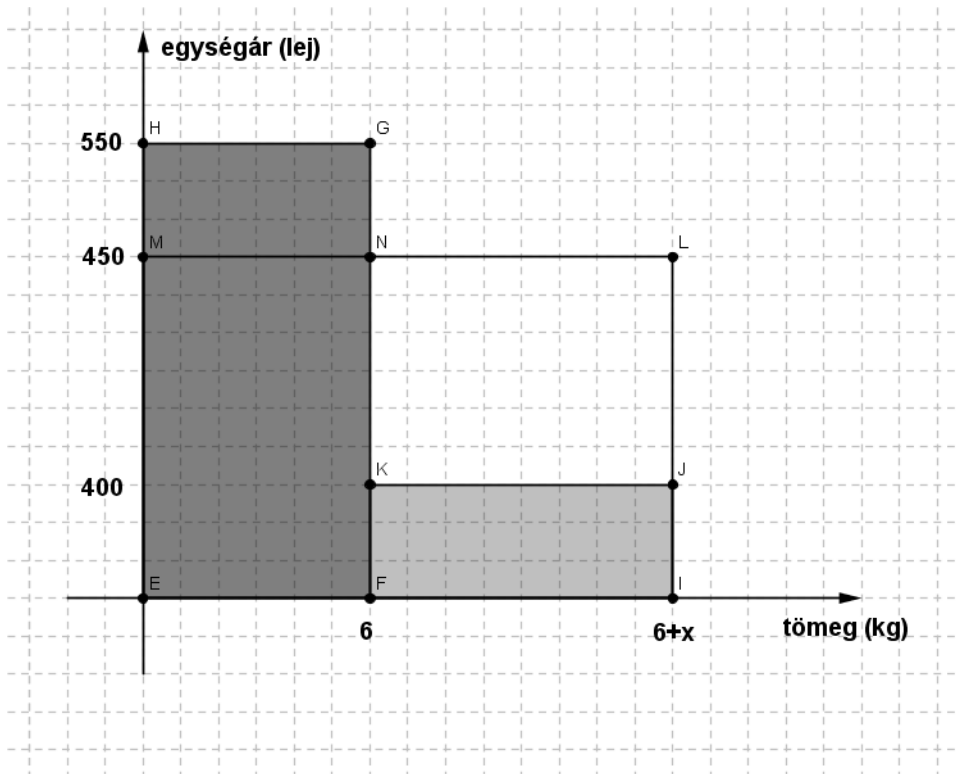
2. **Megoldás:**

Megoldjuk a feladatot a **téglalap módszerrel**.

A téglalap módszer lényege az, hogy a feladatban szereplő mennyiségek bizonyos jellemzőit téglalapokkal ábrázoljuk.

Felhasználjuk, hogy ezen téglalapok területe egyenlő kell legyen, illetve területeik összeg egyenlő kell legyen egy másik téglalap területével.

Ebben a feladatban az egyes búzamennyiségek árát fogjuk téglalappal ábrázolni.



Az ábrán a 400 lej/kg búza x kg-jának árát ábrázolja az FIJK téglalap területe.

Az 550 lej/kg búza 6 kg-jának árát ábrázolja az EFGH téglalap területe.

Az összbúzamennyiség $(6 + x)$ kg) árát jelöli az EILM téglalap területe.

Mivel a kétféle búza összára egyenlő kell legyen a keverék búza árával, kapjuk, hogy:

$$T_{FIJK} + T_{EFGH} = T_{EILM}$$

Mivel ezek a területek egy része fedi egymást, innen kapjuk, hogy a KJLN téglalap területe egyenlő kell legyen az MNGH téglalap területével.

Felírjuk a területeket:

$$T_{KJLN} = x \cdot (450 - 400)$$

$$T_{MNGH} = 6 \cdot (550 - 450)$$

A kapott egyenlet jóval egyszerűbb, mint amit a súlyozott középarányosnál kaptunk.

$$50 \cdot x = 600$$

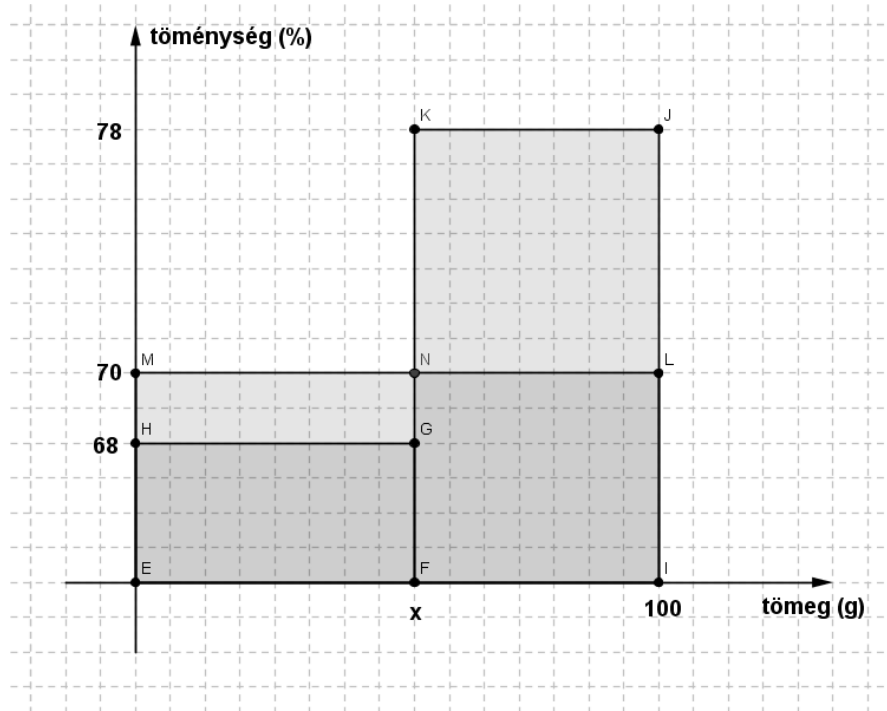
$$x = 12.$$

12) 68 %-os és 78 %-os kénsav oldatunk van. Milyen arányban kell kevernünk ezeket és melyikből mennyire van szükség ahhoz, hogy 100 g 70 %-os oldatot nyerjünk?

1. Megoldás:

A feladatot először téglalap módszerrel oldjuk meg, aztán ellenőrzésképpen súlyozott középárányossal is.

Az ábrán: T_{EFGH} = a 68%-os kénsav mennyisége T_{FIJK} = a 78%-os kénsav mennyisége
 T_{EILM} = az összekevert mennyiség



$$T_{EFGH} + T_{FIJK} = T_{EILM} \Rightarrow T_{HGNM} = T_{NLJK} \Rightarrow (70 - 68) \cdot x = (100 - x) \cdot (78 - 70) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2x = (100 - x) \cdot 8 \Rightarrow 2x = 800 - 8x \Rightarrow 10x = 800 \Rightarrow x = 80$$

Tehát a 68%-os kénsavból 80 g szükséges, a 78%-osból 20 g.

2. **Megoldás:** alkalmazzuk a súlyozott számtani közép képletét, miszerint

$$\frac{x \cdot 68 + (100 - x) \cdot 78}{100} = 70 \Rightarrow 68x + 7800 - 78x = 7000 \Rightarrow 800 = 10x \Rightarrow x = 80$$

Feladatok

1. Két rekeszben összesen 90 kg alma van. Mennyi alma van az egyes rekeszekben, ha az első rekesz almáinak 25 %-a ugyanannyi, mint a második rekesz almáinak 20 %-a.
2. Két munkás együtt 1720 alkatrészt készített el. Hány alkatrészt készítettek külön-külön, ha a második munkás 15%-kal többet készített, mint az első
3. Egy iskolában a tanulók 60%-a általános iskolás. A líceumi tanulók 45%-a fiú. A líceumi lányok 50%-a sportol. Hány tanulója van az iskolának, ha 99 líceumi sportoló lány jár ide?

4. Egy 70 cm tő szélén cölöpöt vernek le a csónakok kikötéséhez. A cölöp $\frac{3}{5}$ -e mélyül az iszapba, 20%-a kilátszik a vízből. Milyen hosszú a cölöp?
5. Két szám összegének a 40%-a megegyezik a két szám különbségével. Melyik ez a két szám?
6. Kati betett a bankba 720 lejt, egy évre rá kivett 250 lejt. Tudva azt, hogy az éves kamat 48%, számítsuk ki, mennyi pénze lesz a bankban két év múlva.
7. Egy díjazás alkalmával egy pénzösszeget négy tanuló között osztottak szét. Az első tanuló kapta az összeg 35%-át, a másik három tanuló pedig a 6, 5 és 4 számokkal egyenesen arányos pénzösszegeket kapott. Ha az első és második tanuló által kapott pénzösszegek különbsége 151,2 lej, határozzuk meg a díjazáskor kiosztott teljes összeget, valamint, hogy mennyi pénzt kaptak a tanulók külön-külön.
8. Összevegyítenek 5 kg 18 lej/kg-os cukorkát 10 kg 15 lej/kg-os cukorkával. Hány lejbe kerül a keverék cukorka egy kg-ja?
9. Összevegyítenek 4 l 80°-os alkoholt, 2,5 l 75°-os alkoholt és 6 l 70°-os alkoholt. Hány fokos lesz az így kapott keverék?
10. Összeolvasztanak egy 0,830 finomságú és egy 0,750 finomságú ötvözetet, így 1260 g 0,810 finomságú ötvözetet nyerve. Milyen tömegű ötvözeteket kellett összeolvasztani?
11. Van egy 48%-os és egy 60%-os oldatunk. Mennyit kell összekeverni ezekből, hogy 10 kg 50%-os oldatot kapjunk?
12. Egy sóoldat tömege 1650 g, töménysége 18%.
- a.) Mennyi vizet kell belekeverni, hogy a töménysége 11 %-os legyen?
- b.) Mennyi sót kell belekeverni, hogy a , hogy az oldat töménysége 24%-os legyen?
13. Egy halálraítélt esélyt kapott a királytól. Ide figyelj, mondta neki a király. Itt van 20 egyforma pohár. Tízben tiszta víz, tízben pedig mérge van. Külsőre nem lehet őket megkülönböztetni. Itt van ugyanakkor két asztal. Helyezd el a poharakat az asztalokon úgy, ahogyan akarod. Én bevezetem a vak szolgám, ő kiválaszt találomra egy poharat, és te kiiszod annak a tartalmát. Hogy helyezze el a poharakat a halálraítélt, és mennyi lesz így a túlélési esélye százalékban?

Megoldás: Az egyik asztalra tegyen 1 pohár vizet, a másikra tegye a 19 poharat. Ha a szolga az első asztalhoz megy, akkor a halálraítélt biztosan megmenekül. Ha a második asztalhoz megy, akkor még mindig van $\frac{9}{19}=47,36\%$ esélye a túlélésre. A teljes túlélési esély: $0,5 \times 1 + 0,5 \times \frac{9}{19} = 73,68\%$.