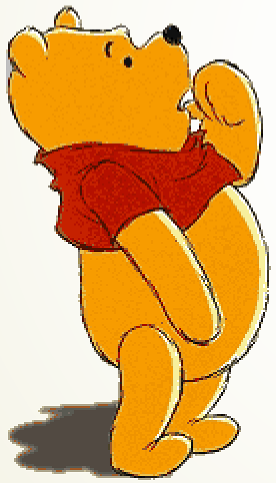
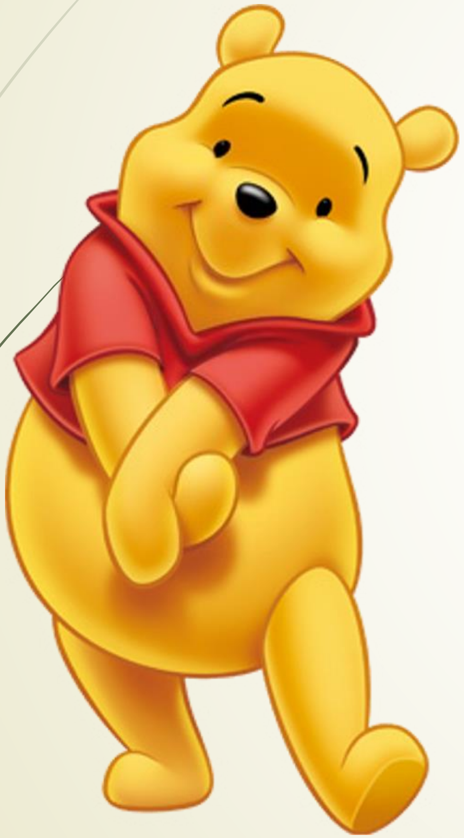
Micimackó meséje a IX. osztályosoknak!
3. Lecke

Másodfokú egyenlőtlenségek megoldása



- Készítette: Tuzson Zoltán, tanár

A másodfokú egyenlőtlenség alakja:



$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$ax^2 + bx + c < 0$$

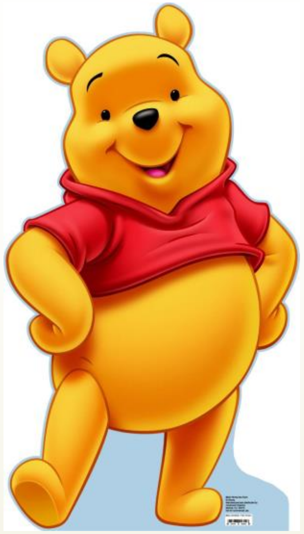
$$ax^2 + bx + c \geq 0$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

Minden másodfokú egyenlőtlenséget

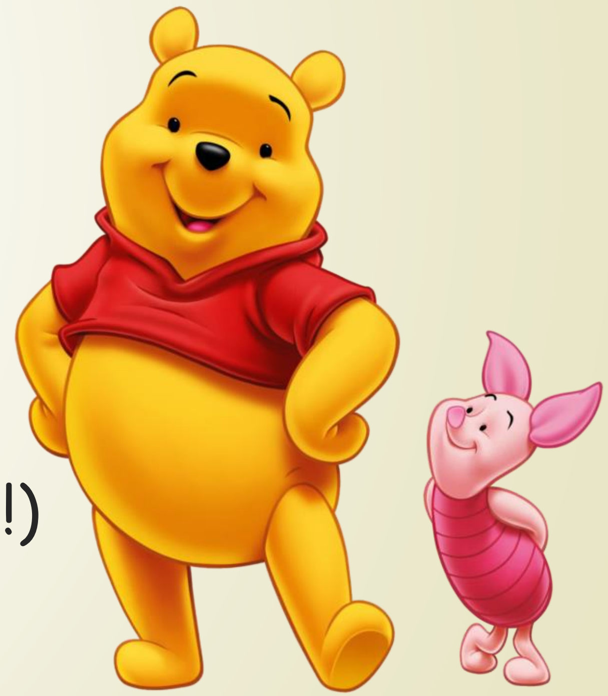
csak előjel táblázattal oldunk meg

(lásd az előző részben!)



A másodfokú egyenlőtlenség megoldásának a lépései

1) Felírjuk az $ax^2 + bx + c = 0$ egyenletet.
2) Kiolvassuk az együtthatókat: $a = ?,\ b = ?,\ c = ?$
3) Kiszámoljuk: $\Delta = b^2 - 4ac$
4) Kiszámoljuk a gyököket: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
5) Elkészítjük az előjeltáblázatot (lásd az előző lecke!)
6) Az előjeltáblázatból kiolvassuk a megoldást!



1. *példa*

Oldjuk meg:

$$x^2 - 3x + 2 \leq 0$$

$a = 1 > 0 \qquad b = -3 \qquad c = 2 \qquad \Delta = 1 > 0$

$x_1 = 1 \qquad x_2 = 2$

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$		+ + + + + +	0	- - - - - - - - - - - -	0	+ + + + + + + + +	

$$M:\ x \in [1, 2]$$

2. példa

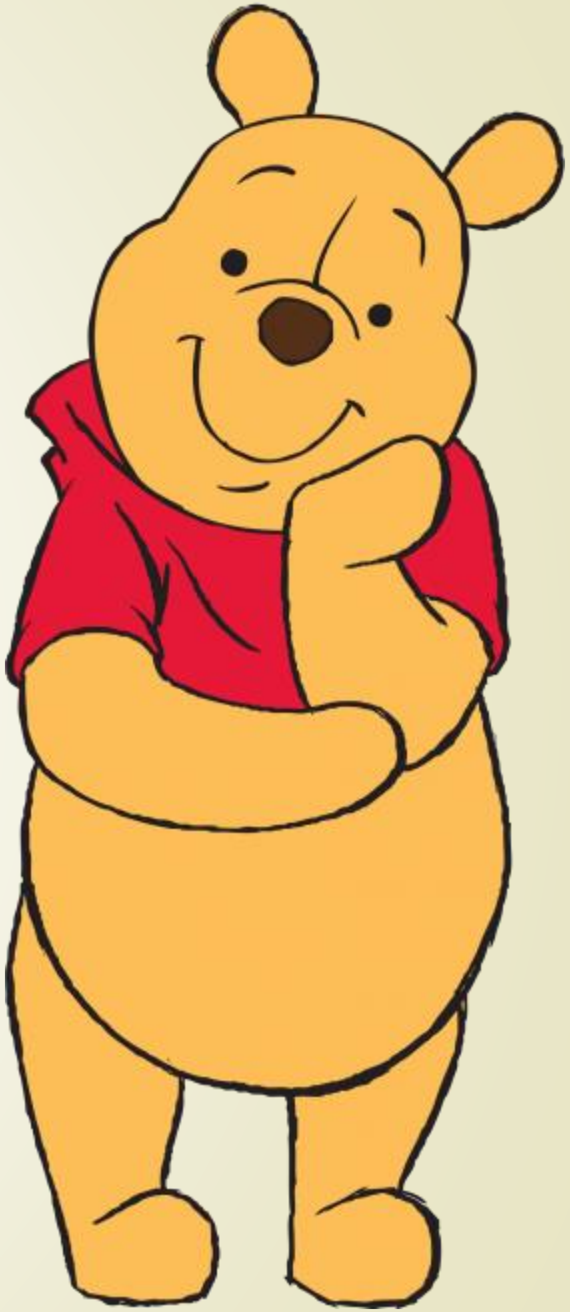
Oldjuk meg: $-x^2+5x-6<0$

$a=-1<0 \qquad b=5 \qquad c=-6 \qquad \Delta=1>0$

$x_1=2 \qquad x_2=3$

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f(x)$		$\underbrace{- - - - - - - - - - -}$	0	$+ + + + + + + +$	0	$\underbrace{- - - - - - - - - - - - - - - -}$	

$$M:\ x\in(-\infty,2)\cup(3,+\infty)$$



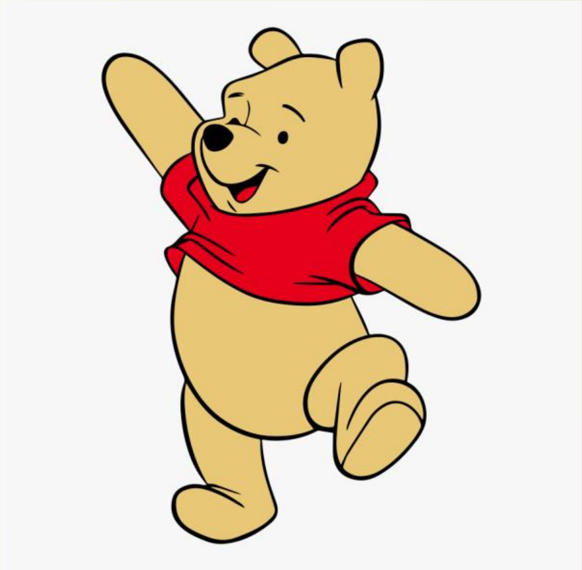
3. *példa*

Oldjuk meg: $x^2 - 2x + 1 > 0$

$a = 1 > 0 \qquad b = -2 \qquad c = 1 \qquad \Delta = 0$

$$x_1 = x_2 = 1$$

$$\begin{array}{l|l} x & -\infty \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 1 \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ +\infty \\ f(x) & \underbrace{+ + + + + + + + + + + +}\ 0\ \underbrace{+ + + + + + + + + + + + +} \end{array}$$



$$M:\ x \in (-\infty, 1) \cup (1, +\infty) = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

4. *példa*

Oldjuk meg: $x^2 + 2x + 1 \leq 0$

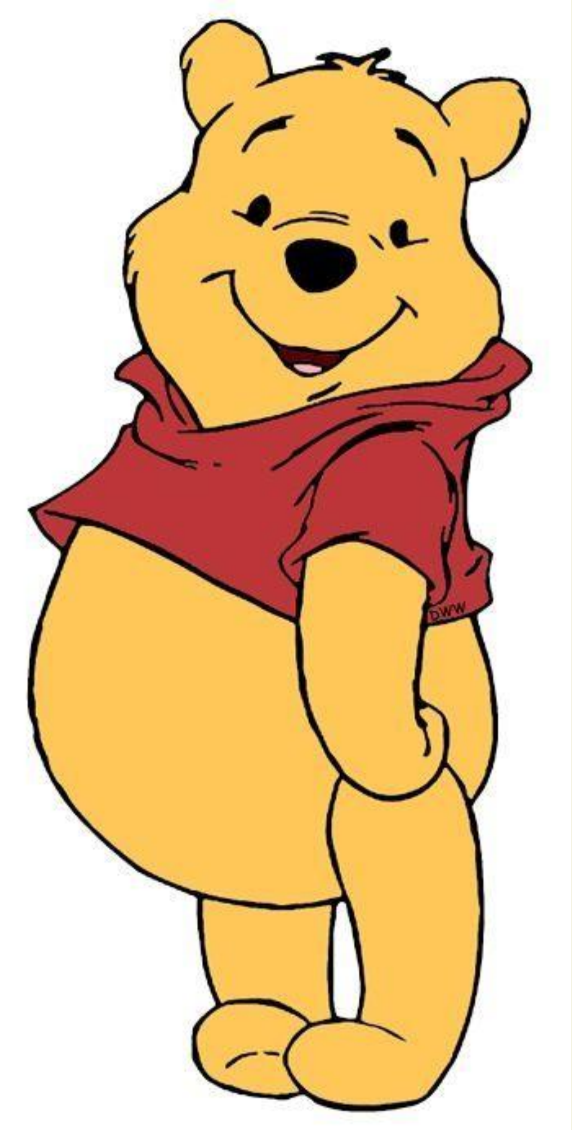
$a = 1 > 0 \qquad b = 2 \qquad c = 1 \qquad \Delta = 0$

$$x_1 = x_2 = -1$$

$$x \,|\, -\infty \_\_\_\_\_\_\_\_ -1 \_\_\_\_\_\_\_\_ +\infty$$

$$f(x) \,|\, + + + + + + + + + + + +\ \ \underset{csak\ ez}{0}\ \ + + + + + + + + + + + + +$$

$$M:\ x \in \{-1\} \text{ vagy } x = -1$$



5. *példa*

Oldjuk meg: $-x^2+4x-4>0$

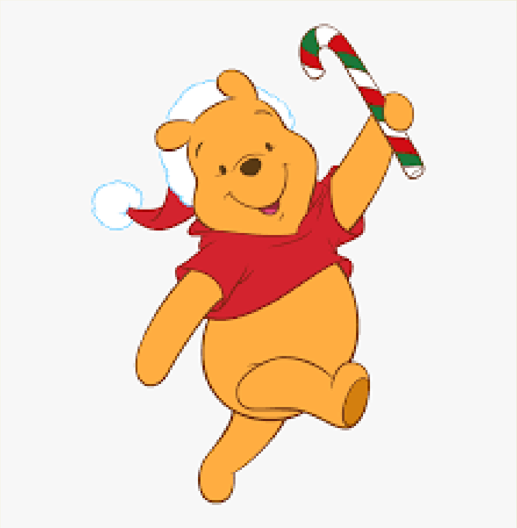
$a=-1<0 \quad b=4 \quad c=-4 \quad \Delta=0$

$$x_1=x_2=2$$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	

Nincsen sehol + jel ezért:

$$M:\ x\in\varnothing$$



6. *példa*

Oldjuk meg: $x^2 - x + 1 \geq 0$

$a = 1 > 0 \qquad b = -1 \qquad c = 1 \qquad \Delta = -3 < 0$

$$x_1, x_2 \notin \mathbb{R}$$

$$\begin{array}{c|l}
x & -\infty \text{____} +\infty \\
f(x) & \underbrace{+\,+}_{M}
\end{array}$$

$$M: \; x \in (-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$$

7. *példa*

Oldjuk meg: $-x^2 + x - 1 > 0$

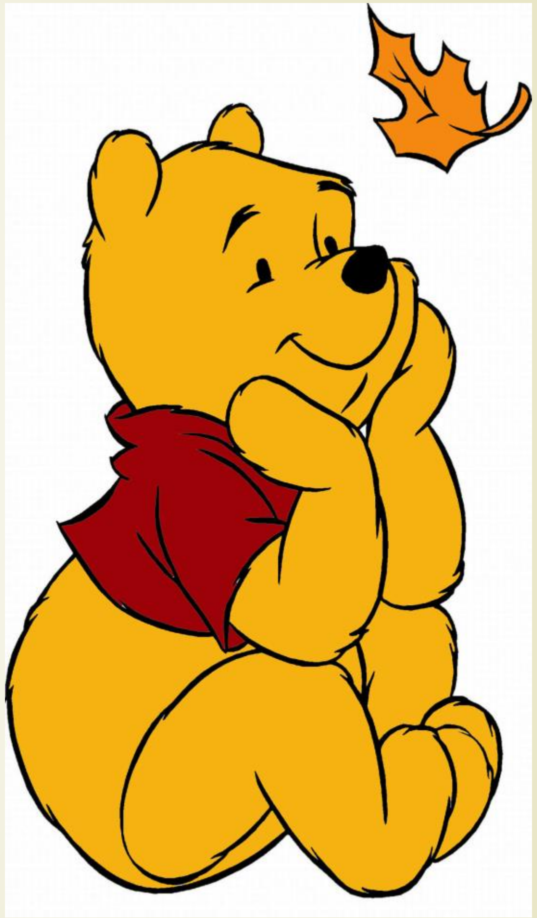
$a = -1 < 0 \quad b = 1 \quad c = -1 \quad \Delta = -3 < 0$

$$x_1, x_2 \notin \mathbb{R}$$

x	$-\infty$ ______________________________ $+\infty$
$f(x)$	- -

Nincsen sehol + jel, ezért:

$$M:\ x \in \emptyset$$



Kitűzött feladatok I.

- Oldjuk meg a következő másodfokú egyenlőtlenségeket:

1) $x^2 + 2x - 3 \geq 0$

2) $2x^2 + x - 1 < 0$

3) $-x^2 + x + 2 > 0$

4) $-3x^2 + 2x + 1 \leq 0$

5) $x^2 + 2x + 1 > 0$

6) $4x^2 + 4x + 1 \leq 0$

7) $-x^2 + 6x - 9 \geq 0$

8) $-4x^2 + 4x - 1 < 0$

13) $x^2 + 2x < 0$

14) $2x^2 - 1 \geq 0$

15) $-x^2 - 2 \leq 0$

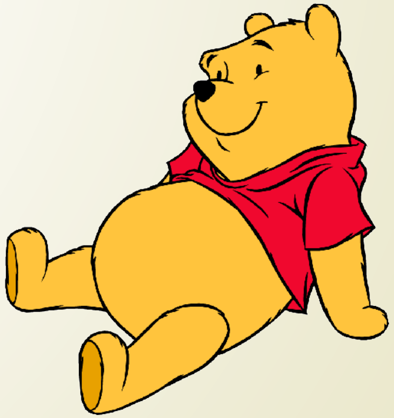
16) $-3x^2 + 2x > 0$

9) $x^2 + x + 1 \geq 0$

10) $2x^2 + 2x + 1 < 0$

11) $-x^2 + 6x + 9 \leq 0$

12) $-2x^2 + 2x - 1 > 0$



Kitűzött feladatok II.

- 1) Milyen p valós paraméter esetén van az alábbi egyenletnek egy valós megoldása?

  a) $x^2-2px+p=0$ b) $x^2-px+p+3=0$ c) $x^2+px-2=0$ d) $px^2+4x+p-3=0$

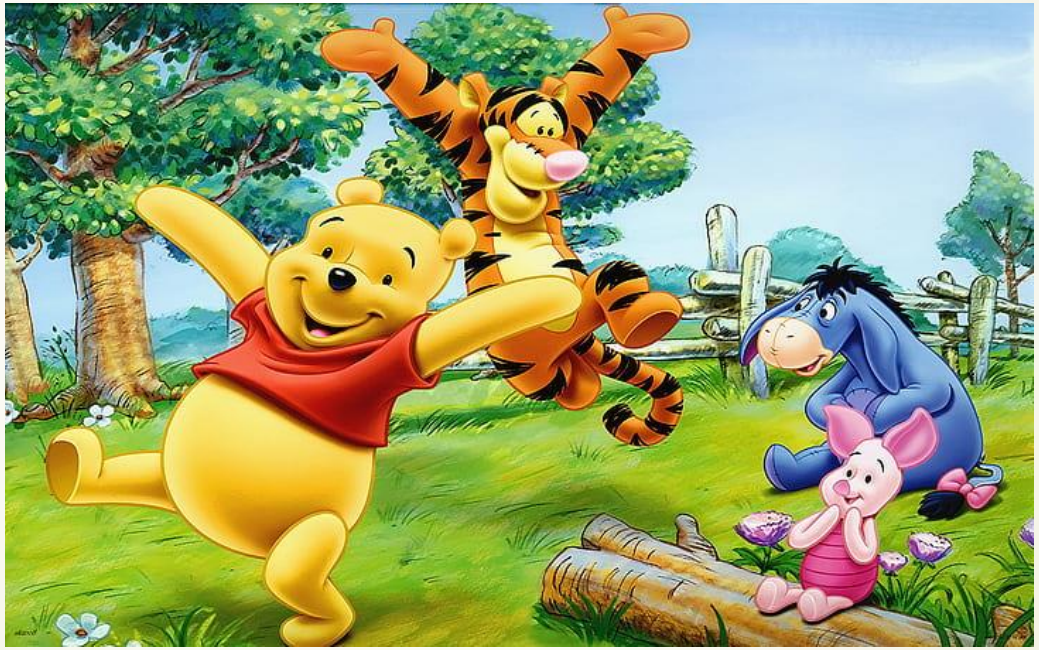
- 2) Milyen p valós paraméter esetén nincs valós megoldása az alábbi egyenletnek?

  a) $x^2+px-p-2=0$ b) $x^2+px+2p-3=0$ c) $x^2+(p+2)x-p+1=0$ d) $x^2-2px+3p^2+1=0$

- 3) Milyen p valós paraméter esetén van az alábbi egyenletnek két különböző valós megoldása?

  a) $x^2-(p+3)x-3p+7=0$ b) $x^2+(p+5)x-2p+2=0$ c) $x^2+(p-2)x-1=0$ d) $px^2+(p+8)x-1=0$

Megoldottam!



Köszönöm a figyelmet!