

## Haladványok

- 1) Számtani haladvány tagjai-e a következő számok: ..., 681, 712, 743,...?  
Mennyi a haladvány következő tagja? A 2014 tagja-e a sorozatnak?
- 2) Számtani haladványban vannak-e a következő sorozat tagjai?
  - a)  $a_n = 4n - 1$
  - b)  $a_n = n^2 - n$
- 3) Egy számtani haladványról tudjuk, hogy:  $b_1, b_2, 15, 21, 27, b_6, b_7, \dots, b_{2013}, \dots$ .  
Írjuk be a hiányzó tagokat!
- 4) Egy számtani haladványban  $a_{17} = 49$  és  $a_{51} = 151$ . Számítsuk ki  $a_{101} = ?$
- 5) Határozzuk meg a számtani haladvány első 100 tagjának az összegét, ha  $a_1 = -1$  és  $r = 5$ !
- 6) Határozzuk meg a következő számtani haladvány első 2013 tagjának az összegét:  
2, 5, 8, 11, 14, ...
- 7) Számítsuk ki:
  - a)  $1+4+7+\dots+298+301=?$
  - b)  $(x+1)+(x+4)+\dots+(x+28) = 155$
  - c)  $(3x+6)+(3x+11)+\dots+(3x+71) = 635$
- 8) Határozzuk meg a számtani haladvány első 20 tagjának az összegét, ha:  
$$a_6 + a_9 + a_{12} + a_{15} = 20$$
- 9) Határozzuk meg az x, y értékét úgy, hogy az x+2012, x+y, x+2014 számok számtani haladványban legyenek!
- 10) Mértani haladvány tagjai-e a következő számok: ..., 1001, 11011, 121121, ...
- 11) Mértani haladványban vannak-e a következő sorozat tagjai:
  - a)  $b_n = 2(5^n - 1)$
  - b)  $b_n = n^2 - 1$
- 12) Egy mértani haladványról tudjuk, hogy:  $b_1, b_2, 18, 54, 162, b_6, b_7, \dots$   
Írjuk be a hiányzó tagokat!
- 13) Egy mértani haladványról tudjuk, hogy  $b_{11} = 3072$  és  $b_7 = 192$ . Mennyi  $b_{101} = ?$
- 14) Határozzuk meg a mértani haladvány első 101 tagjának az összegét, ha :  
2, 6, 18, 54, 162, ...
- 15) Számítsuk ki a következő összeget:  $S = 1 - 2 + 2^2 - 2^3 + \dots - 2^{11}$ .
- 16) Oldjuk meg az R-en:  $1 + 2x + 4x^2 + \dots + 2^{49}x^{49} = 0$ .
- 17) Egy mértani haladványban  $a_2 - a_1 = -4$  és  $a_3 - a_1 = 8$ . Mennyi a ráció és az első tag?
- 18) Egy mértani haladványban  $b_1 + b_2 + b_3 = 14$  és  $b_4 + b_5 + b_6 = 112$ . Számítsuk ki a haladvány első tagját és rációját!

19) Egy mértani haladványban  $b_2 + b_5 = 84$  és  $b_4 + b_7 = 756$ . Számítsuk ki  $S_8 = ?$

20) Van-e olyan  $(b_n)_{n \geq 1}$  mértani sorozat amelyre  $b_k - 5b_{k-1} + 6b_{k-2} = 0$  minden  $k \geq 3$  esetén?

21) Hány közös tagja van a következő két sorozatnak:

1, 5, 9, 13, ... és 4, 15, 26, 37, ...

22) Igazoljuk, hogy ha  $a, b, c$  számtani  $b, c, d$  mértani és  $c, d, e$  harmonikus haladványban vannak, akkor  $a, c, e$  szintén mértani haladványban vannak!

$$(\text{Útmutatás: } c^2 = bd = \frac{a+c}{2} \cdot \frac{2ce}{c+e} \Leftrightarrow c^2 = ae).$$

23) Oldjuk meg a következő feladatokat:

a) Egy számtani haladványban:  $S_{10} = 100$ ,  $S_{30} = 900$ , mennyi az  $S_{50} = ?$

b) Egy mértani haladványban:  $S_3 = 40$ ,  $S_6 = 60$ , mennyi  $S_9 = ?$

24) Oldjuk meg a következő feladatot:

a) Számtani haladvány-e az a sorozat amelyben:  $S_n = n^2 - 2n + 5$ ?

b) Mértani haladvány-e az a sorozat amelyben:  $S_n = 3^n + 1$ ?

Pozitív válasz esetén írjuk fel a sorozat általános tagját!

25) Egy számtani haladványban az  $n$ -edik tag  $1/m$  és az  $m$ -edik tag  $1/n$ . Számítsuk ki az első  $mn$  tag összegét!

$$(\text{Útmutatás: } r = \frac{1}{mn} = a_1 \text{ és } S_{mn} = \frac{mn+1}{2})$$

26) Bizonyítsd be, hogy ha egy számtani haladványban létezik olyan  $m \neq n$  amelyekre  $S_m = m^2$  és  $S_n = n^2$ , akkor  $S_k = k^2$  minden  $k \in \mathbb{N}$  esetén.