

**8. Teszt**  
**12. osztályos analízis**

1. Ha  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$  az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvény egy primitív függvénye, akkor  $f(0)$  egyenlő:

- A. 1                      B. 0                      C. -1                      D.  $\sqrt{2}$                       E.  $-\frac{2}{3}$

2. Ha  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2$  függvény egy primitív függvénye és  $F(3) = 10$ , akkor az  $F(-3)$  egyenlő:

- A. 9                      B. 10                      C. 3                      D. -8                      E. 4

3. Az  $f: (-\infty, 0) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x}$  függvénynek egy primitív függvénye:

- A.  $\ln x$                       B.  $-\ln x$                       C.  $\ln(1-x)$                       D.  $\ln(-2x)$                       E.  $\ln \frac{3}{x}$

4. Az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{ha } x \neq 0 \\ a & \text{ha } x = 0 \end{cases}$  függvény akkor és csak akkor primitiválható, ha:

- A.  $a = 0$                       B.  $a = 1$                       C.  $a = -1$                       D.  $a > 0$                       E.  $a < 0$

5. Ha  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  és  $f(0) = 2$ ,  $f'(x) = 3f(x)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ , akkor az  $f(\ln 2)$  értéke egyenlő:

- A. 2                      B. 4                      C. 6                      D. 16                      E. 32

6. Az  $I = \int \frac{dx}{x^4 + 3x^2 + 2}$  integrál egy primitív függvénye:

- A.  $-\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}}$                       B.  $\operatorname{arctg} x$                       C.  $\operatorname{arctg} x - \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}}$   
D.  $\operatorname{arctg} x + \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{2}}$                       E. más válasz

7. Ha  $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \operatorname{arctg} x^2$ , akkor az  $I = \int_0^1 f'(x) dx$  értéke egyenlő:

- A. 1                      B.  $\pi$                       C.  $2\pi$                       D.  $\frac{\pi}{4}$                       E.  $\frac{\pi}{6}$

8. Ha  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = \int_0^x (e^{t^2} + t) dt$ , akkor az  $F'(1)$  értéke egyenlő:

- A.  $e - 1$                       B.  $e + 1$                       C.  $e$                       D.  $\frac{e}{2}$                       E.  $\frac{e}{3}$

9. Az  $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x + 1} dx$  integrál értéke egyenlő:

- A.  $\frac{\pi}{2}$                       B.  $\pi$                       C. -2                      D. 0                      E.  $2\pi$

10. A  $J = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin^2 x + 1} dx$  integrál értéke egyenlő:
- A. 1                      B.  $\pi$                       C.  $-2$                       D. 0                      E.  $2\pi$
11. Az  $I = \int_0^1 \frac{x(2x^2 + 1)}{x^4 + x^2 + 1} dx$  integrál értéke egyenlő:
- A.  $\frac{1}{3} \ln 2$                       B.  $\frac{1}{3} \ln 3$                       C.  $\frac{1}{2} \ln 3$                       D.  $\frac{1}{2} \ln 2$                       E. más érték
12. Az  $I = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \ln \frac{1-x}{1+x} dx$  integrál értéke egyenlő:
- A.  $-1$                       B. 1                      C. 0                      D. 2                      E.  $\frac{3}{2}$
13. Az  $I = \int_{-1}^1 \frac{x^2 + 1}{x^3 + 3x + 5} dx$  integrál értéke egyenlő:
- A.  $\ln 3$                       B.  $\frac{2}{3} \ln 3$                       C.  $2 \ln 3$                       D. 1                      E.  $-1$
14. Az  $I = \int_1^2 \frac{dx}{x^3 + x}$  integrál értéke egyenlő:
- A.  $\ln \frac{8}{5}$                       B.  $\frac{1}{3} \ln \frac{8}{5}$                       C.  $\frac{1}{2} \ln \frac{8}{5}$                       D.  $\frac{1}{4} \ln \frac{8}{5}$                       E. más érték
15. Az  $I = \int_{-x}^x \frac{e^t \cos t}{1 + e^t} dt$  integrál értéke  $\forall x \in \mathbb{R}$  esetén egyenlő:
- A.  $-\sin x$                       B.  $\cos x$                       C.  $-\cos x$                       D.  $\sin x$                       E.  $\operatorname{tg} x$
16. Ha  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 + x$  bijektív függvény, akkor az  $I = \int_0^2 f^{-1}(t) dt$  integrál értéke egyenlő:
- A.  $\frac{5}{2}$                       B.  $\frac{5}{3}$                       C.  $\frac{5}{7}$                       D.  $\frac{5}{6}$                       E.  $\frac{5}{4}$
17. A  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_1^x t \ln t dt}{x^2}$  határérték egyenlő:
- A. 0                      B.  $-1$                       C. 1                      D.  $\infty$                       E.  $\frac{1}{2}$
18. Ha  $[a]$  az  $a \in \mathbb{R}$  egész részét jelöli, akkor a  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_0^1 [nx] dx$  határérték egyenlő:
- A. 1                      B.  $\infty$                       C. 0                      D.  $\frac{1}{2}$                       E. 2
19. Az  $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$  függvény szubgrafikonjának a területe egyenlő:
- A. 1                      B.  $\ln 2$                       C.  $\ln 3 - \ln 2$                       D.  $\pi$                       E.  $\frac{1}{2}$

20. Az  $f: \left[0, \frac{\pi}{4}\right] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\sqrt{\cos 2x}}{\sin x + \cos x}$  függvény grafikus képének az Ox tengely körüli forgatásával meghatározott test térfogata egyenlő:

- A.  $\frac{\pi}{2} \ln 2$       B.  $\frac{\pi}{3} \ln 3$       C.  $\frac{\pi}{2} \ln 3$       D.  $\frac{\pi}{3} \ln 2$       E. más érték

21. Az  $I = \int_{-1}^1 \frac{3x^2}{1+x^6} dx$  integrál értéke egyenlő:

- A.  $\pi$       B.  $\frac{\pi}{2}$       C.  $\frac{\pi}{3}$       D.  $\frac{\pi}{4}$       E.  $\frac{\pi}{6}$

22. A  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_n^{n+1} \operatorname{arctg} \frac{x}{x+1}$  határérték egyenlő:

- A.  $\pi$       B.  $\frac{\pi}{2}$       C.  $\frac{\pi}{3}$       D.  $\frac{\pi}{4}$       E.  $\frac{\pi}{6}$

23. A  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} e^x \sin nx dx$  határérték egyenlő:

- A. 0      B.  $\frac{\pi}{2}$       C.  $\frac{\pi}{3}$       D.  $\frac{\pi}{4}$       E.  $\pi$

24. A  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 x^{2n} e^x dx$  határérték egyenlő:

- A. 0      B. 1      C.  $\frac{2}{3}$       D.  $\frac{1}{4}$       E. 2

25. A  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_0^1 \frac{x^n}{1+x} dx$  határérték egyenlő:

- A. 0      B. 1      C.  $\frac{2}{3}$       D.  $\frac{1}{4}$       E.  $\frac{1}{2}$