

Az egyenes

0) Az $A(x_1, y_1)$ és $B(x_2, y_2)$ pontok közötti távolság: $|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

1) Az irányítványzó értelmezése: $m = \operatorname{tg} \alpha$ (vagyis az irányítványzó egyenlő az egyenesnek az Ox tengellyel bezárt szögének a tangense)

2) Két pont által meghatározott irányítványzó: legyen $A(x_1, y_1)$ és $B(x_2, y_2)$ két pont.

Az általuk meghatározott irányítványzó: $m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

3) Az egyenes egyenletének általános alakja: $ax + by + c = 0$ (implicit alak)

4) Az egyenes egyenletének irányítványzós alakja: $y = mx + n$

5) Az egyenes egyenletének a tengelymetszetes alakja: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1 = 0$

6) Sajátos egyenesek:

- $y = a$ vízszintes egyenes egyenlete
- $x = b$ függőleges egyenes egyenlete
- $y = x$ az I. és a III. negyed szögfelezőjének egyenlete
- $y = -x$ a II. és a IV. negyed szögfelezőjének az egyenlete.
- $y = mx$ az $O(0,0)$ ponton áthaladó egyenesek egyenlete

7) Egy pont és egy irányítványzóval adott egyenes egyenlete: $y - y_0 = m(x - x_0)$

(Bizonyítása: $y = mx + n$ és $P(x_0, y_0)$ rajta van az egyenesen így $n = y_0 - mx_0$)

8) Két pont által meghatározott egyenes egyenletének különböző alakja: legyen $A(x_1, y_1)$ és $B(x_2, y_2)$ két pont. Akkor az általuk meghatározott egyenes egyenlete:

- $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$
- $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$ aránypár alak
- $\begin{cases} x = x_1 + (x_2 - x_1)t \\ y = y_1 + (y_2 - y_1)t \end{cases}$ paraméteres alak
- $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$ determinánsos alak

9) Nevezetes pontok koordinátái: legyen $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$

- $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ és $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$ szakasz felezőpont koordinátái
- $x = \frac{x_1 + kx_2}{1+k}$ és $y = \frac{y_1 + ky_2}{1+k}$ szakaszt k arányba osztó pont koordinátái
- $x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$ és $y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$ háromszög súlypontjának koordinátái

10) Pont az egyenesen: ha $d: ax+by+c=0$ akkor $M(x_0, y_0) \in d \Leftrightarrow ax_0+by_0+c=0$

11) Két egyenes metszete: ha $d_1: a_1x+b_1y+c_1=0$ és $d_2: a_2x+b_2y+c_2=0$ akkor

• $d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ vagyis $d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$ és $n_1 \neq n_2$ párhuzamos

egyenesek

• $d_1 \equiv d_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ vagyis $d_1 \equiv d_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$ és $n_1 = n_2$ egybeeső

egyenesek

• $d_1 \cap d_2 = \{M(x_0, y_0)\} \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ vagyis $d_1 \cap d_2 = \{M(x_0, y_0)\} \Leftrightarrow m_1 \neq m_2$

metsző egyenesek

12) Párhuzamos és merőleges egyenesek: ha m_1 és m_2 két egyenes irányítányezője, akkor

• $d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$ párhuzamossági feltétel

• $d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow m_1 m_2 = -1$ merőlegességi feltétel

13) Két egyenes hajlásszöge: ha m_1 és m_2 két egyenes irányítányezője, akkor a két

egyenes hajlásszögére igaz, hogy: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}$

14) Pont távolsága egyenestől: legyen $M(x_0, y_0)$ és $h: ax+by+c=0$, akkor

$$d(M, h) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

15) Háromszög területe: ha $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, akkor

$$T[ABC] = \frac{1}{2} |\Delta| \text{ ahol } \Delta = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

16) Három pont kollinearitásának a feltétele: az $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$

kollinearírisak (egy egyenesen vannak), ha $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$

17) Az $a_1x+b_1y+c_1=0$, $a_2x+b_2y+c_2=0$, $a_3x+b_3y+c_3=0$ összefutó (egy közös

ponton áthaladó) egyenesek, ha: $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$

18) Az f függvényhez, az $(x_0, f(x_0))$ pontban húzott érintő egyenes egyenlete:

$$y - f(x_0) = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$