Haladványok és kombinatorika

1) Az $a_1, a_2, a_3, ..., a_n, ...$ számok akkor és csakis akkor képeznek számtani haladványt, ha $\boxed{a_2 - a_1 = a_2 - a_2 = ... = a_n - a_{n-1} = ... = r}$ (*r*= állandó különbség, vagy ráció)

2) Számtani haladvány értelmezése rekurzióval: $\boxed{a_n = a_{n-1} + r}$, $\forall n \geq 1$ esetén

3) A számtani haladvány általános tagjának képlete:

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1) \cdot r}, \ \forall n \geq 1 \text{ esetén}$$

4) Az $\boxed{a, b, c}$ számok (ebben a sorrendben) akkor és csakis akkor képeznek számtani haladványt, ha $\boxed{b = \frac{a+c}{2}}$

5) A számtani haladvány első *n* tagjának az összege: jelölése S_n és

$$\boxed{S_n = a_1 + a_n + a_3 + ... + a_n} \Leftrightarrow \boxed{S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}}$$

6) A $b_1, b_2, b_3, ..., b_n, ...$ számok akkor és csakis akkor képeznek mértani haladványt, ha $\boxed{\frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2} = ... \frac{b_n}{b_{n-1}} = ... = q}$ (*q*= állandó hányados, vagy ráció)

7) Mértani haladvány értelmezése rekurzióval: $\boxed{b_n = b_{n-1} \cdot q}$, $\forall n \geq 1$ esetén

8) A mértani haladvány általános tagjának képlete:

$$\boxed{b_n = b_1 \cdot q^{n-1}}, \ \forall n \geq 1 \text{ esetén}$$

9) Az $\boxed{a, b, c}$ számok (ebben a sorrendben) akkor és csakis akkor képeznek mértani haladványt, ha $\boxed{b = \sqrt{a \cdot c}}$

10) A mértani haladvány első *n* tagjának az összege: jelölése S_n és

$$\boxed{S_n = b_1 + b_n + b_3 + ... + b_n} \Leftrightarrow \boxed{S_n = b_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} = b_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}}$$

Egy gyakori összeg: $\boxed{1 + q + q^2 + ... + q^{n-1} = \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{1 - q^n}{1 - q}}$

Legyen $A = \{a_1, a_2, a_3, ... a_n\}$ egy *n* elemű *rendezett* halmaz

11) Az *A* halmaz összes *n* elemű (ismétlés nélküli) *permutációinak* (sorrendcseréinek) *a száma* permutáció *n* vagyis: $\boxed{P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ... \cdot n}$

12) Az A halmaz összes $k \le n$ elemű (ismétlés nélküli) rendezett halmazainak a száma (ha a sorrend számít) n elemnek k-ad rendű variációjával egyenlő, vagyis

$$\boxed{V_n^k = n(n-1)(n-2)...(n-(k-1))} \text{ vagy } \boxed{V_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}}$$

13) Az A halmaz összes $k \le n$ elemű (ismétlés nélküli) rendezett halmazainak a száma (ha a sorrend *nem* számít) n elemnek k-ad rendű kombinációjával egyenlő, vagyis $\boxed{C_n^k = \frac{V_n^k}{P_k}}$ vagy $\boxed{C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}}$

Sajátos esetek:

$\boxed{C_n^0 = C_n^n = 1}$ $\boxed{C_n^1 = C_n^{n-1} = n}$ $\boxed{C_n^2 = C_n^{n-2} = \frac{n(n-1)}{2}}$ $\boxed{C_n^3 = C_n^{n-3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}}$

14) Newton binomiális képlete:

$$\boxed{(a+b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + ... + C_n^{n-2} a^2 b^{n-2} + C_n^{n-1} a b^{n-1} + b^n} \text{ vagyis}$$

$$\boxed{(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k}$$

15) A binomiális kifejtésben az általános tag képlete:

$$\boxed{T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k} \text{ minden } k \in \{0, 1, 2, ..., n\} \text{ esetén}$$