

Trigonometria

I. Derékszögű háromszögben:

Pitagorász tétel: $a^2 = b^2 + c^2$

Magasság tétel: $m = \frac{bc}{a}$

II. Vetület tétel:

$$a = b \cos C + c \cos B, \quad b = c \cos A + a \cos C, \quad c = a \cos B + b \cos A$$

III. Cosinus tétel (Általánosított Pitagorász tétel)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A, \quad b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B, \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

IV. Oldalfelvező tétel

$$m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}, \quad m_b^2 = \frac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4}, \quad m_c^2 = \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4}$$

V. Sinus tétel

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \quad \text{ahol } R \text{ az ABC háromszög köré írt kör sugara}$$

VI. Háromszög területszámolása

1) Első eset (OSZO): $T = \frac{bc \sin A}{2} = \frac{ca \sin B}{2} = \frac{ab \sin C}{2}$

2) Második eset (SZOSZ) $T = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin(B+C)} = \frac{b^2 \sin A \sin C}{2 \sin(A+C)} = \frac{c^2 \sin A \sin B}{\sin(A+B)}$

3) Harmadik eset (OOO): $T = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (Héron-formula) ahol

$$p = \frac{a+b+c}{2} \quad \text{fél kerület}$$

VII. Háromszögbe írt és köré írt sugarak

$$r = \frac{T}{p} \quad \text{a beírt kör sugara} \quad R = \frac{abc}{4T} \quad \text{a köré írt kör sugara}$$

Sajátos eset: A derékszögű háromszög köré írt kör sugara: $R = \frac{a}{2}$

és a kör középpontja az átfogó felénél található!