c) **Az összeg és különbség függvényei. Ezekből levezethető képletek**

$$\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b \qquad \cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$$

$$\operatorname{tg}(a \pm b) = \frac{\operatorname{tg} a \pm \operatorname{tg} b}{1 \mp \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b} \qquad \operatorname{ctg}(a \pm b) = \frac{\operatorname{ctg} a \operatorname{ctg} b \mp 1}{\operatorname{ctg} b \pm \operatorname{ctg} a}$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a \qquad \cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$$

$$\cos 2a = 1 - 2\sin^2 a$$

$$\operatorname{tg} 2a = \frac{2 \operatorname{tg} a}{1 - \operatorname{tg}^2 a} \qquad \operatorname{ctg} 2a = \frac{\operatorname{ctg}^2 a - 1}{2 \operatorname{ctg} a}$$

$$\sin 3a = 3 \sin a - 4 \sin^3 a \qquad \cos 3a = 4\cos^3 a - 3 \cos a$$

$$\operatorname{tg} 3a = \frac{3 \operatorname{tg} a - \operatorname{tg}^3 a}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 a} \qquad \operatorname{ctg} 3a = \frac{\operatorname{ctg}^3 a - 3 \operatorname{ctg} a}{3 \operatorname{ctg}^2 a - 1}$$

$$\left| \sin \frac{a}{2} \right| = \sqrt{\frac{1 - \cos a}{2}} \qquad \left| \cos \frac{a}{2} \right| = \sqrt{\frac{1 + \cos a}{2}}$$

$$\operatorname{tg} \frac{a}{2} = \frac{\sin a}{1 + \cos a} \qquad \operatorname{ctg} \frac{a}{2} = \frac{\sin a}{1 - \cos a}$$

d) **Az összegek szorzattá alakítása**

$$\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2} \qquad \sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$$

$$\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2} \qquad \cos a - \cos b = -2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$$

$$\operatorname{tg} a \pm \operatorname{tg} b = \frac{\sin(a \pm b)}{\cos a \cos b} \qquad \operatorname{ctg} a \pm \operatorname{ctg} b = \frac{\sin(b \pm a)}{\sin a \sin b}$$

e) **A szorzatok összeggé alakítása**

$$\sin a \cos b = \frac{\sin(a+b) + \sin(a-b)}{2}$$

$$\cos a \cos b = \frac{\cos(a+b) + \cos(a-b)}{2}$$

$$\sin a \sin b = \frac{\cos(a-b) - \cos(a+b)}{2}$$

4° A TRIGONOMETRIKUS FÜGGVÉNYEK PERIODICITÁSA ÉS PARITÁSA

	főperiódus	periódus	paritás
$\sin t$	2π	$2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$	*páratlan:* $\sin(-t) = -\sin t$
$\cos t$	2π	$2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$	*páros:* $\cos(-t) = \cos t$
$\operatorname{tg} t$	π	$k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$	*páratlan:* $\operatorname{tg}(-t) = -\operatorname{tg} t$
$\operatorname{ctg} t$	π	$k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$	*páratlan:* $\operatorname{ctg}(-t) = -\operatorname{ctg} t$

5° FONTOSABB TRIGONOMETRIKUS KÉPLETEK

$$\boxed{\sin^2 a + \cos^2 a = 1}$$

a) **Egy trigonometrikus függvényt más trigonometrikus függvény segítségével kifejező képletek**

	$\sin^2 a$	$\cos^2 a$	$\operatorname{tg}^2 a$	$\operatorname{ctg}^2 a$
$\sin^2 a$		$1 - \cos^2 a$	$\frac{\operatorname{tg}^2 a}{1 + \operatorname{tg}^2 a}$	$\frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 a}$
$\cos^2 a$	$1 - \sin^2 a$		$\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 a}$	$\frac{\operatorname{ctg}^2 a}{1 + \operatorname{ctg}^2 a}$
$\operatorname{tg}^2 a$	$\frac{\sin^2 a}{1 - \sin^2 a}$	$\frac{1 - \cos^2 a}{\cos^2 a}$		$\frac{1}{\operatorname{ctg}^2 a}$
$\operatorname{ctg}^2 a$	$\frac{1 - \sin^2 a}{\sin^2 a}$	$\frac{\cos^2 a}{1 - \cos^2 a}$	$\frac{1}{\operatorname{tg}^2 a}$	

b) **A trigonometrikus függvények kifejezése** $\operatorname{tg} \frac{a}{2}$ **segítségével**

$$\sin a = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{a}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{a}{2}} \qquad \cos a = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{a}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{a}{2}}$$

$$\operatorname{tg} a = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{a}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{a}{2}} \qquad \operatorname{ctg} a = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{a}{2}}{2 \operatorname{tg} \frac{a}{2}}$$