

① SzámSOROZAT határértéke

1)  $\lim \frac{200}{n\sqrt{n}} = ?$ ,  $\lim \frac{\sqrt[3]{n}}{106} = ?$ ,  $\lim \frac{3n+2}{100-n} = ?$ ,  $\lim \frac{2n+1}{n^2-5} = ?$

$\lim \frac{(2n+1)(2n-1)}{1+2+\dots+n} = ?$ ,  $\lim \frac{n^3-1}{(n-1)^3} = ?$ ,  $\lim \frac{n^3+1}{(n+1)^2 \cdot 2n} = ?$ ,  $\lim \frac{n^4+3n^2}{(n^2+1)^2} = ?$

2)  $\lim \frac{1000-3^{2n}}{9^{n+1}+4^n} = ?$ ,  $\lim \frac{2^n \cdot 3^{n+1} + 20}{5^{n+2} - 10} = ?$ ,  $\lim \frac{16^{\frac{n}{2}+1} - 2^{3n}}{2 \cdot 8^{n-1} + (2^n)^2} = ?$

3)  $\lim \sqrt{n}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}) = ?$ ,  $\lim \frac{200}{(\sqrt{2n}-\sqrt{2n-1})\sqrt{n}} = ?$ ,  $\lim 3^{\frac{1}{n}} = ?$

Geometriai sor összege

$\sum 2^{2n+1} \cdot 3^{2-n} = ?$ ,  $\sum 6^{n+2} \cdot \left(4^{1-\frac{n}{2}} + \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) = ?$ ,  $\sum \frac{\sqrt{25}^{n-1} - n}{3^{-n-1}} = ?$

$\sum \frac{(\sqrt{2})^{2n+4}}{16^{\frac{n}{2}+1}} = ?$ ,  $\sum \frac{27^{\frac{n}{3}+1} - 9^{\frac{n}{2}+1}}{49^{\frac{n}{2}+1}} = ?$ ,  $\sum \frac{8^{\frac{n}{3}+1} + 4^{\frac{n}{2}}}{(\sqrt[3]{125})^{n+2} - 125^{\frac{n}{3}}} = ?$

Differencia egyenlet

a)  $y_{n+1} = 0,5y_n + 5$   
 $x_0 = 0,9$

b)  $x_{n+1} = 0,75x_n + 2$   
 $x_0 = 1$

c)  $y_{n+1} = -0,75y_n + 7$   
 $y_0 = 1$

d) Egy család 40000 eur kölcsönt vesz fel, és minden év végén 8000 eur-t fizet vissza. A kamat 12%.

Mi a folyamat törlesztő egyenlete (d.a. egy.)?

Mennyi az addósság értéke  $n$  év múlva?

Mekkora kell fizetni a törlesztő egyenletet, mire jár le?

e) Egy vállalkozás miatt egy nyílt növényzettel rendelkező területen tűzveszély van. Egy idő után észrevesztik, hogy évente 20. maddal évenként, és az  $d$  év naponta 20%.

Mennyi maddal lesz 5 év múlva?

f) Egy falva populáció létszáma 1120. Minden évben 15%-al nő a létszám.

Mennyi falva lesz  $a$ , 5 év,  $b$ ,  $n$  év múlva, ha évente

(i) 120 lakost vesz

(ii) 200 lakost vesz el?

② Függvény határérték, folytonosság, száradási helyek, aszimptota ②

- 1)  $\lim_{0^+} \frac{1}{x^2} = ?$ ,  $\lim_{+\infty} \frac{1}{x^2} = ?$ ,  $\lim_{-\infty} \frac{1}{x^2} = ?$ , Rajzolja fel  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  fvt!  
 Hol szárad, és a száradási hely milyen típusú? Adja meg a fv. függvény  
 és vízszintes aszimptotáit!
- 2)  $\lim_{-1^+} \frac{3x-2}{x+1} = ?$ ,  $\lim_{-1^-} \frac{3x-2}{x+1} = ?$ ,  $\lim_{\pm\infty} \frac{3x-2}{x+1} = ?$  Rajzolja fel a fv.-t!  
 Adja meg az aszimptotáit! Hol szárad és milyen típusú a száradási  
 hely?
- 3)  $f(x) = \text{sgn}(x^2 + x - 6)$  rajzolja fel a fv.-t! Adja meg a száradási  
 helyeket és azok típusát!
- 4)  $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ ,  $f \neq 2$ , Rajzolja fel a fv.-t! Hol szárad és mi-  
 lyen típusú a száradási hely?

③ Deriválás

Adja meg az alábbi fv.-k deriváltját!

a)  $f = 2x^2 - 3x + 1$ ,  $f = \frac{1}{3}x^3 - x$ ,  $f = 2x^5 + 4x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 5x + 6$

$f = \frac{x^4}{2} - \frac{2}{3}x^3 + \frac{x^2}{2} - x$ ,  $f = 4 \cdot (x^2 - 3x + 2)$ ,  $f = \frac{x^3 - 2x + 4}{7}$ ,  $f = -\frac{1}{3}(3 + x - x^4)$

b)  $f = (2x - 3)(3x + 2)$ ,  $f = (x^2 - 3x) \cdot (2x^2 + x - 3)$ ,  $f = 2x^3 \cdot (3x^4 + 7x)$ ,

$f = (3x - 2)^2$ ,  $f = (2x - 3)^3$ ,  $f = (2 - x)(2 + x)^2$ ,  $f = (x - 2)^2(4 + 3x^2)$

c)  $f = \frac{3x^3 - 6x^2}{x}$ ,  $f = \frac{5x^3 + 15x^2}{5x}$ ,  $f = \frac{(2x - 3)^4}{(2x - 3)^2}$ ,  $f = \frac{(3x - 1)^3}{(9x - 3)^2}$

$f = \frac{4 - 9x^2}{3x - 2}$ ,  $f = \frac{9 - 4x^2}{2x - 3}$ ,  $f = \frac{x^3 - 8}{x - 2}$ ,  $f = \frac{x^3 - 27}{x - 3}$

d)  $f = 2 \sin x + 4 \cos x$ ,  $f = 5(3 - \sin x + \cos x)$

$f = 3x \cdot \sin x$ ,  $f = (1 - 2x + x^2) \cdot \cos x$ ,  $f = 2x \cos x \cdot \sin x$ ,  $f = 3 \sin^2 x$

e)  $f = \sqrt{3x} - \sqrt[3]{x^2}$ ,  $f = \sqrt[4]{3x^3} - \sqrt[3]{2x} + \sqrt{2x^3}$ ,  $f = 3 \cdot x^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{2}} + 4x^{-\frac{1}{2}}$

Adja meg az alábbi határértékeket a L'Hospital szabály segítségével! (3)

$$\lim_{\infty} \frac{x^2}{e^x}, \quad \lim_{+\infty} \frac{x^{10}}{e^x}, \quad \lim_0 \frac{5^x - 2^x}{x}, \quad \lim_0 \frac{e^{3x} - 1}{x}, \quad \lim_{+\infty} \frac{\ln x}{x^2}, \quad \lim_{+\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$$

4) Fü. lokális szélsőértéke, érintő, monotonitás, görület (1. bdlé., 2. bdlé.)

1, Írja fel a fü.  $x_0$ -beli érintőegyenese'nek' egyenletét, majd adjon az  $f(\bar{x})$  értékre közelítést az érintő segítségével!

$$f(x) = (x^2 + 1) \cdot \ln x, \quad x_0 = 1, \quad \bar{x} = 0,99$$

$$f(x) = x e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad x_0 = 0, \quad \bar{x} = -0,01$$

$$f(x) = \sqrt[4]{x}, \quad x_0 = 9, \quad \bar{x} = 80$$

2, Adja meg az alábbi fü. lokális szélsőérték helyeit és értékeit!

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x, \quad f(x) = 2x^2 - x^4, \quad f(x) = x^4 + x^3 - 4x^2$$

3, Végezzen teljes fü. vizsgálatot és rajzolja fel a fut! (1. bdlé., 2. bdlé.)

$$(a) f(x) = -4x^5 + 15x^3, \quad (b) f(x) = \frac{1}{8}(x^4 - 4x^3 + 8), \quad (c) f(x) = x^3 + \frac{x^4}{4}$$

$$(d) f(x) = \frac{2x^2 - 8}{x}, \quad (e) f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^3}, \quad (f) f(x) = \frac{x^2}{x-2}, \quad (g) f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$$

5) Integrálás, Számítsa ki az alábbi határozatlan integrálokat!

$$\int (12x^5 + 5\sqrt{x^3} + \sqrt[5]{x^3} + \frac{3}{x^4} + \frac{2}{\sqrt[3]{x}}), \quad \int (\frac{1}{x} + e^x + 2^{x+1} + 2 \cdot \sin x),$$

$$\int (\frac{2x^3}{x\sqrt{x}} + e^{3x} \cdot e^{-x-1} + 2 \cos 3x), \quad \int (\frac{x^5 + 3x^2 - 2x}{x} + \frac{x^2 - 4}{x+2} + 3(\frac{x^3 - 1}{x-1}) + (x+1)^{10})$$

$$\int [(2x+1)^7 - \frac{5}{(x-3)^3} + x^{-3} + 2x^{\frac{3}{2}} + (x+2)^{\frac{4}{3}}], \quad \int (\frac{3}{\sqrt{2x+3}} + \frac{2}{\sqrt[3]{(x+1)^{21}}} + \frac{x+1}{\sqrt{x+1}} + \frac{\sqrt{x+1}}{x+1})$$

Számítsa ki az alábbi határozott integrálok értékeit!

$$\int_0^1 2x^2, \quad \int_0^1 (2+4x^2), \quad \int_0^2 (\sqrt{9x} + \frac{x^2}{3} + e^{2x}), \quad \int_2^4 (\frac{x^2+x}{2x} + \frac{1}{x^2} - \frac{2}{\sqrt{x}}), \quad \int_1^2 (\sqrt{x} + 3 \cdot 2^{x-1})$$

$$\int_0^3 \frac{x^{2x} + 2x^3}{x^2}, \quad \int_{-3}^{-1} (\frac{4x+1}{x^3}), \quad \int_1^2 (2 + \frac{3}{x^2} + 3^x), \quad \int_0^\pi \sin x, \quad \int_0^{2\pi} \sin x, \quad \int_0^{\frac{3\pi}{2}} \cos x$$

Határozza meg a fr. grafika és az x tengely zérusérték tartományát <sup>(4)</sup>  
ha  $I = [a, b]$ : (Kétszeres ellenőrzés!)

a)  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $[a, b] = [1, 9]$

d)  $f(x) = \sqrt{1-x}$ ,  $[a, b] = [-8, 1]$

b)  $f(x) = e^{-x}$ ,  $[a, b] = [0, e^2]$

e)  $f(x) = \frac{4}{x^2}$ ,  $[a, b] = [-1, 4]$

c)  $f(x) = x^2 \cdot \frac{1}{4}$ ,  $[a, b] = [-4, 4]$

Adja meg a zérusérték tartományát!

a)  $f(x) = x^2 + 2x + 1$ ,  $g(x) = \frac{1}{4}x^2 + 1$

b)  $f(x) = 4x$ ,  $g(x) = x^2 + 2x - 3$

c)  $f(x) = 2\sqrt{x}$ ,  $g(x) = \sqrt{1-x}$

---

Nappali tapasztalatok alapján a legegyszerűbb: 1. Zh

Levegőtől helytelenül: no-v. 1.1.

---