TESTE GRILĂ
DE
MATEMATICĂ
2018

A U T O R I

Prof.univ.dr. Vasile Câmpian
Prof.univ.dr. Iuliu Crivei
Prof.univ.dr. Bogdan Gavrea
Prof.univ.dr. Ioan Gavrea
Prof.univ.dr. Dumitru Mircea Ivan
Prof.univ.dr. Nicolaie Lung
Prof.univ.dr. Vasile Miheşan
Prof.univ.dr. Alexandru Mitrea
Prof.univ.dr. Viorica Mureşan
Prof.univ.dr. Dorian Popa
Prof.univ.dr. Ioan Raşa
Prof.univ.dr. Daniela Roşca
Prof.univ.dr. Alina Sîntămărian
Prof.univ.dr. Gheorghe Toader
Prof.univ.dr. Neculae Vornicescu
Conf.univ.dr. Lucia Blaga
Conf.univ.dr. Maria Câmpian
Conf.univ.dr. Alexandra Ciupa
Conf.univ.dr. Dalia Cîmpean
Conf.univ.dr. Eugenia Duca
Conf.univ.dr. Ovidiu Furdui
Conf.univ.dr. Daniela Inoan
Conf.univ.dr. Adela Carmen Novac
Conf.univ.dr. Ioan Radu Peter
Conf.univ.dr. Vasile Pop
Conf.univ.dr. Teodor Potra
Conf.univ.dr. Mircea Dan Rus
Conf.univ.dr. Silvia Toader
Lect.univ.dr. Marius Birou
Lect.univ.dr. Adela Capătă
Lect.univ.dr. Luminiţa Ioana Cotîrlă
Lect.univ.dr. Daria Dumitraş
Lect.univ.dr. Mircia Gurzău
Lect.univ.dr. Adrian Holhoş
Lect.univ.dr. Vasile Ile
Lect.univ.dr. Tania Angelica Lazăr
Lect.univ.dr. Daniela Marian
Lect.univ.dr. Rozica Moga
Lect.univ.dr. Constantin Cosmin Todea
Lect.univ.dr. Floare Ileana Tomuţa
Asist.univ.dr. Alina-Ramona Baias
Asist.univ.dr. Mihaela Bercheşan
Asist.univ.dr. Liana Timboş

U. T. PRESS
Cluj-Napoca 2018
ISBN 978-606-737-280-9

Coordonator Prof.univ.dr. Dumitru Mircea Ivan

Referenţi: Prof.univ.dr. Ioan Gavrea
Prof.univ.dr. Alexandru Mitrea
Conf.univ.dr. Vasile Pop
Prof.univ.dr. Dorian Popa
Prof.univ.dr. Neculae Vornicescu

Editura U. T. PRESS 2018

Prefaţă

Culegerea de probleme *Teste grilă de matematică* continuă tradiţia Universităţii Tehnice din Cluj-Napoca de a selecta viitorii studenţi printr-un concurs de admitere pe baza subiectelor sub formă de grilă. Prezenta culegere a fost elaborată cu scopul de a contribui la o mai bună pregătire a candidaţilor la admitere şi de a-i familiariza cu noua tipologie a subiectelor.

Structurată pe patru capitole: Algebră, Analiză matematică, Geometrie analitică şi Trigonometrie, culegerea contribuie la recapitularea materiei din programa pentru bacalaureat.

Parcurgând toate gradele de dificultate, de la probleme foarte simple care necesită un minim de cunoştinţe, până la probleme a căror rezolvare presupune cunoştinţe temeinice, lucrarea este utilă tuturor categoriilor de elevi care se pregătesc pentru un examen de matematică.

Fiecare problemă propusă este urmată de cinci răspunsuri dintre care numai unul este corect. La sfârşit se dau răspunsurile corecte.

Testul care se va da la concursul de admitere va conţine probleme cu grade diferite de dificultate, alcătuite după modelul celor din culegere.

Autorii

***

Cuprins

***

1

Algebră

1 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $z^2 = 3 - 4i,\ z \in \mathbb{C}$, este:

[A] $\{1,\ 2\}$ [B] $\{i,\ 2-i\}$ [C] $\{2-i,\ -2+i\}$ [D] $\{3, -2+i\}$ [E] $\{2-i,\ 3+i\}$.

2 Soluţia ecuaţiei $x(1 - \lg 5) = \lg(2^x + x - 1)$ este:

[A] $x = \frac{1}{5}$ [B] $x = -1$ [C] $x = 1$ [D] $x = \frac{1}{2}$ [E] $x = -5$

3 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 1 & 2x & 3 \\ -1 & -2 & x \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} x & -1 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} + 3 = 0$ este:

[A] $\{-1\}$ [B] $\{-1, 1, -i, i\}$ [C] $\{-1, 0, 1 - i\sqrt{3}, 1 + i\sqrt{3}\}$
[D] $\left\{-1, \frac{1-i\sqrt{3}}{2}, \frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right\}$ [E] $\left\{-1, \frac{1-i}{2}, \frac{1+i}{2}\right\}$

4 Mulţimea soluţiilor reale ale sistemului: $\begin{cases} 2(x-1) \geq 4(x+1) \\ x^2 + 4x > 0 \end{cases}$ este:

[A] $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$ [B] $(-\infty, -4) \cup (2, \infty)$ [C] $(-\infty, -4)$ [D] $(2, \infty)$ [E] $(-1, 1)$.

5 Mulţimea valorilor parametrului real m pentru care graficul funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (m+1)x^2 + 2(m+2)x + m + 3$, intersectează axa Ox în două puncte distincte este: [A] $\mathbb{R}$ [B] $\emptyset$ [C] $\{-3\}$ [D] $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ [E] $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Fie $f \in \mathbb{R}[X], f = X^{100} + aX^{99} + bX + 1$.

6 Valorile coeficienţilor a şi b pentru care $x = 1$ este rădăcină dublă sunt:

[A] $a = -1; b = -1$ [B] $a = 2; b = -4$ [C] $a = -2; b = 0$ [D] $a = 0; b = -2$ [E] $a = 4; b = -2$

7 Valorile coeficienţilor a şi b pentru care f se divide cu $X^2 + X + 1$ sunt:

[A] $a = 1; b = 1$ [B] $a = -1; b = -1$ [C] $a = -1; b = 0$ [D] $a = 1; b = -1$ [E] $a = 0; b = -1$

8 Valorile coeficienţilor a şi b pentru care restul împărţirii polinomului f la $X^3 - X^2 - X + 1$ este $X^2 + X + 1$ sunt:

[A] $a = 2; b = -1$ [B] $a = 0; b = 1$ [C] $a = -1; b = 2$ [D] $a = -1; b = 1$ [E] $a = 1; b = 0$

Se dă funcţia $f(x) = mx^2 + 2(m+1)x + m^2 - 1$, unde $m \neq 0$ este parametru real.

9 Pentru ce valori ale lui m, $f(x) > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$?

A $m \in (0, +\infty)$ B $m \in (1+\sqrt{2}, +\infty)$ C $m \in (0, 1+\sqrt{2})$
D $m \in (1-\sqrt{2}, 1+\sqrt{2})$ E $m \in (-1, 1-\sqrt{2}) \cup (1+\sqrt{2}, +\infty)$

10 Pentru ce valori ale lui m, $f(x) < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$?

A $m \in (-\infty, 0)$ B $m \in (1-\sqrt{2}, 1+\sqrt{2})$ C $m \in (-1, 1-\sqrt{2})$
D $m \in (-\infty, 1-\sqrt{2})$ E $m \in (-1, 1-\sqrt{2}) \cup (0, \infty)$

11 Pentru ce valori ale lui m funcţia admite rădăcină dublă?

A $m \in \{\pm 1\}$ B $m \in \{1, \pm\sqrt{2}\}$ C $m \in \{\pm\sqrt{2}\}$
D $m \in \{-1, 1-\sqrt{2}, 1+\sqrt{2}\}$ E $m \in \{0, 1, \pm\sqrt{2}\}$

Se consideră ecuaţia $2x^2 - 2mx + m^2 - 2m = 0$, unde $m \in \mathbb{R}$, iar x_1 şi x_2 sunt rădăcinile reale ale ecuaţiei.

12 Suma rădăcinilor $x_1 + x_2$ aparţine intervalului

A $[0,1]$ B $[0,4]$ C $\mathbb{R}$ D $[0,2]$ E $[-1,4]$

13 Suma pătratelor rădăcinilor $x_1^2 + x_2^2$ aparţine intervalului

A $[0,4]$ B $[-2,4]$ C $[0,8]$ D $\mathbb{R}$ E $[0,3]$

14 Produsul rădăcinilor $x_1 x_2$ aparţine intervalului

A $[-2,0]$ B $[0,4]$ C $[-\frac{1}{2}, 4]$ D $\mathbb{R}$ E $(0,2)$

Fie funcţiile $f_m \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_m(x) = mx^2 + 2(m-1)x + m - 1$, $m \in \mathbb{R}$.

15 Mulţimea valorilor parametrului m pentru care ecuaţia $f_m(x) = 0$ are cel puţin o rădăcină reală este:

A $(-\infty, 1)$ B $(-\infty, 1]$ C $\mathbb{R}$ D alt răspuns E $[0, \infty)$

16 Vârfurile parabolelor asociate funcţiilor f_m, $m \neq 0$ se găsesc pe:

A parabola $y = x^2 + 2$ B dreapta $x + 2y = 0$ C dreapta $y = x$ D dreapta $y = -x$
E o paralelă la Ox.

Fie funcţia $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definită prin $g(x) = \begin{cases} x+2, & \text{dacă } x \leq 0 \\ 3x+2, & \text{dacă } x > 0. \end{cases}$

17 Soluţia inecuaţiei $g(x) \geq 0$ este:

A $[-2, \infty)$ B $[-2, 0]$ C $[-\frac{2}{3}, \infty)$ D $[-2, -\frac{2}{3}]$ E $[0, \infty)$

18 Funcţia $g^{-1} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este dată de:

A $g^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{3}, & \text{dacă } x \geq 2 \\ \frac{x-2}{4}, & \text{dacă } x < 2 \end{cases}$ B $g^{-1}(x) = \begin{cases} x-2, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x-2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

C $g^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{3}, & \text{dacă } x \leq 2 \\ 2x-3, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$ D $g^{-1}(x) = \begin{cases} 2x-1, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x+2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

E $g^{-1}(x) = \begin{cases} x+2, & \text{dacă } x \leq 2 \\ \frac{x+2}{3}, & \text{dacă } x > 2 \end{cases}$

19 Se dau funcţiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definite prin
$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \geq 0 \\ 5x + 1, & x < 0 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq -2 \\ 2x - 1, & x > -2 \end{cases}$.
Funcţia $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $h = f \circ g$ este definită prin:

A $h(x) = \begin{cases} 1 - x^4, & x \leq -2 \\ 4x(1-x), & x > -2 \end{cases}$ B $h(x) = \begin{cases} 1 - x^4, & x \leq -2 \\ 4x(1-x), & x \geq \frac{1}{2} \\ 2(5x-2), & -2 < x < \frac{1}{2} \end{cases}$

C $h(x) = \begin{cases} 4x(1-x), & x \leq \frac{1}{2} \\ 2(5x-2), & x > \frac{1}{2} \end{cases}$ D $h(x) = \begin{cases} 1 - x^4, & x < -2 \\ 2(5x-2), & x > \frac{1}{2} \\ 4x(1-x), & -2 \leq x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$

E $h(x) = \begin{cases} 2(5x-2), & x \geq -2 \\ 1 - x^4, & x < -2 \end{cases}$

20 Fie $P \in \mathbb{R}[X]$, $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, un polinom cu rădăcinile x_1, x_2, x_3 distincte două câte două. Pentru $Q \in \mathbb{R}[X]$ polinom de grad 1,
suma $\dfrac{Q(x_1)}{P'(x_1)} + \dfrac{Q(x_2)}{P'(x_2)} + \dfrac{Q(x_3)}{P'(x_3)}$ este egală cu

A $x_1 + x_2 + x_3$ B $x_1x_2x_3$ C $P(x_1 + x_2 + x_3)$ D 1 E 0

21 Să se găsească numărul complex z dacă $|z| - z = 1 + 2i$.

A $z = \frac{3}{2} - 2i$; B $z = \frac{3}{2} + 2i$; C $z = \frac{1}{2} - 3i$; D $z = \frac{1}{2} + 3i$; E $z = -\frac{1}{2} + 3i$.

22 Fie $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $f(z) = z^2 + z - \bar{z}$.

Soluţiile ecuaţiei $f(z) = 0$ sunt:

A $\{0, 1+2i, 1-2i\}$ B $\{0, 1+i, 1-i\}$ C $\{0, i, -i\}$ D $\{0, 2+i, 2-i\}$ E $\{0, -1+i, -1-i\}$

23 Se consideră ecuaţia $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$. Mulţimea soluţiilor ecuaţiei are:

A un element B două elemente C nici un element D trei elemente
E o infinitate de elemente

24 Soluţia S a sistemului $\begin{cases} 2^x 5^y = 250 \\ 2^y 5^x = 40 \end{cases}$ este:

A $S = \emptyset$ B $S = \{(1,3)\}$ C $S = \{(1,0),\ (1,3)\}$ D $S = \{(1,0)\}$
E $S = \{(-1,1),\ (1,0)\}$

25 Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuaţia $\log_{1+x}(2x^3 + 2x^2 - 3x + 1) = 3$.

A $x = 0$; B $x = -2$; C $x = 3$; D $x = \frac{1}{2}$; E $x = \frac{1}{3}$.

26 Ecuaţia $\dfrac{2 \lg x}{\lg(5x-4)} = 1$ are ca mulţime a soluţiilor pe:

A $\{1, 4\}$ B $\{4\}$ C $\{10\}$ D $\emptyset$ E $\mathbb{R} \setminus \{0, \frac{4}{5}\}$

27 Se consideră mulţimea tripletelor de numere reale (a, b, c) care verifică relaţia $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Atunci $\min(ab + bc + ac)$ pentru această mulţime este:

A -1 B $-\dfrac{3}{4}$ C $-\dfrac{1}{2}$ D $-\dfrac{1}{3}$ E nu există minim

Fie mulţimea $A = A_2 \setminus A_1$, unde $A_1 = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid x = \dfrac{2n+1}{n+2},\ n \in \mathbb{Z} \right\}$ şi
$A_2 = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid x = \dfrac{2n+1}{n+2}, n \in \mathbb{Z} \right\}$.

28 Mulţimea A_1 este:

A $A_1 = \{1, 2, 3\}$ B $A_1 = \mathbb{N}$ C $A_1 = \{-2, 1, 4\}$ D $A_1 = \{1, 3, 5\}$ E $A_1 = \emptyset$

29 Mulţimea A_2 este:

A $A_2 = \{-1, 1, 3, 5\}$ B $A_2 = \{3, 5\}$ C $A_2 = \{3\}$ D $A_2 = \emptyset$ E $A_2 = \{-1\}$

30 Mulţimea soluţiilor inecuaţiei $\log_{\frac{1}{3}}(\log_3 x) \geq 1$ este:

A $[3, \infty)$ B $\left(0, \sqrt[3]{9}\right)$ C $\left(1, \sqrt[3]{3}\right]$ D $\left(\frac{1}{3}, 1\right]$ E $(0,1) \cup \left(\sqrt[3]{3}, +\infty\right)$

Restul împărţirii polinomului X^{10}

31 la $X + 1$ este: A -1 B 0 C 1 D 9 E Alt răspuns

32 la $(X+1)^2$ este: A -10 B $-10X$ C $10X + 9$ D $-10X - 9$ E $X - 9$

33 la $(X+1)^3$ este: A $-9X^2 + 22$ B $45X^2 + 80X + 36$ C $X + 2$ D 1 E 0

34 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $2A_n^{n-3}x^2 + 4A_n^{n-2}x + 3P_n = 0$, $n \geq 3$, este:

A $\left\{n, \frac{n}{2}\right\}$ B $\left\{1, A_n^2\right\}$ C $\{-3\}$ D $\left\{A_n^3\right\}$ E $\emptyset$.

35 Să se determine primul termen a_1 şi raţia q a unei progresii geometrice $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ dacă:
$\begin{cases} a_4 - a_2 = 6, \\ a_3 - a_1 = 3. \end{cases}$

A $a_1 = -1;\ q = 3$ B $a_1 = 3;\ q = \frac{1}{2}$ C $a_1 = 2;\ q = -2$
D $a_1 = 1;\ q = 2$ E $a_1 = 1;\ q = 3$.

36 Care sunt valorile coeficienţilor reali a şi b din ecuaţia

$$x^3 - ax^2 + bx + 1 = 0,$$

dacă aceşti coeficienţi sunt rădăcini ale ecuaţiei?

A $a = 1,\ b = 0$ B $a = 1,\ b \in \mathbb{R}$ C $a = 1,\ b = -1$ D $a \in \mathbb{R},\ b = -1$ E $a \in \mathbb{R},\ b = 1$.

37 Coeficientul lui x^{99} din dezvoltarea polinomului

$$(x-1)(x-2)(x-3)\ldots(x-99)(x-100)$$

este: A -4950 B -5050 C 99 D -100 E 3450.

38 Cel mai mare divizor comun al polinoamelor $(x+1)^{4n+3} + x^{2n}$, $n \in \mathbb{N}^*$ şi $x^3 - 1$ este:

A $x^3 - 1$ B $x - 1$ C $x^2 + x + 1$ D sunt prime între ele E $(x+1)^{4n+3} + x^{2n}$

39 Valoarea lui $(1-\alpha)(1-\alpha^2)(1-\alpha^4)(1-\alpha^5)$, unde $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$, $\alpha^3 = 1$, este:

A -1 B 9 C 0 D $9i$ E $3i$.

40 Fie numerele reale $a, b, c, d \in (0,1) \cup (1,\infty)$. Dacă $\log_a b \log_b c \log_c d = 1$ atunci:

A $a = b \in (0,1)$ şi $c = d \in (1,\infty)$ B $a = b \in (1,\infty)$ şi $c = d \in (0,1)$ C $a = c \in (0,1)$ şi $b = d \in (1,\infty)$ D $a = d$ E $a = c \in (1,\infty)$ şi $b = d \in (0,1)$.

41 Suma $\sum_{k=1}^{n} k \cdot k!$ este: A $n(n+1)$ B $n \cdot n!$ C $(n+1)! - 1$ D $n!$ E $2n \cdot n!$

Se consideră matricea $U(a,b) = \begin{pmatrix} a & b & b & b \\ b & a & b & b \\ b & b & a & b \\ b & b & b & a \end{pmatrix}$.

42 Matricea $U(a,b)$ este singulară dacă şi numai dacă

A $a = b$ B $a \neq -3b$ C $(a-b)(3b+a) = 0$ D $a + 3b = 0$ E alt răspuns

43 $U^{11}(1,1)$ este A $U(1,1)$ B $4^{100}U(1,1)$ C $2^{22}U(1,1)$ D $2^{20}U(1,1)$ E $4^{8}U(1,1)$

44 Inversa matricei $U(1,2)$ este:

A $U(1,2)$ B $U(1,2) - U(1,1)$ C $\frac{U(1,2)-6I_4}{7}$ D nu există E alt răspuns

45 Dacă $a^2 + b^2 = 1$, atunci inversa matricei $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ este:

A $\begin{pmatrix} -a & -b \\ b & -a \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} a & b \\ b & -a \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} \frac{1}{a} & -\frac{1}{b} \\ \frac{1}{b} & \frac{1}{a} \end{pmatrix}$ E $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$.

46 Inversa matricei $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ este matricea:

A $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

E $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$.

47 Matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 2 & a & 3 \end{pmatrix}$ are rangul minim pentru:

A $a = 0$ B $a = 1$ C $a = 7$ D $a = 21$ E $a = -21$

48 Sistemul de ecuaţii cu parametrul real m, $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 6x - 8y = 1 \\ 5x + 2y = m \end{cases}$, este compatibil numai dacă: A $m = 0$ B $m = 1$ C $m = 2$ D $m = 3$ E $m = 4$.

49 Sistemul de ecuaţii cu parametrii $m, n \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} mx + y - 2z = 2 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ (2m-1)x + 2y + z = n \end{cases}$$

este compatibil nedeterminat pentru:

A $m = 3;\ n \neq 3$ B $m \neq 3;\ n = 3$ C $m = 3;\ n = 3$ D $m \neq 3;\ n \neq 3$ E $m = 5; n = 3$

50 Dacă $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 1 & n & 44 \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}$, atunci:

A $n = 1$ B $n = 2$ C $n = 4$ D $n = 8$ E $n = 16$.

51 Fie $m, n \in R$, x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuaţiei $x^3 + mx + n = 0$ şi matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 \end{pmatrix}$. Determinantul matricei A^2 este:

A $-4m^3 - 27n^2$ B $4m^3 - 27n^2$ C $-4m^3 + 27n^2$ D $-2n^3 - 27m^2$ E $-3n^3 - 27m^2$

52 Mulţimea valorilor $a \in \mathbb{R}$ pentru care rangul matricei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ -2 & -1 & -5 & -4 \\ 2 & 0 & 4 & a \end{pmatrix}$$

este egal cu 2, este A $\emptyset$ B $\{0\}$ C $\{2\}$ D $\{-2, 2\}$ E $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$

Se consideră sistemul

$$(S) : \begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - y + az = -3 \\ 3x + y + 4z = b \end{cases}$$

53 (S) este compatibil determinat dacă şi numai dacă

A $a = 0$ B $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$ C $a = 1, b = -2$

54 (S) este compatibil nederminat dacă

A $a = 1, b = -2$ B $a = 1, b = 2$ C $a \neq 1, b \in \mathbb{R}$ D $a = 2, b = 1$

55 (S) este incompatibil dacă şi numai dacă

A $a = 1, b = 2$ B $a \neq 2, b = 1$ C $a \neq 1, b \neq -2$ D $a \neq 0, b = 2$ E $a = 1, b \neq -2$

56 Sistemul de ecuaţii $\begin{cases} 2x + 2y + mxy & = & 5 \\ (m-1)(x+y) + xy & = & 1 \\ 3x + 3y - xy & = & m+1 \end{cases}$, $m \in \mathbb{R}$,
este compatibil pentru m aparţinând mulţimii:

A $[-1, 1]$ B $[-3, -2]$ C $[2, 4]$ D $\{-\frac{1}{2}\}$ E $\{1, 2, 4\}$.

57 Dacă sistemul de ecuaţii $\begin{cases} 2x + ay + 4z &= 0 \\ x - y - z &= 0 \\ 3x - 2y - z &= 0 \end{cases}$; $a \in \mathbb{R}$

este compatibil determinat, atunci:

A $a = 1$ B $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ C $a \in \mathbb{R}^*$ D $a \in (0, \infty)$ E $a \in (1, \infty)$

58 Dacă $A = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}$; $t \in \mathbb{R}$, atunci:

A $A^n = \begin{pmatrix} \cos^n t & -\sin^n t \\ \sin^n t & \cos^n t \end{pmatrix}$ B $A^n = \begin{pmatrix} \cos t^n & -\sin t^n \\ \sin t^n & \cos t^n \end{pmatrix}$

C $A^n = \begin{pmatrix} \cos nt & -\sin nt \\ \sin nt & \cos nt \end{pmatrix}$ D $A^n = \begin{pmatrix} \sin nt & -\cos nt \\ \cos nt & \sin nt \end{pmatrix}$

E $A^n = \begin{pmatrix} \cos^n t - \sin^n t & -n \sin t \cos t \\ n \sin t \cos t & \cos^n t - \sin^n t \end{pmatrix}$

59 Dacă $A = \begin{pmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, atunci A^{12} este:

A $\begin{pmatrix} 3^6 & 1 \\ 1 & 3^6 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} 12\sqrt{3} & -12 \\ 12 & 12\sqrt{3} \end{pmatrix}$ D $2^{12} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

E $\begin{pmatrix} (\sqrt{3})^{12} & (-1)^{12} \\ 1 & (\sqrt{3})^{12} \end{pmatrix}$.

Se dă mulţimea $M = [5, 7]$ şi operaţia $*$ definită prin
$x * y = xy - 6x - 6y + \alpha$.

60 Valoarea parametrului real α pentru care mulţimea M este parte stabilă în raport cu operaţia $*$ este:

A $\alpha = 42$ B $\alpha = 36$ C $\alpha = -36$ D $\alpha = 6$ E $\alpha = -6$.

61 In monoidul $(M, *)$, elementul neutru este:

A $e = 7$ B $e = 6$ C $e = 5$ D $e = 1$ E nu există.

62 In monoidul $(M, *)$, mulţimea elementelor simetrizabile este:

A $[5, 7] \setminus \{6\}$ B $\{6\}$ C $\{5, 7\}$ D $[5, 7]$ E $\mathbb{R} \setminus \{6\}$.

Definim pe $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ legea de compoziţie $(x, y) * (a, b) = (xa, xb + ya)$.

63 Elementul neutru al legii $*$ este: A $(0, 1)$ B $(1, 0)$ C $(0, 0)$ D $(1, 1)$ E $(-1, 1)$

64 Fie legea de compoziţie $*$ definită prin $x * y = \frac{x-y}{1-xy}$, $\forall x, y \in (-1, 1)$. Elementul neutru pentru această lege este: A $e = 0$ B nu există C $e = 1$ D $e = -1$ E $\frac{1}{2}$.

65 Pe mulţimea $\mathbb{Z}$ a numerelor întregi se defineşte legea $*$ prin $x * y = x + y - 2$, $\forall x, y \in \mathbb{Z}$. Să se determine simetricul x' al lui x.

A x' nu există B $x' = 1 - x$ C $x' = 4 - x$ D $x' = \frac{1}{x}$ E $x' = -x$

Pe mulţimea $\mathbb{C}$ a numerelor complexe definim legea de compoziţie $*$ prin $z_1 * z_2 = z_1 + z_2 - z_1 z_2$.

66 Numărul $2 * i$ este: A $2-i$ B $2i$ C $2+i$

67 Elementul neutru faţă de $*$ este: A 1 B 0 C i D -1

68 Elementul simetric al lui i faţă de $*$ este: A $-i$ B $1-i$ C $\frac{1-i}{2}$ D $\frac{1+i}{2}$

Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-(m-1)x+3m-4, m\in\mathbb{R}$.

69 Mulţimea valorilor lui m pentru care f se anulează în $(0,1)$ şi $f(x)\geq 0$, $\forall x\in(0,1)$ este:

A $(-\infty,7-4\sqrt{2})$ B $(-\infty,7-4\sqrt{2})\cup(7+4\sqrt{2},\infty)$ C $\{7-4\sqrt{2},7+4\sqrt{2}\}$ D $\{7-4\sqrt{2}\}$ E $[7-4\sqrt{2},7+4\sqrt{2}]$

70 Mulţimea valorilor lui m pentru care $f(x)<0$, $\forall x\in(0,1)$ este

A $(0,1)$ B $(2,\infty)$ C $(-\infty,1]$ D $\emptyset$ E $(0,\infty)$

Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-mx+2,\quad m\in\mathbb{R}$.

71 Mulţimea valorilor lui m pentru care f este strict crescătoare pe intervalul $[-1,1]$ este

A $[-2,2]$ B $(-\infty,-2)$ C $(-\infty,-2]$ D $\mathbb{R}$ E Alt răspuns

72 Mulţimea valorilor lui m pentru care f este injectivă pe $[-1,1]$ este:

A $\mathbb{R}$ B $(-1,1)$ C $(-\infty,-2]\cup(2,\infty)$ D $(-2,2)$ E Alt răspuns

73 Familia de parabole asociate funcţiilor

$$f_m(x)=(m+1)x^2-3mx+2m-1,\quad m\in\mathbb{R}\setminus\{-1\},$$

A are un punct fix pe axa Oy
B are un punct fix situat pe prima bisectoare
C are două puncte fixe
D are trei puncte fixe
E nu are puncte fixe.

Fie parabolele de ecuaţii: $P_1:\quad y=x^2+5x+4$ şi $P_2:\quad y=(m-1)x^2+(4m+n-4)x+5m+2n-4$, unde $m,n\in\mathbb{R}$, $m\neq 1$.

74 Parabolele se intersectează în $A(-2,-2)$ şi $B(0,4)$ dacă:

A $m=-2,n=9$ B $m=2,n=-9$ C $m=5,n=4$ D $m=\frac{1}{2},n=3$ E $m=\frac{1}{3},n=-2$.

75 Parabolele au singurul punct comun $C(1,10)$ dar nu sunt tangente dacă:

A $m=-\frac{2}{3},n=\frac{1}{3}$ B $m=2,n=-\frac{1}{3}$ C $m=-\frac{1}{3},n=3$ D $m=-2,n=\frac{1}{2}$ E $m=n=2$

76 Parabolele sunt tangente în punctul $T(-2,-2)$ dacă:

A $m=0,n=-3$ B $m=2,n=-1$ C $m=-2,n=-1$ D $m=-2,n=1$ E $m=\frac{1}{2},n=-4$.

77 Fie $E(x) = \dfrac{x^2 - 2(m-1)x + m + 1}{mx^2 - mx + 1}$. Mulţimea valorilor reale ale lui m pentru care E este bine definită oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, este:

A $\mathbb{R}$ B $\{4\}$ C $\{-1\}$ D $(0, 4)$ E alt răspuns.

78 Mulţimea valorilor parametrului real m pentru care

$$(m-1)x^2 + (m-1)x + m - 3 < 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

este: A $\emptyset$ B $(-\infty, 1) \cup (\frac{11}{3}, \infty)$ C $(-\infty, 0)$ D $(-\infty, 1)$ E alt răspuns.

79 Mulţimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}^*$, pentru care parabolele asociate funcţiilor $f_a(x) = ax^2 - (a+2)x - 1$ şi $g_a(x) = x^2 - x - a$ sunt tangente, este:

A $\{-1, 2\}$ B $\{3, -1\}$ C $\{3\}$ D $\{\frac{1}{3}, 3\}$ E $\emptyset$.

80 Ecuaţia $x^4 + (2m-1)x^2 + 2m + 2 = 0$, cu necunoscuta x şi parametrul real m, are toate rădăcinile reale dacă:

A $m = 0$ B $1 \leq m \leq 2$ C $-1 \leq m \leq -\frac{1}{2}$ D $m \in \emptyset$ E $m > \frac{1}{2}$.

81 Se dă ecuaţia $x^3 - 3x^2 + 2x - a = 0$. Rădăcinile ei sunt în progresie aritmetică dacă şi numai dacă A $a = 0$ B $a \in \{0, 1\}$ C $a \in \{-1, 1\}$

Fie x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuaţiei $x^3 - 2x + 3 = 0$. Notăm $S_k = x_1^k + x_2^k + x_3^k,\ k \in \mathbb{Z}$.

82 S_{-1} este: A 0 B $\frac{2}{3}$ C $-\frac{2}{3}$

83 S_{-2} este: A $\frac{4}{9}$ B $-\frac{4}{9}$ C $\frac{2}{3}$ D $-\frac{3}{2}$

84 S_4 este: A 4 B $\frac{4}{9}$ C -4 D 8 E -8

85 Dacă funcţia polinomială $P\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ verifică egalităţile:

$$P(0) + \cdots + P(n) = n^5, \quad n = 0, 1, \ldots,$$

atunci: A $P(0) = 0$ B $P(0) = 1$ C $P(0) = 2$ D $P(0) = 3$ E alt ăspuns

86 Dacă funcţia polinomială $P\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ satisface egalităţile:

$$P(n) = \sum_{k=1}^{n} k^{10}, \qquad n = 1, 2, \ldots,$$

atunci $P(-2)$ este: A 0 B -1 C 1023 D -1025 E nu are sens

Se dă ecuaţia $x^3 - px^2 + qx - r = 0$.

87 Ecuaţia admite două rădăcini opuse, dacă

A $p + q = r$ B $r^2 - pq = 0$ C $rp - q = 1$ D $q^2 - rp = 0$ E $pq - r = 0$

88 Rădăcinile sunt în progresie geometrică dacă:

A $p^2r - q = 0$ B $p^3 - rq = 0$ C $q^2 - rp = 0$ D $q^3 + p + q = 0$ E $p^3r - q^3 = 0$

89 Mulţimea soluţiilor reale ale ecuaţiei

$$\sqrt{x+2-4\sqrt{x-2}}+\sqrt{x+7-6\sqrt{x-2}}=1$$

este: [A] $\{5,12\}$ [B] $\{7,10\}$ [C] $[2,\infty)$ [D] $[6,11]$ [E] $\{8,12\}$.

90 Mulţimea soluţiilor reale ale inecuaţiei $\sqrt{x+2}-\sqrt{x+3}<\sqrt{2}-\sqrt{3}$ este:

[A] $(-\infty,0)$ [B] $[-2,0)$ [C] $[-2,\infty)$ [D] $\emptyset$ [E] $(0,\infty)$

Se consideră funcţia $f(x)=\sqrt[3]{x}+\sqrt{x-11}$.

91 Mulţimea de definiţie a funcţiei este:

[A] $\mathbb{R}$ [B] $[0,\infty)$ [C] $(-\infty,0)$ [D] $[11,\infty)$ [E] $(-\infty,11)$

92 Mulţimea soluţiilor reale ale ecuaţiei $f(x)=7$ este

[A] $\{27\}$ [B] $\{0\}$ [C] $\{11\}$ [D] $\{1\}$ [E] conţine cel puţin două elemente

93 Câte soluţii întregi are ecuaţia

$$8(4^x+4^{-x})-54(2^x+2^{-x})+101=0?$$

[A] 2 [B] 4 [C] 1 [D] nici una [E] 3

94 Mulţimea valorilor reale ale lui a, pentru care funcţia

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\quad f(x)=x^3+ax+1,$$

este injectivă, este: [A] $(-\infty,0)$ [B] $[0,\infty)$ [C] $\emptyset$ [D] $\{1\}$ [E] $\mathbb{R}$.

95 Mulţimea valorilor parametrului real m pentru care ecuaţia

$$(m-2)x^2-(2m+1)x+m-3=0$$

are rădăcinile în $\mathbb{C}\setminus\mathbb{R}$ cu partea reală negativă este:

[A] $\left(-\frac{1}{2},\frac{23}{24}\right)$ [B] $\left(-\infty,\frac{23}{24}\right)$ [C] $\left[-\frac{1}{2},\infty\right)$ [D] $\left[\frac{23}{24},\infty\right)$ [E] $\emptyset$

96 Valoarea minimă a funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,

$$f(x)=(x-a_1)^2+(x-a_2)^2+\cdots+(x-a_n)^2$$

unde $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n\in\mathbb{R}$, se obţine pentru:

[A] $x=0$ [B] $x=a_1$ [C] $x=a_2$ [D] $x=\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}$ [E] $x=\frac{a_1+a_n}{2}$.

97 Funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} x^2+2mx-1 & ;\ x\le 0\\ mx-1 & ;\ x>0\end{cases}$, $m\in\mathbb{R}^*$, este injectivă dacă:

[A] $m\in(-\infty,1)$ [B] $m\in(1,\infty)$ [C] $m\in(-\infty,0)$ [D] $m\in(0,\infty)$ [E] $m\in(-1,1)$.

98 Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $\quad f(x)=\begin{cases} x+m, & x\le 1\\ 2mx-1, & x>1\end{cases}$. Funcţia f este surjectivă dacă şi numai dacă:

[A] $m\in(0,1)$; [B] $m\in(-\infty,2]$; [C] $m=2$; [D] $m\in(0,2]$; [E] $m\in(-\infty,1]$.

99 Sistemul $\begin{cases} x^2+y^2 &= z \\ x+y+z &= a \end{cases}$, are o singură soluţie $(x,y,z) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, dacă:

A $a=-\frac{1}{2}$ B $a=\frac{1}{2}$ C $a=2$ D $a=\frac{1}{4}$ E $a=-\frac{1}{4}$.

100 Mulţimea soluţiilor reale ale ecuaţiei $x=\sqrt{2-x}$ este:

A $\emptyset$ B $\{1,-2\}$ C $\{1\}$ D $[1,2]$ E $\{2\}$

101 Pentru ca funcţia $f:\mathbb{R}\to B$, $f(x)=\frac{x^2-3x+2}{x^2+x+1}$ să fie surjectivă, trebuie ca:

A $B=\mathbb{R}$ B $B=\left[\frac{9-2\sqrt{21}}{3},\frac{9+2\sqrt{21}}{3}\right]$ C $B=[1,2]$ D $B=(1,2)$ E $B=[-3,3]$.

102 Mulţimea valorilor lui $a\in\mathbb{R}$ pentru care valorile funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2-ax+1}{x^2+1}$, sunt cuprinse în intervalul $(0,3)$, este:

A $(-4,4)$ B $(-\infty,-4)$ C $(0,3)$ D $(-2,2)$ E $\{-2,2\}$.

103 Numărul soluţiilor $(x,y)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ ale ecuaţiei $2\mid x-2\mid+3\mid y-3\mid=0$ este: A 0 B 1 C 2 D 4 E o infinitate.

104 Mulţimea soluţiilor reale ale ecuaţiei $\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{x^2+4x+4}=2x$ este:

A $[-1,3]$ B $(0,\infty)$ C $[2,\infty)$ D $[-2,2]$ E $(-\infty,2]$

105 Soluţia ecuaţiei $\left(3-2\sqrt{2}\right)^x-2\left(\sqrt{2}-1\right)^x=3$ este:

A -1 B $\ln 2$ C 2 D $\log_2\left(3-2\sqrt{2}\right)$ E $\frac{1}{\log_3\left(\sqrt{2}-1\right)}$.

106 Soluţia ecuaţiei $\left(\frac{1}{2}\right)^x+\left(\frac{1}{6}\right)^x+\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{6}\right)^x=1$ este:

A orice număr real B 1 C 0 D $-\frac{1}{2}$ E ecuaţia nu are soluţie.

107 Ecuaţia $\left(5+\sqrt{24}\right)^{\sqrt{x+1}}+\left(5-\sqrt{24}\right)^{\sqrt{x+1}}=98$ are mulţimea soluţiilor:

A $\{3\}$ B $\{-3;3\}$ C $\{-3\}$ D $\left\{\sqrt{3};3\right\}$ E $\left\{\frac{1}{3};3\right\}$.

Fie $f\colon(0,1)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{\log_x 2\log_x 4}+\frac{1}{\log_x 4\log_x 8}+\cdots+\frac{1}{\log_x 2^n\log_x 2^{n+1}}$, unde $n\geq 5$ este un număr întreg.

108 $f(\frac{1}{2})$ este: A $\frac{n}{n+1}$ B 1 C $\frac{n+1}{n}$ D $\frac{1}{2}\frac{n+1}{n}$ E $2\frac{n+1}{n}$

109 Soluţia ecuaţiei $f(x)=\frac{4n}{n+1}$ este: A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D 4 E $\frac{1}{2^n}$

110 Mulţimea soluţiilor sistemului de ecuaţii $\begin{cases} x^2+y^2 &= 425 \\ \lg x+\lg y &= 2 \end{cases}$ este:

A $\{(1;1)\}$ B $\{(1;1);\ (10;10)\}$ C $\{(20;5);\ (5;20)\}$ D $\{(1;10);\ (10;1)\}$ E $\{(20;5)\}$.

111 Soluţiile ecuaţiei $\log_{2x}4x+\log_{4x}16x=4$ aparţin mulţimii:

A $\{3\}$ B $\{2\}$ C $\left[\frac{1}{2\sqrt{2}},2\right]$ D $\{\log_2 3\}$ E $(2,\infty)$.

112 Mulţimea soluţiilor inecuaţiei $\lg\left((x^3-x-1)^2\right) < 2\lg(x^3+x-1)$ este:

A $\mathbb{R}$ B $(0,\infty)$ C $(1,\infty)$ D $(0,1)$ E alt răspuns.

Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=9^x-5^x-4^x$.

113 Numărul de soluţii reale ale ecuaţiei $f(x)=0$ este: A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

114 Numărul de soluţii reale ale ecuaţiei $f(x)-2\sqrt{20^x}=0$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

115 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\log_3 x^2 - 2\log_{-x} 9 = 2$ este:

A $\{x\in\mathbb{R} \mid x<0,\ x\neq -1\}$ B $\{-9\}$ C $\emptyset$ D $\{9\}$ E $\left\{-\frac{1}{3},-9\right\}$.

Se consideră funcţia $f:D\to\mathbb{R},\ f(x)=\dfrac{\ln(x+a)}{\sqrt{x}},\quad a\in\mathbb{R}$.

116 Domeniul de definiţie al funcţiei este:

A $(0,\infty)$ B $(0,\infty)\setminus\{1\}$ C $x\in(a,\infty)$ D $x\in(-a,\infty)$ E $x\in(\frac{-a+|a|}{2},\infty)$

117 Mulţimea valorilor lui a pentru care $f(x)>0$, pentru orice $x\in D$ este:

A $(-\infty,0)$ B $(-1,1)$ C $[1,\infty)$ D $(2,\infty)$ E alt răspuns

118 Dacă $\log_6 2 = a$, atunci valoarea lui $\log_6 324$ este:

A $a+3$ B $5a-2$ C $4-2a$ D $a^2(2-a)^4$ E $3+2a$.

119 Fie $a=\lg 2$ şi $b=\lg 3$. Dacă $x=3^{\log_{27}(\lg 150)^3}$ atunci:

A $x=3-2b+a$ B $x=2+b-a$ C $x=1$ D $x+1=a+b$ E $x=81ab$.

120 Valoarea expresiei $\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}-\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$ este: A 1 B 3 C 2 D $\sqrt{5}$ E $2\sqrt{5}$

121 Valoarea expresiei $\sqrt[3]{\sqrt{50}+7}-\sqrt[3]{\sqrt{50}-7}$ este: A $2\sqrt{50}$ B 2 C 1 D 3 E $\sqrt{50}$

122 Mulţimea valorilor parametrului real m, pentru care ecuaţia $X^4-mX^2-4=0$ admite rădăcina reală $\sqrt[4]{3-2\sqrt{2}}+\sqrt[4]{3+2\sqrt{2}}$, este: A $\emptyset$ B $\{0\}$ C $\{4\}$ D $\{1\}$ E $\{-4,4\}$

123 Ştiind că a este rădăcina reală a ecuaţiei $x^3+x+1=0$, să se calculeze

$$\sqrt[3]{(3a^2-2a+2)(3a^2+2a)}+a^2.$$

A $a+1$ B 1 C 3 D 2 E a

124 Mulţimea valorilor parametrului real m pentru care

$$m\,9^x+4(m-1)3^x+m>1$$

oricare ar fi x real este: A $(-\infty,1)$ B $[1,\infty)$ C $[-1,1]$ D $(1,\infty)$ E $\emptyset$

125 Mulţimea soluţiilor inecuaţiei $\lg\left((x-1)^{10}\right) < 10\lg x$ este:

A $\mathbb{R}$ B $(0,\infty)$ C $(0,1)\cup(1,\infty)$ D $\left(\frac{1}{2},1\right)\cup(1,\infty)$ E $\emptyset$.

126 Mulţimea soluţiilor inecuaţiei

$$\log_x(1+x)+\log_{x^2}(1+x)+\log_{x^4}(1+x)\geq\frac{7}{4}$$

este: A $(0,1)\cup(1,\infty)$ B $(1,\infty)$ C $(0,\infty)$ D $\emptyset$ E $\mathbb{R}$.

127 Valoarea sumei $S_n=\frac{1}{1\cdot4}+\frac{1}{4\cdot7}+\cdots+\frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$, $n\in\mathbb{N}^*$, este:

A $\frac{n}{3n+1}$ B $\frac{3n}{3n+1}$ C $\frac{n+1}{3n+1}$ D $\frac{n-1}{3n+1}$ E $\frac{n}{3(3n+1)}$.

128 Suma $\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\cdots+\frac{n}{(n+1)!}$, $n\in\mathbb{N}^*$, este egală cu:

A $\frac{1}{n+1}$ B $\frac{2n-1}{2}$ C $\frac{(n+1)!-1}{(n+1)!}$ D $\frac{n^2}{(n+1)!}$ E $\frac{n}{n+1}$.

129 Suma $\sum\limits_{k=3}^{n}A_k^3C_n^k$ are valoarea: A $8C_n^3$ B $2^nA_n^3$ C $A_n^3 2^{n-3}$ D $2^{n-2}C_{n+1}^3$ E 3^n

130 Suma $C_n^1+2C_n^2+3C_n^3+\cdots+nC_n^n$, $n\in\mathbb{N}^*$, este egală cu:

A $n2^{n-1}$ B $n2^n-1$ C n D $\frac{n(n+1)}{2}$ E alt răspuns.

131 Suma $\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{kC_n^k}{C_n^{k-1}}$, $n\in\mathbb{N}^*$, este egală cu:

A $\frac{n(n+1)}{2}$ B $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ C $\frac{n(n+1)(2n+1)}{4}$ D $n(2n-1)$ E n^3-n^2+n.

132 Soluţia ecuaţiei $A_x^6-24xC_x^4=11A_x^4$ aparţine mulţimii:

A $[5,7]$ B $[8,10)$ C $\{10\}$ D $\{4\}$ E $\{6\}$.

133 Să se determine termenul independent de a al dezvoltării $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}+\sqrt[4]{a^3}\right)^{17}$.

A C_{17}^6 B C_{17}^7 C C_{17}^8 D C_{17}^{10} E C_{17}^{11}.

134 O progresie aritmetică crescătoare $(a_n)_{n\geq1}$ verifică relaţiile $a_9+a_{10}+a_{11}=15$ şi $a_9a_{10}a_{11}=120$. Suma primilor 20 de termeni din progresie este:

A 150 B 100 C 120 D 110 E 160

135 Ecuaţia $x^3-(4-i)x^2-(1+i)x+a=0$, $a\in\mathbb{R}$, are o rădăcină reală dacă şi numai dacă a aparţine mulţimii:

A $\{1,2\}$ B $\{0,1\}$ C $\{-1,4\}$ D $\{0,4\}$ E $\mathbb{R}$

136 Pentru ce valori ale parametrului real b ecuaţia

$$x^3 + a(a+1)x^2 + ax - a(a+b) - 1 = 0$$

admite o rădăcină independentă de a? A 0 B 1 C 2 D a E -1.

$x = 1,\ b = 2.$

137 Numerele reale nenule a, b, c sunt rădăcinile ecuaţiei $x^3 - a\,x^2 + b\,x + c = 0$. În acest caz tripletul (a, b, c) este:

A $(1,1,1)$ B $(-1,-1,-1)$ C $(1,-1,1)$ D $(1,-1,-1)$ E alt răspuns.

138 Care este valoarea parametrului raţional m, dacă ecuaţia

$$x^4 - 7x^3 + (13+m)x^2 - (3+4m)x + m = 0$$

admite soluţia $x_1 = 2 + \sqrt{3}$ şi soluţiile x_3 şi x_4 verifică relaţia $x_3 = 2x_4$?

A -1 B $\frac{3}{4}$ C $\frac{5}{3}$ D 2 E 4.

139 Soluţiile ecuaţiei $z\overline{z} + 2(z - \overline{z}) = 20 + 8i$, $z \in \mathbb{C}$, sunt:

A $\pm 2 + 4i$ B $\pm 4 + 2i$ C $4 + 2i$ D $4 - 2i$ E alt răspuns.

140 Fie $x_1, x_2, \ldots, x_n$ rădăcinile ecuaţiei $x^n - 3x^{n-1} + 2x + 1 = 0$. Valoarea sumei $S = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{x_k}{x_k - 1}$ este: A $3n - 5$ B $2n + 1$ C $\frac{n}{n-1}$ D $\frac{n(n+1)}{n^2+n-1}$ E 0

141 Valoarea lui m pentru care ecuaţia $x^3 - 6x^2 + 11x + m = 0$ are rădăcinile în progresie aritmetică aparţine mulţimii:

A $[-1, 1]$ B $[2, 4]$ C $[-4, -2]$ D $[-7, -5]$ E $[5, 6]$.

142 Dacă ecuaţia $2x^3 + mx^2 + 4x + 4 = 0$ admite o rădăcină dublă, atunci m aparţine mulţimii:
A $[-5, 0]$ B $[0, 2]$ C $[-8, -5]$ D $\{3\}$ E $(6, \infty)$.

143 Mulţimea valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care ecuaţia $x^3 - 28x + m = 0$ are o rădăcină egală cu dublul altei rădăcini este:

A $\{48\}$ B $\{-48\}$ C $\mathbb{R} \setminus \{48\}$ D $\mathbb{R} \setminus \{-48\}$ E $\{-48, +48\}$.

144 Sistemul de ecuaţii $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 3 \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} = 1 \end{cases}$ are:

A o soluţie B două soluţii C trei soluţii D patru soluţii E şase soluţii.

Se consideră ecuaţia $x^4 - 5x^3 + ax^2 - 7x + 2 = 0$ cu a parametru real.

145 Valoarea sumei $\sum_{i=1}^{4} \frac{1}{x_i}$, unde x_i sunt rădăcinile ecuaţiei, este

A $-\frac{7}{2}$ B $-\frac{3}{2}$ C 0 D $\frac{3}{2}$ E $\frac{7}{2}$

146 Valoarea parametrului a pentru care ecuaţia are rădăcină triplă este

A $\{\frac{63}{64}\}$ B $\{\frac{7}{5}, 3\}$ C $\{9\}$ D $\{3, 7, 9\}$

147 Valorile parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care suma a două rădăcini ale ecuaţiei $x^4 + 10x^3 + m\,x^2 + 50x + 24 = 0$ este egală cu suma celorlalte două rădăcini aparţin mulţimii:

A $[0, 10]$ B $[-4, -1]$ C $\{5\}$ D $[30, 40]$ E $[-1, 1]$.

Fie $(x+1)(x^2+2)(x^2+3)(x^2+4)(x^2+5) = \sum_{k=0}^{9} A_k x^k$.

148 $\sum_{k=0}^{9} A_k$ este: A 720 B 724 C 120 D 600 E alt răspuns

149 $\sum_{k=0}^{4} A_{2k}$ este: A 360 B 120 C 100 D 240 E 300

150 Fie polinomul $P \in \mathbb{C}[X]$, $P = X^3 + pX + q$, cu rădăcinile x_1, x_2, x_3. Să se determine polinomul cu rădăcinile x_1^2, x_2^2, x_3^2.

A $X^3 + 2pX^2 + p^2X - q^2$ B $X^3 + 2pX^2 - 4pX + q$
C $X^3 + 2pX^2 + p^2X + q^2$ D $X^4 + qX^2 + 5$ E $X^3 - pX^2 + qX + q^2$.

151 Restul împărţirii polinomului $1 + X + X^2 + \cdots + X^{1998}$ la $1 + X$ este egal cu:

A 0 B -1 C 1 D 1997 E 1999.

152 Polinomul $(X^2 + X - 1)^n - X$ este divizibil cu polinomul $X^2 - 1$ dacă şi numai dacă:

A $n = 2k,\ k \in \mathbb{N}^*$ B $n = 3k,\ k \in \mathbb{N}^*$ C $n = 2k - 1,\ k \in \mathbb{N}^*$ D $n = 3k + 1,\ k \in \mathbb{N}^*$
E $n = 3k + 2,\ k \in \mathbb{N}^*$

153 Polinomul $(X^2 + X + 1)^n - X$ este divizibil cu polinomul $X^2 + 1$ dacă şi numai dacă:

A $n = 3k,\ k \in \mathbb{N}^*$ B $n = 4k,\ k \in \mathbb{N}^*$ C $n = 4k + 1,\ k \in \mathbb{N}$ D $n = 4k + 2,\ k \in \mathbb{N}^*$
E $n = 4k + 3,\ k \in \mathbb{N}^*$.

154 Mulţimea valorilor parametrului real a, pentru care ecuaţia $x^3 + ax + 1 = 0$ are toate rădăcinile reale şi ele verifică relaţia $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 18$, este:

A $\{-12\}$ B $\{3\}$ C $\{-3\}$ D $\{-3, 3\}$ E $\emptyset$.

155 Mulţimea valorilor parametrului real m pentru care ecuaţia

$$x(x-1)(x-2)(x-3) = m$$

are toate rădăcinile reale este: A $[-1, 9/4]$ B $[-1, 9/16]$ C $[-1, 9]$ D $[1, 1/16]$ E $\emptyset$

156 Restul împărţirii polinomului $P(X) = X^{100} + X^{50} - 2X^4 - X^3 + X + 1$ la polinomul $X^3 + X$ este: [A] $X + 1$ [B] $2X^2 + 1$ [C] $2X^2 - 2X - 1$ [D] $2X^2 + 2X + 1$ [E] $X^2 + 1$.

157 Se consideră polinoamele cu coeficienţi complecşi $P(X) = a_0 + a_1X + \cdots + a_nX^n$ şi $Q(X) = b_0 + b_1X + \cdots + b_mX^m$. Ştiind că polinomul $Q(X)$ se divide cu $X - 1$, să se determine suma coeficienţilor polinomului $P(Q(X))$.

[A] $\sum_{i=0}^{n} a_i$ [B] $\left(\sum_{i=0}^{n} a_i\right)\left(\sum_{i=0}^{m} b_i\right)$ [C] a_nb_m [D] a_0 [E] a_0b_0.

158 Un polinom de grad mai mare sau egal cu 2, împărţit la $X - 1$ dă restul 3 şi împărţit la $X + 1$ dă restul -5. Restul împărţirii la $X^2 - 1$ este:

[A] -15 [B] $3X-5$ [C] $-3X+5$ [D] $4X-1$ [E] nu se poate determina din datele problemei.

159 Restul împărţirii polinomului $X^{400} + 400X^{399} + 400$ la polinomul $X^2 + 1$ este:

[A] $400X + 401$ [B] $400X - 399$ [C] $-400X + 401$ [D] $-400X + 399$ [E] 0

Fie numărul complex $z = 1 + i$.

160 Numărul complex $\frac{1}{z}$ este: [A] $-1 - i$ [B] $1 - i$ [C] $\frac{1-i}{2}$ [D] $\frac{1+i}{2}$ [E] Alt răspuns

161 Dacă z^n este real, pentru o anume valoare $n \in \mathbb{N}^*$, atunci numărul complex z^{2n} este:
[A] i^n [B] -1 [C] 1 [D] 2^n [E] $\left(\sqrt{2}\right)^n$

162 Fie $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$. Dacă $| z_1 + z_2 |= \sqrt{3}$ şi $| z_1 |=| z_2 |= 1$, atunci $| z_1 - z_2 |$ este:

[A] 2 [B] 1 [C] $\sqrt{3}$ [D] $\sqrt{2}$ [E] $\sqrt{3} - 1$.

163 Valoarea parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care rădăcinile x_1, x_2, x_3 ale ecuaţiei $x^3+x+m = 0$, $m \in \mathbb{R}$, verifică relaţia $x_1^5 + x_2^5 + x_3^5 = 10$ este:

[A] 1 [B] -1 [C] 3 [D] 2 [E] -2.

164 Dacă $a < b < c$ şi $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a+2 & b+2 & c+2 \\ (a+1)^2 & (b+1)^2 & (c+1)^2 \end{vmatrix}$, atunci:

[A] $D = 0$ [B] $D \leq 0$ [C] $D < 0$ [D] $D > 0$ [E] $D = -a^2 - b^2 - c^2$.

165 Există matrice nenule $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel ca $\begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ dacă şi numai dacă:

[A] $a = \sqrt{2}$ [B] $a \in \{-3, 2\}$ [C] $a \in \{-1, 1\}$ [D] $a \in \mathbb{R}^*$ [E] $a \in \{-2, 2\}$.

166 Dacă x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile ecuaţiei $x^3 - 2x^2 + 2x + 6 = 0$, atunci valoarea determinatului

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$$

este: [A] 6 [B] 4 [C] 2 [D] 0 [E] -2.

167 Dacă $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ este o matrice inversabilă astfel ca $A + A^{-1} = 2I_n$, atunci are loc egalitatea:

A $A = 3I_n$ B $A^3 + A^{-3} = 2I_n$ C $A = -A$ D $A^2 + A^{-2} = I_n$ E $A - A^{-1} = 2I_n$.

Fie x_1, x_2, x_3, x_4 rădăcinile polinomului $P = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$.

168 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$ este: A -1 B 1 C -2 D $1/2$ E 0

169 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$ este: A 1 B -1 C -2 D -4 E 0

170 $x_1^8 + x_2^{18} + x_3^{28} + x_4^{38}$ este: A 1 B -2^3 C 2^4 D -1 E $4(1+i)$

Se consideră matricea: $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & i & -1 & -i \end{pmatrix}$.

171 Determinantul matricei A este: A $16i$ B $-16i$ C 16 D -16 E 0

172 A^4 este: A I_4 B $2I_4$ C $4I_4$ D $16I_4$ E $256I_4$

173 Numărul soluţiilor $n \in \mathbb{Z}$ ale ecuaţiei matriceale $16A^{8n} + 16I_4 = 257A^{4n}$ este:

A 16 B 8 C 4 D 2 E 1

Se dă matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

174 $\det A$ este: A 1 B 0 C -1 D 2 E ∞

175 Numărul de soluţii în $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ ale ecuaţiei $X^2 = A$ este:

A 10 B 1 C 2 D 0 E ∞

176 Numărul soluţiilor ecuaţiei $X^2 = I_2$ în $\mathcal{M}_2(\mathbb{N})$ este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 16.

177 Fie $A \in M_{3,2}(\mathbb{C})$. Atunci $\det(A \cdot A^T)$ este:

A strict pozitiv B strict negativ C zero D de modul 1 E 1

Se dă ecuaţia: $X^n = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $n \in \mathbb{N}^*$, $X \in M_2(\mathbb{R})$.

178 Determinantul matricei $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ este: A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

179 Câte soluţii are ecuaţia pentru n impar? A 0 B 1 C 2 D n E o infinitate

180 Câte soluţii are ecuaţia pentru n par? A 0 B 1 C 2 D n E o infinitate

181 Mulţimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul $x + y + z = 0$, $x + 2y + az = 0$, $x + 4y + a^2z = 0$ are soluţie nebanală, este:

A $\mathbb{R}$ B $\mathbb{R} \setminus \{1,2\}$ C $\{1,3\}$ D $\{1,2\}$ E $\{2,3\}$

182 Dacă $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & -a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ şi $n \in \mathbb{N}^*$, atunci:

A $A^n = (a^2+bc)I_2$ B $A^n = (a^2+bc)^n I_2$ C $A^{2n} = (a^2+bc)^n I_2$
D $A^{2n+1} = (a^2+bc)^n I_2$ E $A^{2n} = (a^2+bc)^n A$.

183 Mulţimea valorilor parametrului real a pentru care sistemul de ecuaţii

$$\begin{cases} ax+y+z &= 0 \\ x+ay+z &= 0 \\ x+y+az &= 0 \\ x^2+y^2+z^2 &= 1 \end{cases}$$

este compatibil este: A $\mathbb{R}$ B $\emptyset$ C $\{-2,1\}$ D $\mathbb{R} \setminus \{-2,1\}$ E $\{-2\}$.

184 Matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ verifică relaţia $A^3 = pA^2 + qA$ pentru:

A $p=-2$, $q=3$ B $p=-2$, $q=2$ C $p=3$, $q=-2$ D $p=-3$,$q=2$ E $p=1$, $q=1$.

185 Mulţimea valorilor reale ale lui m, pentru care sistemul

$$\begin{cases} mx+y+z &= 1 \\ x+2my+z &= 1 \\ x+y+z &= 0 \end{cases}$$

este compatibil determinat şi soluţia (x,y,z) verifică relaţia $x+y \geq z$, este:

A $(-\infty,1]$ B $[-1,\infty)$ C $\left(\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right] \cup (1,\infty)$ D $(0,1)$ E $(-1,1)$.

186 Mulţimea valorilor lui $x \in \mathbb{R}$, pentru care determinantul

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & -1 & 2 \\ 1 & x^3 & -1 & 8 \\ 1 & x^2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

este nul, este: A $\{-1,1,2\}$ B $\mathbb{R} \setminus \{-1,1,-2\}$ C $\{-1,1,-2\}$ D $\emptyset$ E $\{1\}$.

187 Rangul matricei $\begin{pmatrix} b & 1 & 2 & 4 \\ 1 & a & 2 & 3 \\ 1 & 2a & 2 & 4 \end{pmatrix}$ este egal cu 2, dacă şi numai dacă:

A $a=1$, $b=1$ B $a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{2}$ C $a=\frac{1}{2}$, $b=1$ D $a=2$, $b=1$ E $a=1$, $b=3$.

188 Pe $\mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziţie: $x * y = xy - ax + by$. Numerele $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care $(\mathbb{R}, *)$ este monoid sunt:

A $a=b\neq 0$ B $a=0$, $b=1$ C $a=b=0$ sau $a=-1$, $b=1$ D $a=-1$, $b=0$ E nu există astfel de numere.

Pe intervalul $(1, \infty)$ definim legea: $x * y = x^{\ln y}$

189 Această lege este: [A] necomutativă [B] comutativă [C] neasociativă

190 Elementul unitate este: [A] 1 [B] e [C] 10 [D] 11 [E] -1

191 Simetricul lui x este: [A] $x' = e^x$ [B] $x' = e^{\frac{1}{\ln x}}$ [C] $x' = e^{-x}$ [D] $x' = x$ [E] $x' = \frac{1}{x}$

192 Fie grupurile $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ şi $(\mathbb{R}^*, \cdot)$. Să se determine $a \in \mathbb{R}^*$ şi $b \in \mathbb{R}$ astfel ca funcţia $f : \mathbb{C}^* \to \mathbb{R}^*$, $f(z) = a|z| + b$, să fie morfism de grupuri.

[A] $a = 2$, $b = 1$ [B] $a = -1$, $b = 1$ [C] $a = 1$, $b = 0$ [D] $a = -2$, $b = 3$ [E] $a = 0$, $b = 2$.

193 Mulţimea elementelor inversabile ale monoidului $(\mathbb{Z}[i], \cdot)$ este:

[A] $\{-2, 2\}$ [B] $\{-1, 1, -i, i\}$ [C] $\{1 - i,\ 1 + i\}$ [D] $\{1, i, 2i, -2\}$ [E] $\emptyset$.

194 Fie $m \in \mathbb{Z}$ şi operaţia $*$ definită prin $x * y = xy + mx + my + a$. Valoarea lui a pentru care operaţia $*$ defineşte o structură de monoid pe $\mathbb{Z}$ este:

[A] $1 - m$ [B] m^2 [C] $m - 1$ [D] 0 [E] $m^2 - m$.

Pe mulţimea numerelor reale $\mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziţie " $*$ " prin
$x * y = xy - 2x - 2y + \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

195 Legea " $*$ " este asociativă pentru:

[A] $\lambda = 1$ [B] $\lambda = 2$ [C] $\lambda = -1$ [D] $\lambda = -3$ [E] $\lambda = 6$

196 Mulţimea $M = (2; \infty)$ este parte stabilă a lui $\mathbb{R}$ în raport cu legea " $*$ " pentru:

[A] $\lambda = 2$ [B] $\lambda = 3$ [C] $\lambda < 3$ [D] $\lambda \geq 6$ [E] $\lambda > 6$

197 Legea " $*$ " are element neutru pentru:

[A] $\lambda = 4$ [B] $\lambda = 6$ [C] $\lambda = -6$ [D] $\lambda = 1$

198 Legea de compoziţie $x * y = \sqrt[n]{x^n + y^n}$, determină pe $\mathbb{R}$ o structură de grup, dacă şi numai dacă:

[A] $n = 1$ [B] $n = 3$ [C] $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}^*$ [D] $n = 2k + 1$, $k \in \mathbb{N}^*$ [E] $n \geq 2$, $n \in \mathbb{N}$.

199 In monoidul $(\mathcal{M}_2(\mathbb{Z}), \cdot)$ mulţimea elementelor inversabile este:

[A] $\{A \mid \det A \neq 0\}$ [B] $\{A \mid \det A = 1\}$ [C] $\{-I_2, I_2\}$
[D] $\{A \mid \det A^2 = 0\}$ [E] $\{A \mid \det A \in \{-1, 1\}\}$.

200 Să se determine grupul $(G, *)$, ştiind că funcţia

$$f : (0, \infty) \to G, \quad f(x) = x + 1,$$

este un izomorfism al grupurilor $((0, \infty), \cdot)$ şi $(G, *)$.

[A] $G = (0, \infty)$ şi $x * y = xy$ [B] $G = (1, \infty)$ şi $x * y = xy$
[C] $G = (1, \infty)$ şi $x * y = xy - x - y + 2$ [D] $G = \mathbb{R}$ şi $x * y = x + y$
[E] $G = (1, \infty)$ şi $x * y = x + y - 1$.

201 Se consideră grupurile $G = (\mathbb{R}, +)$ şi $H = (\mathbb{R}, *)$, unde $x*y = x+y+1$. Funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = ax + b$ este izomorfism de la G la H, dacă şi numai dacă:

[A] $a = b = 1$ [B] $a = -1,\ b = 1$ [C] $a \neq 0,\ b = -1$ [D] $a = 1,\ b \neq 0$
[E] $a = 1$, şi $b = 0$.

Fie funcţia $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ între grupurile $((-1, 1), *)$ şi $((0, \infty), \cdot)$, unde $x * y = \frac{x+y}{1+xy}$.

202 Funcţia f păstrează unităţile grupurilor dacă:

[A] $b = d$ [B] $a = c$ [C] $c = 0$

203 Funcţia f este izomorfism între cele două grupuri dacă:

[A] $a = b = d = 1, c = -1$ [B] $a = b = c, d = -1$ [C] $a = b = 1$ [D] $d = c = -1$

Fie monoidul $(M, \cdot)$ unde $M = \{A_a \mid a \in \mathbb{R}\}$ cu $A_a = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$.

204 Matricea $A_1 \cdot A_1$ este: [A] A_1 [B] A_2 [C] A_3

205 Elementul unitate este: [A] I_3 [B] A_1 [C] A_0 [D] $A_{\frac{1}{2}}$

206 Inversul elementului A_1 este: [A] $A_{\frac{1}{4}}$ [B] A_{-1} [C] $A_{\frac{1}{2}}$ [D] A_2

Pe $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziţie $x * y = ax + by + c,\ a \neq 0, b \neq 0$.

207 $*$ este asociativă dacă şi numai dacă

[A] $a = b, c = 0$ [B] $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$ [C] $a = b = c = 2$

208 $*$ este asociativă şi admite element neutru dacă şi numai dacă

[A] $a = b = 1, c = 0$ [B] $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$ [C] $a = b = c = 2$
[D] $a = b = 2, c = 0$.

209 $(\mathbb{R}, *)$ este grup dacă şi numai dacă

[A] $a = b = 1, c = 0$ [B] $a = b = 1, c \in \mathbb{R}$ [C] $a = b = c = 2$
[D] $a = b = 2, c = 0$ [E] alt răspuns

210 Funcţia $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z},\ f(x) = ax$ este automorfism al grupului $(\mathbb{Z}, +)$ dacă şi numai dacă:

[A] $a = 1$, [B] $a = -1$ [C] $a \in \{-1, 1\}$ [D] $a \in \mathbb{Z}^*$ [E] $a \in \{0, 1\}$.

211 Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{ax + b}{x^2 + 1}$, $a, b \in \mathbb{R}$. Mulţimea perechilor $(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ pentru care imaginea funcţiei f este $\operatorname{Im} f = [-3, 1]$ este:

[A] $\{(0, 0)\}$ [B] $\{(1, -\sqrt{2})\}$ [C] $\{(2\sqrt{3}, -2), (-2\sqrt{3}, -2)\}$ [D] $\{(\frac{1}{2}, \sqrt{2}), (-\frac{1}{2}, \sqrt{2})\}$
[E] $\{(0, 1), (1, 0)\}$.

212 Imaginea funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{x^2 + ax + 1}{x^2 + x + 1}$, $a \in \mathbb{R}$, este inclusă în intervalul $[0, 2]$, dacă:

[A] $a \geq 3$ [B] $a \leq -2$ [C] $a \in [-1, 0)$ [D] $a \in [0, 2]$ [E] $a \in (-2, -1)$.

213 Mulţimea valorilor lui x, pentru care este definit radicalul $\sqrt[6-x^2]{x}$, conţine:

[A] 5 elemente [B] 7 elemente [C] un interval [D] 4 elemente [E] nici un element

214 Mulţimea numerelor complexe z care verifică ecuaţia $z^2 - 2|z| + 1 = 0$ este:

[A] $\{-1, 1\}$ [B] $\{1-i,\ i+1\}$ [C] $\{-1, 1,\ (\sqrt{2}-1)i,\ (1-\sqrt{2})i\}$
[D] $\{-1,\ 1,\ 1-i\}$ [E] $\emptyset$.

215 Se consideră ecuaţia $ax^2 + bx + c = 0$, unde a, b, c sunt numere întregi impare. Care din următoarele afirmaţii este adevărată?

[A] ecuaţia are o rădăcină pară [B] ecuaţia are o rădăcină impară
[C] ecuaţia are două rădăcini pare [D] ecuaţia nu are rădăcini întregi
[E] ecuaţia are două rădăcini impare.

216 Ecuaţia $\sqrt{mx^2+x+1} + \sqrt{mx^2-x+1} = x$ are soluţii reale dacă şi numai dacă: [A] $m = 0$ [B] $m = 1$ [C] $m = \frac{1}{2}$ [D] $m = \frac{1}{4}$ [E] $m > 0$.

217 Mulţimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuaţia

$$x^4 + 4x^3 + ax^2 + 4x + 1 = 0$$

are toate rădăcinile reale este:

[A] $(-\infty, -10]$ [B] $(-\infty, -10] \cup \{6\}$ [C] $[4, \infty)$ [D] $\{0\}$ [E] $\emptyset$.

218 Soluţiile ecuaţiei $1 - 3^{x-1} + 2^{\frac{x}{2}} - 2^{\frac{x}{2}} 3^{\frac{x-1}{2}} = 0$ aparţin mulţimii:

[A] $[-3, 0]$ [B] $[0, 2]$ [C] $\{0; -2\}$ [D] $[3, \infty)$ [E] $\{\frac{1}{2}\}$.

219 Mulţimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care $\log_a \left(x^2 + 4\right) \geq 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$, este:

[A] $(1, 2]$ [B] $[-2, 0)$ [C] $(0, 4]$ [D] $[2, 3]$ [E] $(1, 3)$.

220 Soluţia x a ecuaţiei $\log_x(x+1) + \log_{x^3}(x^3+1) = 2\log_{x^2}(x^2+1)$ verifică:

[A] $x \in [0, 1)$ [B] $x \in \emptyset$ [C] $x \in (2, 3)$ [D] $x \in (3, 4)$ [E] $x \in (1, 2)$

221 Cel mai mare termen al dezvoltării binomului $\left(1+\sqrt{2}\right)^{100}$ este:

[A] T_{57} [B] T_{58} [C] T_{59} [D] T_{60} [E] T_{61}.

222 Fie m, n, p numere naturale nenule, $m \neq n$. Dacă într-o progresie aritmetică avem $a_n = m$, şi $a_m = n$, atunci a_p este egal cu:

[A] $m+n-p$ [B] $p-m-n$ [C] $m+n-2p$ [D] $2p-m-n$ [E] $m+n+p$.

Fie polinomul $P(x) = x^3 - x^2 - x + a$, unde a este un parametru real.

223 Valoarea lui a pentru care polinomul are o rădăcină dublă întreagă este:

[A] $a = 1$ [B] $a = -1$ [C] $a = 2$ [D] $a = \frac{1}{2}$ [E] $a = -\frac{3}{2}$

224 Valoarea lui a pentru care polinomul are o rădăcină triplă întreagă este:

[A] $a = 1$ [B] nu există un astfel de a [C] $a = -1$ [D] $a = 2$ [E] $a = -2$

Fie $x_n = (2+\sqrt{3})^n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

225 Câte perechi $(a_n, b_n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ cu proprietatea $x_n = a_n + b_n\sqrt{3}$ există pentru n fixat?
[A] 0 [B] 1 [C] 2 [D] 3 [E] o infinitate

226 Valoarea lui $a_n^2 - 3b_n^2$ este: [A] 0 [B] 1 [C] 2 [D] 3 [E] $\sqrt{3}$

227 Câte soluţii are ecuaţia $x^2 = 3y^2 + 1$ în $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$?

[A] 1 [B] 3 [C] 5 [D] 6 [E] o infinitate

228 Fie x_1, x_2, x_3, x_4 şi x_5 rădăcinile ecuaţiei $x^5 + x^4 + 1 = 0$.
Valoarea sumei $\displaystyle\sum_{i=1}^{5} \frac{1}{x_i^4}$ este: [A] -4 [B] -3 [C] -2 [D] -1 [E] 0

Ecuaţia $x^4 - 8x^3 + ax^2 - bx + 16 = 0$ are toate rădăcinile pozitive, a, $b \in \mathbb{R}$.

229 Media aritmetică a rădăcinilor x_1, x_2, x_3, x_4 este [A] 1 [B] 2 [C] 0 [D] 4 [E] 8

230 Media geometrică a rădăcinilor x_1, x_2, x_3, x_4 este [A] 2 [B] 1 [C] 4 [D] 0 [E] 16

231 Valorile parametrilor $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care ecuaţia are toate rădăcinile reale şi pozitive sunt:

[A] $a = 1, b = 0$ [B] $a = 24, b = 32$ [C] $a = 24, b = 1$ [D] $a = 32, b = 24$ [E] $a = 1, b = 32$

Fie $x_1, x_2 \in \mathbb{C}$ rădăcinile ecuaţiei $x^2 + x + 1 = 0$.

232 Valoarea sumei $x_1 + x_2$ este: [A] -1 [B] 0 [C] 1 [D] 2 [E] ∞

233 Valoarea sumei $x_1^3 + x_2^3$ este: [A] -2 [B] 3 [C] 0 [D] 2 [E] -3

234 Fie $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ o matrice, $A \neq O_2$ astfel încât

$$\det(I_2 - A) \cdot \det(x_1 I_2 - A) = x_1^2.$$

Valoarea lui $\det(I_2 + x_1 A + x_1^2 A^2)$ este: [A] -1 [B] 0 [C] 2 [D] x_1 [E] 1

235 Dacă $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, $A \neq O_2$ şi există $n \geq 6$ astfel ca $A^n = O_2$, atunci valoarea minimă a lui $p \in \mathbb{N}^*$ pentru care $A^p = O_2$ este: [A] 2 [B] 3 [C] 4 [D] 5 [E] 6.

236 Mulţimea $G = \{z \in \mathbb{C} \mid az^n = b\}$, $a \in \mathbb{C}^*$, $b \in \mathbb{C}$, este un subgrup al grupului $(\mathbb{C}^*, \cdot)$ dacă: [A] $b = 0$ [B] $a = b$ [C] $|\,a\,| = |\,b\,|$ [D] $a = -b$ [E] $a^n = b$.

237 Câte elemente inversabile are monoidului $\left(\mathbb{Z}\left[\sqrt{2}\right], \cdot\right)$?

[A] 0 [B] 1 [C] 2 [D] 4 [E] o infinitate

238 Funcţia $f(x,y) = \dfrac{ax + by}{1 + xy}$, $a, b \in \mathbb{R}$, este o lege de compoziţie pe intervalul $(-1,1)$ dacă:

[A] $a = b = 2$ [B] $a + b \in (-1,1)$ [C] $a \in (-1,1)$ şi $b \in (-1,1)$ [D] $a = b \in [-1,1]$ [E] $a + b = 1$.

239 Fie $x * y = \dfrac{x+y}{1+xy}$, $x, y \in (-1,1)$. Numărul $\dfrac{1}{2} * \dfrac{1}{3} * \cdots * \dfrac{1}{1000}$ este:

[A] $\frac{500499}{500502}$; [B] $\frac{500499}{500501}$; [C] $\frac{500500}{500501}$; [D] $\frac{500501}{500502}$; [E] $\frac{500400}{500501}$.

2

Analiză matematică

240 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\cdots+\frac{n}{n^2}\right)$ este: A $\frac{1}{2}$ B 4 C 1 D ∞ E 0

241 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\sin\frac{x}{2^n}\right)^{2^n}$ este: A e B $\frac{2}{x}$ C e^x D e^{-x} E $\frac{1}{e}$

242 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n}{\ln n}(\sqrt[n]{n}-1)$ este: A 1 B e C ∞ D 0 E $\frac{1}{e}$

243 Se dă şirul cu termeni pozitivi $(a_n)_{n\geq 0}$ prin relaţiile:
$a_0=2$; $a_1=16$; $a_{n+1}^2=a_n a_{n-1}$, $\forall n\geq 1$.
Limita şirului $(a_n)_{n\geq 0}$ este: A 1 B 2 C 4 D 8 E ∞

244 Se consideră şirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin: $x_{n+1}-a\,x_n+2=0$, $x_0=a$.
Mulţimea valorilor parametrului real a pentru care şirul (x_n) este strict descrescător este:
A $\emptyset$ B $(-1,2)$ C $(-1,1)$ D $(0,\infty)$ E $(0,2)$.

245 Fie $a\in\mathbb{R}$, $a>0$ un număr fixat. Se consideră şirurile $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, $(b_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ definite prin
$x_{n+1}=a^{\frac{1}{(n+1)!}}\cdot x_n^{\frac{1}{n+1}}$, $n\geq 1$, $x_1=1$, $\quad b_n=\prod\limits_{k=1}^{n}x_k$.

Limita $\lim\limits_{n\to\infty}b_n$ este: A $\sqrt{a}$ B a C a^2 D ∞ E 0

Se consideră şirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin $x_{n+1}=x_n+\dfrac{2}{x_n}$, $x_0=1$.

246 Limita şirului $(x_n)_{n\geq 0}$ este: A 0 B 1 C e D ∞ E nu există

247 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{x_n}{\sqrt{n}}$ este egală cu: A 1 B 2 C 3 D π E ∞

248 Se consideră şirul $(x_n)_{n\geq 0}$, definit prin relaţia de recurenţă

$$x_{n+1} = e^{x_n} - 1,\ x_0 \in \mathbb{R}.$$

Numărul valorilor lui x_0 pentru care şirul este constant este:

$\boxed{\text{A}}$ 0 $\boxed{\text{B}}$ 1 $\boxed{\text{C}}$ 2 $\boxed{\text{D}}$ 5 $\boxed{\text{E}}$ 10

249 Şirul este crescător dacă şi numai dacă x_0 aparţine mulţimii:

$\boxed{\text{A}}$ $(-\infty, 0)$ $\boxed{\text{B}}$ $[0, \infty)$ $\boxed{\text{C}}$ $(-\infty, 0]$ $\boxed{\text{D}}$ $(0, \infty)$ $\boxed{\text{E}}$ $\mathbb{R}$

250 Dacă $x_0 > 0$, $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$ este: $\boxed{\text{A}}$ ∞ $\boxed{\text{B}}$ 0 $\boxed{\text{C}}$ nu există $\boxed{\text{D}}$ 1 $\boxed{\text{E}}$ $2e$

251 Şirul este convergent dacă şi numai dacă x_0 aparţine mulţimii:

$\boxed{\text{A}}$ $\emptyset$ $\boxed{\text{B}}$ $\{0\}$ $\boxed{\text{C}}$ $(-\infty, 0]$ $\boxed{\text{D}}$ $(-\infty, 0)$ $\boxed{\text{E}}$ $(0, \infty)$

252 Pentru $x_0 = -1$, $\lim\limits_{n\to\infty} nx_n$ este: $\boxed{\text{A}}$ -2 $\boxed{\text{B}}$ -1 $\boxed{\text{C}}$ 0 $\boxed{\text{D}}$ 1 $\boxed{\text{E}}$ nu există

Valorile limitelor următoare sunt:

253 $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{2}$ $\boxed{\text{A}}$ 1 $\boxed{\text{B}}$ 0 $\boxed{\text{C}}$ $\dfrac{1}{2}$ $\boxed{\text{D}}$ 2 $\boxed{\text{E}}$ ∞

254 $\lim\limits_{n\to\infty} (2 - \sqrt[n]{2})^n$ $\boxed{\text{A}}$ $\dfrac{1}{2}$ $\boxed{\text{B}}$ 0 $\boxed{\text{C}}$ 1 $\boxed{\text{D}}$ 2 $\boxed{\text{E}}$ ∞

255 $\lim\limits_{n\to\infty} (2 - \sqrt{2})(2 - \sqrt[3]{2}) \cdots (2 - \sqrt[n]{2})$ $\boxed{\text{A}}$ 0 $\boxed{\text{B}}$ 1 $\boxed{\text{C}}$ 2 $\boxed{\text{D}}$ $\sqrt{2}$ $\boxed{\text{E}}$ e

256 Fie $(a_n)_{n\geq 1}$ un şir de numere reale, astfel ca şirul

$$1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - a_n \ln n,$$

$n \geq 1$, să fie mărginit. Limita şirului $(a_n)_{n\geq 1}$ este: $\boxed{\text{A}}$ e $\boxed{\text{B}}$ 0 $\boxed{\text{C}}$ ∞ $\boxed{\text{D}}$ 1 $\boxed{\text{E}}$ $\frac{1}{e}$

257 Fie $a \in \mathbb{R}$ astfel încât şirul $(x_n)_{n\geq 1}$,

$$x_n = \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2n-1}\right) - a\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}\right),$$

să fie mărginit. Limita lui este: $\boxed{\text{A}}$ 0 $\boxed{\text{B}}$ $\ln 2$ $\boxed{\text{C}}$ 2 $\boxed{\text{D}}$ $-\ln 2$ $\boxed{\text{E}}$ $\dfrac{1}{2}$

258 Valoarea limitei $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3n+(-1)^n}{3n-(-1)^n}$ este:

$\boxed{\text{A}}$ 3 $\boxed{\text{B}}$ 0 $\boxed{\text{C}}$ ∞ $\boxed{\text{D}}$ 1 $\boxed{\text{E}}$ nu există, conform teoremei Stolz-Cesaro.

259 $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[3]{n^3 + 2n^2 + 1} - \sqrt[3]{n^3 - 1}$ este: $\boxed{\text{A}}$ 0 $\boxed{\text{B}}$ $\frac{1}{2}$ $\boxed{\text{C}}$ $\frac{2}{3}$ $\boxed{\text{D}}$ 1 $\boxed{\text{E}}$ $\frac{4}{3}$

260 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n^2 - 3n + 1}{n^2 + 1}\right)^{\frac{n^2+n+1}{n+1}}$ este: $\boxed{\text{A}}$ e^6 $\boxed{\text{B}}$ e^{-1} $\boxed{\text{C}}$ e^{-3} $\boxed{\text{D}}$ e^{-2} $\boxed{\text{E}}$ e^9

261 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\ln(1 + e^{2n})}{\ln(1 + e^{3n})}$ este: $\boxed{\text{A}}$ 1 $\boxed{\text{B}}$ $\frac{1}{3}$ $\boxed{\text{C}}$ 2 $\boxed{\text{D}}$ $\frac{2}{3}$ $\boxed{\text{E}}$ $\ln 2$

262 Limita $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1-2+3-4+5-\cdots-2n}{3n+1}$ este: A $\frac{1}{3}$ B -2 C ∞ D $\frac{2}{3}$ E $-\frac{1}{3}$

263 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n^2+1}{n+1}\right)^{\frac{n+1}{n^2+1}}$ este: A 0 B 1 C 2 D e E ∞

264 $\lim\limits_{n\to\infty} \prod\limits_{k=1}^{n} \dfrac{(k+1)^2}{k(k+2)}$ este: A 5 B 4 C 1 D 2 E 3

265 $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{1}{(k+1)\sqrt{k}+k\sqrt{k+1}}$ A 1 B $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ C $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}$ D ∞ E nu există

266 $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{2^{k-1}}{(1+2^k)(1+2^{k+1})}$ este: A $-\frac{1}{3}$ B $-\frac{1}{2}$ C $\frac{1}{3}$ D $\frac{1}{6}$ E $\frac{1}{2}$

267 $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{2k+1}{k^2(k+1)^2}$ este: A 0 B $\frac{1}{3}$ C $\frac{2}{3}$ D 1 E $\frac{4}{3}$

268 $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{1}{a_k a_{k+1}}$, unde (a_k), $k \in \mathbb{N}^*$, $a_1 > 0$, formează o progresie aritmetică cu raţia $r > 0$, este: A ∞ B $\frac{1}{a_1 r}$ C 1 D a_1 E 0

269 Fie $S = \sum\limits_{k=2}^{n} \dfrac{k^2-2}{k!}$, $n \geq 2$. Alegeţi afirmaţia corectă:

A $S < 3$ B $S > 3$ C $S = e$ D $S < 0$ E $S = e - \dfrac{1}{2}$

270 $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{1}{4k^2-1}$ A $\frac{1}{4}$ B $\frac{1}{2}$ C 0 D -1 E nu există

271 $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{6}{k(k+1)(k+3)}$ A $\frac{2}{3}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{7}{6}$ D 1 E $\frac{3}{2}$

272 Limita şirului $(x_n)_{n\geq 0}$, $x_n = \cos\left(\pi\sqrt{4n^2+n+1}\right)$, este:

A $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B $\frac{1}{2}$ C 0 D nu există E 1.

273 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{5^n\, n!}{2^n\, n^n}$ A 0 B ∞ C 1 D e E 2

274 Fie $p \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\}$, $q > 0$. Se cere valoarea limitei:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{qn+1}{qn}\,\frac{qn+p+1}{qn+p}\cdots\frac{qn+np+1}{qn+np}.$$

A $\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$ B $\sqrt[p]{\frac{p+q}{q}}$ C $\sqrt[p]{\frac{q}{p+q}}$ D $p\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$ E $p^2\sqrt[p]{\frac{p}{q}}$

275 Fie x_0 un întreg pozitiv. Se defineşte şirul $(x_n)_{n\geq 0}$ prin

$$x_{n+1} = \begin{cases} \dfrac{x_n}{2}, & \text{dacă } x_n \text{ este par,} \\ \dfrac{1+x_n}{2}, & \text{dacă } x_n \text{ este impar,} \qquad n = 0, 1, \ldots \end{cases}$$

Limita şirului $(x_n)_{n\geq 0}$ este:

A 0 B 1 C ∞ D e E Nu există pentru unele valori ale lui x_0

276 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{a + \sqrt{a} + \sqrt[3]{a} + \cdots + \sqrt[n]{a} - n}{\ln n}$, $a > 0$, este:

A 0 B $\ln a$ C ∞ D e E a

277 $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \left(\dfrac{1}{2^k} + \dfrac{1}{3^k} \right)$ este: A 1 B $\frac{7}{2}$ C $\frac{8}{3}$ D $\frac{3}{2}$ E 0

278 Limita $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=0}^{n} \dfrac{C_n^k}{(2n)^k}$ este A 0 B 1 C $e^{\frac{1}{2}}$ D e^2 E ∞.

279 Fie $p_n = \prod\limits_{k=1}^{n} \cos(2^{k-1}x)$, $x \neq k\pi$. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} p_n$ este:

A 1 B $\dfrac{\cos x}{x}$ C 0 D $\dfrac{\sin x}{x}$ E nu există

280 $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=0}^{n} \dfrac{C_n^k}{n2^n + k}$ este: A 0 B 1 C $\frac{1}{2}$ D 2 E ∞.

281 $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=0}^{n} \dfrac{kC_n^k}{n2^n + k}$ este: A 0 B 1 C $\frac{1}{2}$ D 2 E ∞.

282 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(1 + \dfrac{\cos n\pi}{n}\right)^n$ este: A ∞ B 0 C 1 D e E nu există

283 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1 + x^n(x^2+4)}{x(x^n+1)}$, $x > 0$ este: A $\frac{1}{x}$ B ∞ C x D $\frac{x^2+4}{x}$ E alt răspuns

284 $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \arcsin \dfrac{k}{n^2}$ este: A 0 B 1 C ∞ D $\frac{1}{2}$ E 2π

285 Se consideră şirul $(x_n)_{n\geq 2}$, $x_n = \sqrt[n]{1 + \sum\limits_{k=2}^{n} (k-1)(k-1)!}$.

Limita $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{n}$ este: A ∞ B $\frac{1}{e}$ C 0 D 1 E e.

286 Fie $x \in \mathbb{R}$. Notăm cu $\lfloor x \rfloor$ partea întreagă a numărului x. Limita şirului

$$x_n = \frac{\lfloor x \rfloor + \lfloor 3^2 x \rfloor + \cdots + \lfloor (2n-1)^2 x \rfloor}{n^3}, \quad n \geq 1,$$

este: [A] $\frac{x}{2}$ [B] 1 [C] 0 [D] $\frac{3x}{4}$ [E] $\frac{4x}{3}$

287 $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} \ln \left(a^{\frac{n}{1}} + a^{\frac{n}{2}} + \cdots + a^{\frac{n}{n}} \right)$, unde $a \in (1, \infty)$, este:

[A] $1 - \ln a$ [B] $1 + \ln a$ [C] $2 + \ln a$ [D] $-\ln a$ [E] $\ln a$

288 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\frac{\ln 2}{2} + \frac{\ln 3}{3} + \cdots + \frac{\ln n}{n}}{\ln^2 n}$ este: [A] 1 [B] 0 [C] $\frac{1}{2}$ [D] 2 [E] nu există

289 Şirul $a_n = 1^9 + 2^9 + \cdots + n^9 - a\, n^{10}$, $a \in \mathbb{R}$, este convergent dacă:

[A] $a = 9$ [B] $a = 10$ [C] $a = 1/9$ [D] $a = 1/10$
[E] nu există un astfel de a.

290 Fie şirul $(x_n)_{n\geq 1}$, $x_n = ac + (a + ab)c^2 + \cdots + (a + ab + \cdots + ab^n)c^{n+1}$.
Atunci, pentru orice $a, b, c \in \mathbb{R}$ cu proprietăţile $|c| < 1$, $b \neq 1$ şi $|bc| < 1$, avem:

[A] (x_n) nu este convergent [B] $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$ [C] $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 1$
[D] $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \frac{a+bc}{(1-ab)c}$ [E] $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \frac{ac}{(1-bc)(1-c)}$.

291 Pentru numărul natural $n \geq 1$, notăm cu x_n cel mai mare număr natural p pentru care este adevărată inegalitatea $3^p \leq 2008 \cdot 2^n$. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_n}{n}$ este:

[A] 0 [B] 1 [C] $\log_3 2$ [D] 2008 [E] Limita nu există.

Fie $0 < b < a$ şi $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ unde $x_0 = 1$, $x_1 = a + b$,

$$x_{n+2} = (a+b)x_{n+1} - ab\, x_n, \quad n \in \mathbb{N}$$

292 Dacă $0 < b < a$ şi $l = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_{n+1}}{x_n}$ atunci

[A] $l = a$ [B] $l = b$ [C] $l = \frac{a}{b}$ [D] $l = \frac{b}{a}$ [E] nu se poate calcula

293 Dacă $0 < b < a < 1$ şi $L = \lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=0}^{n} x_k$ atunci:

[A] $L = 1$ [B] $L = \frac{1}{(1-a)(1-b)}$ [C] $L = \frac{2-a-b}{(1-a)(1-b)}$ [D] $L = \frac{a+b}{(1-a)(1-b)}$
[E] $L = \frac{a+b-1}{(1-a)(1-b)}$

294 Mulţimea tuturor valorilor lui a pentru care şirul $(x_n)_{n\geq 0}$ definit prin recurenţa $x_0 = a$, $x_{n+1} = x_n^2 - 4x_n + 6$, este convergent este:

[A] $\{1\}$ [B] $[-1, 2]$ [C] $\{0\}$ [D] $(0, 1)$ [E] $[1, 3]$.

295 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\frac{(p+n)!}{n!\,n^p} \right)^n$, $p \in \mathbb{N}$ este: [A] ∞ [B] 0 [C] e [D] $e^{1/6}$ [E] $e^{\frac{p(p+1)}{2}}$.

296 Câte şiruri convergente de numere reale $(x_n)_{n\geq 1}$ verifică relaţia

$$\sum_{k=1}^{10} x_{n+k}^2 = 10,$$

pentru orice $n \in \mathbb{N}$? $\boxed{A}$ 1 $\boxed{B}$ 10 $\boxed{C}$ 0 $\boxed{D}$ o infinitate $\boxed{E}$ 2

297 Şirul (x_n), $x_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}$ are limita $\frac{\pi^2}{6}$. Să se calculeze limita şirului (y_n), $y_n = 1 + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)^2}$. $\boxed{A}$ $\frac{\pi^2}{8}$ $\boxed{B}$ $\frac{\pi^2}{3}$ $\boxed{C}$ $\frac{\pi^2}{16}$ $\boxed{D}$ $\frac{\pi}{3}$ $\boxed{E}$ $\frac{\pi^2}{12}$.

298 Fie x_n soluţia ecuaţiei $\operatorname{tg} x = x$ din intervalul $\left(n\pi, n\pi + \frac{\pi}{2}\right)$, $n \in \mathbb{N}$. Valoarea limitei

$$\lim_{n\to\infty} n\left(n\pi + \frac{\pi}{2} - x_n\right)$$

este: $\boxed{A}$ 1 $\boxed{B}$ 0 $\boxed{C}$ $\dfrac{1}{\pi}$ $\boxed{D}$ $\dfrac{\pi}{2}$ $\boxed{E}$ $\dfrac{\pi}{4}$

299 Mulţimea valorilor funcţiei $f : (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$ este:
$\boxed{A}$ $\left[-1, e^{\frac{1}{e}}\right]$ $\boxed{B}$ $\mathbb{R}$ $\boxed{C}$ $[0,1]$ $\boxed{D}$ $\left(0, \frac{1}{e}\right) \cup [1, e]$ $\boxed{E}$ $\left(0, e^{\frac{1}{e}}\right]$

300 $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x^x - x^{x^2}}{(1-x)^2}$. $\boxed{A}$ e $\boxed{B}$ -1 $\boxed{C}$ 1 $\boxed{D}$ $-e$ $\boxed{E}$ 0

301 $\displaystyle\lim_{x\to +0} ((1+x)^x - 1)^x$ $\boxed{A}$ 0 $\boxed{B}$ 1 $\boxed{C}$ e $\boxed{D}$ ∞ $\boxed{E}$ nu există

302 $$\lim_{x\to 0} \frac{x - \overbrace{\sin(\sin(\cdots(\sin x)\cdots))}^{\text{de } n \text{ ori sin}}}{x^3}$$

$\boxed{A}$ 0 $\boxed{B}$ $n/2$ $\boxed{C}$ $n/3$ $\boxed{D}$ $n/4$ $\boxed{E}$ alt răspuns

303 $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{(x+\sqrt{2})^{\sqrt{2}} - (x-\sqrt{2})^{\sqrt{2}}}{x^{\sqrt{2}-1}}$. $\boxed{A}$ $\sqrt{2}$ $\boxed{B}$ $2\sqrt{2}$ $\boxed{C}$ 4 $\boxed{D}$ 0 $\boxed{E}$ alt răspuns.

304 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(1+ax)^{\frac{1}{x}} - (1+x)^{\frac{a}{x}}}{x}$, $a \in \mathbb{R}$.
$\boxed{A}$ $\frac{a(1-a)}{2}$ $\boxed{B}$ $a(1-a)$ $\boxed{C}$ 0 $\boxed{D}$ $a\,e$ $\boxed{E}$ $\frac{a(1-a)}{2}e^a$

305 $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{\arcsin(\sin x)}{x}$ $\boxed{A}$ 0 $\boxed{B}$ 1 $\boxed{C}$ ∞ $\boxed{D}$ $-\infty$ $\boxed{E}$ nu există

306 $\displaystyle\lim_{x\to 0} x\left\lfloor\frac{1}{x}\right\rfloor$ este: $\boxed{A}$ 0 $\boxed{B}$ ∞ $\boxed{C}$ nu există $\boxed{D}$ -1 $\boxed{E}$ 1.

307 $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sin(ax^2+bx+c)}{x^2-1}$, unde $a,b,c\in\mathbb{R}$ astfel încât $a+b+c=\pi$, este:

A $a+b$ B $\pi-a-b$ C $2a+b$ D $-\frac{2a+b}{2}$ E $2(a+b)$.

308 $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x-\sin x}{x+\sin x}$ este: A 0 B 1 C nu există D $\frac{1}{2}$ E ∞.

309 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+4}-2}{\sqrt[3]{x+8}-2}$ A 3 B $\dfrac{1}{3}$ C $\dfrac{2}{3}$ D nu există E 0

310 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x+\sin 2x+\cdots+\sin nx}{x}$

A $n(n+x)$ B n^2 C $\frac{n(n+1)}{2}$ D $(n+1)(n+2)$ E $n(n+3)$

311 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sum\limits_{k=1}^{m} \operatorname{arctg} k^2x}{\sum\limits_{k=1}^{m} \ln(1+k^3x)}$ A $\frac{m(m+1)}{m+2}$ B $\frac{2}{3}\frac{2m+1}{m(m+1)}$ C $\frac{(m+1)(2m+1)}{2m^2}$ D 0 E $\frac{\pi}{2e}$

312 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{a_1^x a_2^{2x}\cdots a_n^{nx}-1}{x}$, $\quad a_1,a_2,\ldots,a_n>0$.

A $\ln(a_1a_2\cdots a_n)$ B $\ln a_1+\ln a_2+\cdots+\ln a_n$ C $\ln(a_1a_2^2\cdots a_n^n)$ D $e^{a_1+2a_2+\cdots+na_n}$
E $e^{a_1+a_2+\cdots+a_n}$

313 $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\left(2x+\sqrt{x^2-1}\right)^n+\left(2x-\sqrt{x^2-1}\right)^n}{x^n}$ A 2^n B 2^n-3^n C 1 D 3^n+1 E 0

314 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(x-x^2\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\right)$ A ∞ B $-\infty$ C 0 D 1 E $\frac{1}{2}$

315 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(x-\sqrt{x^2+x+1}\right)$ A -1 B 0 C $\frac{1}{2}$ D $-\frac{1}{2}$ E 1

316 $\lim\limits_{x\to 0} xe^{-\frac{1}{x}}$ A 0 B e C $-\infty$ D nu există E 1

317 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(x\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x-ex\right)$ A $-\dfrac{e}{2}$ B e C 0 D ∞ E $2e$

Valoarea limitelor:

318 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x^n-\sin^n x}{x^{n+2}}$, $\;n\in\mathbb{N},\; n\geq 2$; A ∞ B 0 C $-\frac{n}{6}$ D $\frac{n}{6}$ E 1

319 $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{\sin x}-\dfrac{1}{e^x-1}\right)$. A e B $\dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{e}{2}$ D $-\dfrac{1}{2}$ E 0

320 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{tg}(\sin x)-x}{x^3}$ A $1/3$ B $1/6$ C ∞ D -1 E $\pi/2$

321 $\lim_{x\to 0}\left(\frac{a^x+b^x+c^x}{3}\right)^{\frac{1}{x}}$, $a,b,c>0$, [A] $\sqrt[3]{abc}$ [B] nu există [C] $\ln abc$ [D] $\frac{a+b+c}{3}$ [E] 1

322 $\lim_{x\to 0}\left(\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e}\right)^{\frac{1}{x}}$ [A] 1 [B] 0 [C] e [D] $\sqrt{e}$ [E] $\frac{1}{\sqrt{e}}$

323 $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\cos x}{\cos 2x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$ [A] 1 [B] e^2 [C] $e^{\frac{3}{2}}$ [D] $e^{\frac{1}{2}}$ [E] e^3

324 $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\operatorname{tg} x}{x}\right)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$ [A] $\sqrt[3]{2}$ [B] $\sqrt[3]{e}$ [C] e [D] e^{-1} [E] $e^{\frac{3}{2}}$

325 $\lim_{x\to\infty}\left(x-\sqrt{x^2+x+1}\,\frac{\ln(e^x+x)}{x}\right)$ este: [A] 0 [B] 1 [C] -1 [D] $-\frac{1}{2}$ [E] ∞

326 $\lim_{x\to 0}(a^x+x)^{\frac{1}{\sin x}}$, $a>0$, este: [A] ae [B] $e^{\ln a}$ [C] a [D] 1 [E] e^a

327 $\lim_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\left(x^2\right)^{\frac{1}{\ln x}}$ [A] 2 [B] e^2 [C] 1 [D] 2 [E] nu există

328 $\lim_{n\to\infty} n^2\cdot\left(e^{\frac{1}{n+1}}-e^{\frac{1}{n}}\right)$: [A] -1 [B] 1 [C] $-\infty$ [D] Limita nu există [E] e.

329 $\lim_{n\to\infty}\left(\lim_{x\to 0}\left(1+\operatorname{tg}^2(x)+\operatorname{tg}^2(2x)+\cdots+\operatorname{tg}^2(nx)\right)\right)^{\frac{1}{n^3x^2}}$ este:

[A] $e^{\frac{1}{3}}$ [B] e^3 [C] $\frac{1}{e}$ [D] 1 [E] ∞

330 Dacă $|a|>1$, atunci limita $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{1+a^n}$ are valoarea:

[A] 0 [B] 1 [C] 2 [D] ∞ [E] limita nu există, pentru $a<-1$.

331 Pentru ce valori ale parametrilor reali a şi b avem
$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}+\sqrt{x^2+2x+2}-ax-b\right)=0$?

[A] $a=b=1$ [B] $a=b=-1$ [C] $a=2,\ b=1$ [D] $a=1,\ b=2$ [E] $a=2,\ b=\frac{3}{2}$.

Se consideră funcţia $f\colon D\to\mathbb{R}$, $f(x)=\arcsin\left(x-\sqrt{1-x^2}\right)$, unde D este domeniul maxim de definiţie.

332 Mulţimea punctelor de continuitate ale funcţiei este:

[A] $[-1,1]$ [B] $(-1,1)$ [C] $(0,1)$ [D] $[0,1]$ [E] alt răspuns.

333 Mulţimea punctelor de derivabilitate ale funcţiei este:

[A] $[-1,1]$ [B] $[0,1]$ [C] $[0,1)$ [D] $(0,1)$ [E] alt răspuns.

334 Mulţimea punctelor în care funcţia are derivată este:

[A] $[-1,1]$ [B] $[0,1]$ [C] $[0,1)$ [D] $(0,1]$ [E] alt răspuns.

335 Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ o funcţie continuă. Ce concluzie se poate trage asupra funcţiei f dacă: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ şi $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

A f este strict crescătoare B f este injectivă C f este surjectivă D f este inversabilă E f nu este injectivă

336 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

A f este descrescătoare B f este injectivă C f este surjectivă D f este inversabilă E f nu este injectivă

337 f este injectivă.

A f este surjectivă B f este strict monotonă C f are cel puţin două zerouri D f este inversabilă E f este o funcţie impară

338 $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(e^x+x)^{n+1}-e^{(n+1)x}}{xe^{nx}}$ este: A 1 B $n+1$ C 0 D ∞ E e.

339 Funcţia f definită prin $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x^2e^{nx}+x}{e^{nx}+1}$

A este definită numai pentru $x\le 0$ B este definită şi continuă pe $\mathbb{R}$
C este definită şi derivabilă pe $\mathbb{R}$
D este definită pe $\mathbb{R}$ dar nu este continuă pe $\mathbb{R}$
E este definită numai pentru $x=0$.

340 Fie funcţia $f:\mathbb{R}\setminus\{-1\}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x^n+x}{x^{2n}+1}$.
Care din afirmaţiile de mai jos sunt adevărate?

A f nu e bine definită pe $(-\infty,-1)$ căci limita nu există.
B f este continuă în 1.
C singurul punct de discontinuitate este $x=1$.
D f are limită în $x=-1$ E f continuă pe $(-\infty,1)$.

341 Mulţimea punctelor de continuitate ale funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$,

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{1+x^{2n}}{1+x+x^2+\cdots+x^{2n}}$$

este: A $\mathbb{R}$ B $\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$ C $\mathbb{R}^*$ D $\mathbb{R}\setminus\{-1,0,1\}$ E $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

342 Ecuaţia $x^2+1=me^{-\frac{1}{x}}$, unde m este un parametru real, are trei soluţii reale şi distincte dacă: A $m=-1$ B $m=2e$ C $m=\pi$ D $m=3\sqrt{2}$ E $m=7$

343 Ecuaţia $m\,e^{\frac{2}{x-1}}=x$, $m\in\mathbb{R}$, are două rădăcini reale şi distincte dacă şi numai dacă m aparţine mulţimii: A $(0,\infty)$ B $(1,\infty)$ C $(-\infty,1)$ D $(0,1)$ E $(-1,1)$

344 Fie funcţia $f(x)=\dfrac{|x^3-1|}{ax^2+bx}$. Valorile numerelor reale a şi b pentru care dreapta $y=x+4$ este asimptotă la ∞ sunt:

A $a=4; b=1$ B $a=1; b=-4$ C $a=-4; b=1$ D $a=1; b=4$ E $a=-1; b=-4$

Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{(x+1)^3}{x^2 - x + 1}$.

345 Ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul în care graficul funcţiei intersectează axa Oy este:

A $y-2x+1=0$ B $2y-2x+1=0$ C $y-4x-1=0$ D $4y-x+1=0$ E $4y-4x+1=0$

346 Ecuaţia normalei la graficul funcţiei f în punctul în care graficul funcţiei intersectează axa Oy este:

A $2y-2x+1=0$ B $\frac{1}{4}y-2x+1=0$ C $y-x+1=0$ D $y+\frac{1}{4}x-1=0$ E $4y-x+1=0$

347 Fie polinomul $P(x) = ax^3 + x^2 - bx - 6,\ a, b \in \mathbb{R}$. Valorile lui a şi b pentru care polinomul $P(x+1) + P'(x)$ este divizibil cu $(x-1)$ şi $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{P(x)}{x(bx+1)(x-1)} = \dfrac{1}{3}$ sunt:

A $a=-1,\ b=2$ B $a=1,\ b=0$ C $a=3,\ b=\frac{1}{2}$ D $a=0,\ b=0$
E nu există astfel de a şi b

348 Funcţia $f(x) = \dfrac{1}{1-e^{\frac{1}{x}}}$, $x \in (0,\infty)$, admite asimptota oblică de ecuaţie:

A $y=-x-1$ B $y=-x+\frac{1}{2}$ C $y=-x+1$ D $y=-x$ E $y=x$.

349 Fie $f : D \to \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{x^2+bx+2}{x^2+2x+c}$, D-domeniul maxim de definiţie al lui f. Mulţimea tuturor valorilor $(b,c) \in \mathbb{R}^2$ pentru care funcţia f are o singură asimptotă verticală şi graficul lui f nu intersectează asimptota orizontală este:

A $\{(b,c) \in \mathbb{R}^2 | b \neq 0,\ c=1\}$ B $\{(b,c) \in \mathbb{R}^2 | c=1\}$
C $\{(b,c) \in \mathbb{R}^2 | b=3,\ c=1\}$ D $\{(b,c) \in \mathbb{R}^2 | c=1,\ b=2 \text{ sau } c=1,\ b=3\}$
E nici unul din răspunsurile anterioare nu e corect.

350 Graficul funcţiei $f : \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\} \to \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{2x-3}$ admite:

A o asimptotă verticală şi una orizontală
B o asimptotă verticală şi una oblică
C o asimptotă orizontală şi una oblică
D o asimptotă verticală şi două oblice
E o asimptotă verticală şi două orizontale.

351 Valorile lui $m \in R$ astfel încât $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{(m-1)^2x^2+1}}{3x+2} = -1$ sunt:

A $-2,\ 4$ B $-1,\ 3$ C $2,\ 3$ D $-1,\ 4$ E $-2,\ 2$

352 Funcţia $f : D \to \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{x-a}{x^2-b}$, $a, b \in \mathbb{R}$, are pe domeniul maxim de definiţie două asimptote verticale dacă şi numai dacă:

A $a=b=0$ B $a=1,\ b=-1$ C $a=b=1$ D $a=2,\ b=1$ E $b>0,\ a^2-b \neq 0$.

353 Abscisele punctelor în care graficele funcţiilor $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = x^6 \quad \text{şi} \quad g(x) = 2x^5 - 2x - 1$$

sunt tangente sunt: [A] $\frac{1\pm\sqrt{2}}{2}$ [B] $\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$ [C] $\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ [D] nu există [E] 0

354 Egalitatea

$$\operatorname{arctg} a + \operatorname{arctg} b = \operatorname{arctg} \frac{a+b}{1-ab}$$

are loc dacă şi numai dacă numerele reale a şi b satisfac condiţia:

[A] $ab > 1$ [B] $ab < 1$ [C] $ab \neq 1$ [D] $ab > 0$ [E] $b = 0$, $a \in \mathbb{R}$.

355 Numărul de valori ale parametrului real $a \in [0, 1]$ pentru care funcţia $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - |x - a|$, este convexă pe $[0, 1]$ este:

[A] 0 [B] 1 [C] 2 [D] 4 [E] infinit.

356 Fie $Q(x)$ câtul împărţirii polinomului $99(x^{101} - 1) - 101\,x(x^{99} - 1)$ la $(x - 1)^3$. Valoarea $Q(1)$ este: [A] 9999 [B] 18000 [C] 5050 [D] 3333 [E] alt răspuns.

357 Funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ este derivabilă şi sunt verificate condiţiile:
$f(0) = 2$, $f'(x) = 3\,f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Valoarea $f(\ln 2)$ este: [A] 2 [B] 4 [C] 6 [D] 16 [E] 32

358 Care dintre următoarele afirmaţii este adevărată pentru orice funcţie $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ care are derivată strict pozitivă?

[A] f este crescătoare pe $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ [B] f este crescătoare pe $(0, \infty)$
[C] f este descrescătoare [D] f este mărginită [E] f este convexă.

359 O funcţie polinomială neconstantă $P : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, este strict crescătoare dacă şi numai dacă:

[A] $P'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ [B] $P'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ [C] $P'(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$
[C] $P''(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ [C] $P''(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

360 Să se studieze derivabilitatea funcţiei $f : [1, \infty) \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \sqrt{x + 3 - 4\sqrt{x - 1}}.$$

[A] f derivabilă pe $(2, \infty)$ [B] f are în $(5, 0)$ punct de întoarcere
[C] f are în $(5, 0)$ punct unghiular [D] f este derivabilă în $x = 5$
[E] f este derivabilă numai pe $(5, \infty)$.

361 Dacă $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[5]{\frac{1}{6}x^3 - x + \sin x}$, atunci $f'(0)$ este:

[A] $1/\sqrt[5]{120}$ [B] $-1/\sqrt[5]{120}$ [C] ∞ [D] nu există [E] $-\infty$

362 Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$. Care din afirmaţiile următoare este adevărată?

[A] f nu e continuă în 0 [B] f este derivabilă în 0 [C] f nu are limită în 0 [D] $\exists \lim\limits_{x \to 0} f'(x)$
[E] f are limită la $+\infty$, egală cu 1, şi la $-\infty$, egală cu -1.

363 Se consideră funcţia $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \operatorname{arctg}\sqrt{x^2-1} + \arcsin\frac{1}{x}$, unde D este domeniul maxim de definiţie al funcţiei f. Mulţimea valorilor funcţiei f este:

A $\left(-\infty, \frac{\pi}{2}\right]$ B $\mathbb{R}$ C $\left(-\frac{\pi}{2}, \infty\right)$ D $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ E $\left(-\infty, -\frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{\pi}{2}, \infty\right)$.

Se consideră funcţia $f : D \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(1 + \sqrt{|x|} - x)$, unde D este domeniul maxim de definiţie.

364 $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)}{\sqrt{|x|}}$ este: A 0 B 1 C -1 D e E ∞

365 $f'(\frac{1}{4})$ este: A 0 B 1 C -1 D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{1}{2}$

366 Numărul punctelor de extrem local ale funcţiei f este: A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

367 Valoarea lui a pentru care funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x|x-a|$, este derivabilă pe $\mathbb{R}$ este:
A $a = 1$ B $a = -1$ C $a = 0$ D $a = 2$ E $a = -2$.

368 Fie g şi h două funcţii derivabile pe $\mathbb{R}$ şi $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = g(x)|h(x)|$. Dacă $h(x_0) = 0$, atunci funcţia f este derivabilă în x_0 dacă şi numai dacă:

A $h'(x_0) = 0$ B $g(x_0) > 0$ C $g(x_0) = 0$ D $g(x_0)h'(x_0) = 0$ E alt răspuns

369 Funcţia $f : [0,2] \to \mathbb{R}$ $f(x) = \begin{cases} \dfrac{ax}{x^2+b}, & 0 \le x \le 1 \\ \ln(x^2-3x+3)+2x, & 1 < x \le 2 \end{cases}$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, $a > 0$, este o funcţie derivabilă pentru:

A $a = 6,\ b = 2$ B $a = 8,\ b = 3$ C $a = 8,\ b = 30$ D $a = 10,\ b = 4$ E $a - 2b = 1$.

370 Derivata funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[6]{x^2}$, în punctul zero, este:

A ∞ B 0 C 1/3 D 1 E nu există.

371 Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x$. Valoarea lui $\left(f^{-1}\right)'(3)$ este:

A 1 B -1 C $\frac{1}{3}$ D -2 E $\frac{1}{5}$.

372 Fie funcţia $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x^2 + \alpha x + \beta}{x-1}$, unde $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Valorile lui α şi β pentru care f admite un extrem în punctul $M(0,1)$ sunt:

A $\alpha = 1,\ \beta = -1$ B $\alpha = 0,\ \beta = 1$ C $\alpha = \beta = 2$ D $\alpha = 3,\ \beta = -1$ E $\alpha = -1,\ \beta = 1$

373 Se consideră funcţia $f : [-1, \infty) \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} -\ln(x^2+x+1) & ; \quad -1 \le x \le 0 \\ \sqrt{x|x^2-4|} & ; \quad x > 0 \end{cases}.$$

Notăm cu α numărul punctelor de extrem, cu β numărul punctelor unghiulare şi cu γ numărul punctelor de întoarcere ale funcţiei f. Atunci:

A $\alpha = 5,\ \beta = 0,\ \gamma = 2$ B $\alpha = 5,\ \beta = \gamma = 1$ C $\alpha = 5,\ \beta = 2,\ \gamma = 0$
D $\alpha - \beta = 4,\ \beta - \gamma = 1$ E $\alpha = 4,\ \beta = 0,\ \gamma = 2$.

374 Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln(1+x^2)-x$. Care din următoarele afirmaţii sunt adevărate?

A f e strict pozitivă pe $\mathbb{R}$ B f e strict crescătoare pe $\mathbb{R}$
C f e strict negativă pe $\mathbb{R}$
D f verifică inegalitatea $f(x)>0$, $\forall x\in(-\infty,0)$
E f verifică inegalitatea $f(x)>0$, $\forall x\in(0,\infty)$.

375 Mulţimea valorilor parametrului real a pentru care ecuaţia $e^x-a=\ln(x+a)$ nu are nici o soluţie este: A $\mathbb{R}$ B $\emptyset$ C $(-\infty,1)$ D $(0,1)$ E $(1,\infty)$

376 Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+2x^2+4x+4$. Valoarea lui $(f^{-1})'(4)$ este:

A 0 B 1 C $\frac{1}{4}$ D $\frac{1}{116}$ E $\frac{1}{68}$.

377 Dacă $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este o funcţie cu derivata de ordinul al doilea continuă astfel încât $f(2)=f'(2)=f''(2)=2$, iar funcţia $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este definită prin $g(x)=f\left(\sqrt{x^2+3}\right)$, atunci:

A $g(1)=g'(1)=2$ B $g'(1)=\sqrt{2}$ C $g(1)+g''(1)\in\mathbb{N}$ D $g'(1)=g''(1)=1$
E $g'(1)=1,\ g''(1)=\frac{5}{4}$.

Fie funcţia f dată prin $f(x)=\frac{2}{x^2-1}$

378 Mulţimea rădăcinilor derivatei de ordinul doi a funcţiei este:

A $\{0\}$ B $\{-1;0;1\}$ C $\emptyset$ D $\{0;2\}$

379 Mulţimea rădăcinilor derivatei de ordinul trei a funcţiei este:

A $\{0\}$ B $\{-1;0;1\}$ C $\emptyset$ D $\{0;2\}$

Fie $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ o funcţie de două ori derivabilă astfel încât $f''(x)=\dfrac{1}{x}$, $\forall x>0$ şi $f(1)=f'(1)=0$.

380 $f'(x)$ are expresia:

A $-\frac{1}{x^2}$ B $1-\frac{1}{x^2}$ C $\frac{1}{x^2}-1$ D $\ln x$ E Alt răspuns

381 $f(x)$ are expresia:

A $\frac{2}{x^3}$ B $\frac{2}{x^3}-2$ C $x\ln x-x$ D $x\ln x+x-1$ E Alt răspuns

382 Numărul soluţiilor reale ale ecuaţiei $\ln x=1-\frac{1}{x}$ este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E Alt răspuns

Se dă funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2^{x^4}+2^{x^2-1}$.

383 Care este valoarea lui $f(-1)$?

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5

384 Care este soluţia inecuaţiei $f(x)\le 3$?

A $\emptyset$ B $[-1,1]$ C $(-\infty,-1]\cup[1,\infty)$ D $(-\infty,-1]$ E alt răspuns

385 Numărul punctelor de extrem local ale funcţiei f este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

Se consideră funcţia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 e^{-x^2}$

386 Suma pătratelor absciselor punctelor de inflexiune ale graficului funcţiei este egală cu:

A 25 B 1 C $5+\sqrt{17}$ D 5 E $5-\sqrt{17}$

387 Aria mărginită de graficul funcţiei f', dreptele $x=-2, x=1$ şi axa OX este egală cu:

A $\frac{1}{e}-\frac{4}{e^2}$ B $\frac{4}{e^2}-\frac{1}{e}$ C $\frac{3}{e}-\frac{4}{e^4}$ D 1 E alt răspuns

388 Funcţia $f:(-1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\alpha x^2+1-\ln(1+x)$, $\alpha\in\mathbb{R}$, are două puncte de extrem local pentru: A $\alpha=-2$ B $\alpha=-1$ C $\alpha\in(-2,-1)$ D $\alpha>2$ E $\alpha<-2$.

389 Se dă funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x(x^2+6x+m)$, unde m este un parametru real. Funcţia f admite puncte de extrem pentru:

A $m\in(-\infty,10]$ B $m\in(10,\infty)$ C $m\in\mathbb{R}$ D $m\in(-\infty,10)$ E $m\in[10,\infty)$

390 Inegalitatea $a^x\geq x+1$ are loc pentru orice $x\in\mathbb{R}$ dacă şi numai dacă:

A $a=1$ B $a=e$ C $a>1$ D $a>e$ E $a<e$.

391 Dacă ecuaţia $a^x=x$, cu $a>1$ are o singură soluţie reală atunci:

A $a=\frac{1}{e}$ B $a=e$ C $a=e^{\frac{1}{e}}$ D $a=e^e$ E $a=\frac{1}{e^e}$

392 Mulţimea valorilor pozitive ale lui a pentru care ecuaţia $a^x=x+2$, are două soluţii reale este:

A $(1,\infty)$ B $(0,1)$ C $(\frac{1}{e},e)$ D $(\frac{1}{e^e},e^e)$ E $(e^{\frac{1}{e}},\infty)$

393 Mulţimea valorilor pozitive ale lui a pentru care inegalitatea $a^x\geq x^a$, are loc pentru orice $x>0$ este:

A $\{e\}$ B $(0,1)$ C $(1,\infty)$ D $(\frac{1}{e},1)$ E $(1,e)$

394 Funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt{x^2-2x+2}+\sqrt{x^2+2x+2}$ are proprietatea:

A este crescătoate pe $\mathbb{R}$

B este descrescătoare pe $(-\infty,0]$ şi crescătoare pe $[0,\infty)$

C este impară D $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=2$

E graficul funcţiei f intersectează axa Ox într-un punct.

395 Să se determine un punct $P(x_0,y_0)$ pe curba a cărei ecuaţie este $y=(x-2)\sqrt{x}$, $x>0$, în care tangenta să fie paralelă cu dreapta de ecuaţie $2y=5x+2$.

A $P(4,4)$ B $P(9,21)$ C $P(1,-1)$ D $P(2,0)$ E $P(3,\sqrt{3})$.

396 Valoarea parametrului real a pentru care graficul funcţiei $f\colon(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\ln x+a\,x^2$, este tangent axei Ox este:

A $-\frac{1}{e}$ B e C $2e$ D $-e$ E 1.

397 Funcţiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\sqrt{x^2+a}$, $a\geq 0$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x^2+1$ sunt tangente (au o tangentă comună într-un punct comun) dacă:

A $a=1+e$ B $a=0$ C $a=1$ D $a=e-\pi$ E $a=-1$.

398 Ecuaţia tangentei la graficul funcţiei $f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{2x-1}{x+1}}$ în punctul de abscisă $x = 2$ este:

A $x-7y-2=0$ B $x-6y-2=0$ C $x-5y-2=0$ D $x-4y-2=0$ E $x-3y-2=0$.

399 Graficele funcţiilor $f(x) = ax^2 + bx + 2$ şi $g(x) = \dfrac{x-1}{x}$ au tangentă comună în punctul de abscisă $x_0 = 1$ dacă:

A $a+b=-1$ B $a=0,\ b=1$ C $a=1,\ b=-2$ D $a=3,\ b=-5$ E $a=3,\ b=-4$.

400 Tangenta la graficul funcţiei $f(x) = (a\sin x + b\cos x)e^x$ în punctul $(0, f(0))$ este paralelă cu prima bisectoare, dacă:

A $a=b=1$ B $a=2,\ b=1$ C $a-b=1$ D $a+b=1$ E $a^2+b^2=1$.

401 Fie x_1 cea mai mică rădăcină a ecuaţiei $x^2 - 2(m+1)x + 3m + 1 = 0$. Atunci $\lim\limits_{m\to\infty} x_1$ este:

A 1 B $\dfrac{3}{2}$ C 0 D $-\dfrac{1}{2}$ E -1

402 Mulţimea valorilor paramentrului real a pentru care ecuaţia $ax - \ln|x| = 0$ are trei rădăcini reale distincte este:

A $(-\infty, 0)$ B $(0,1)$ C $(-e^{-1}, 0) \cup (0, e^{-1})$ D (e^{-1}, ∞) E $\emptyset$.

Fie funcţia $f : (-\infty,-1) \bigcup (-1,1) \bigcup (1,\infty) \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = 2\operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg}\frac{2x}{1-x^2}.$$

403 $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$ este: A π B 0 C $\frac{\pi}{2}$ D -1 E ∞

404 Mulţimea valorilor funcţiei este: A $\{-\pi, 0, \pi\}$ B $\{0\}$ C $\mathbb{R}$ D $(-1,\infty)$ E $(0,\infty)$

405 Mulţimea valorilor lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care este adevărată egalitatea

$$2\operatorname{arctg} x + \arcsin\frac{2x}{1+x^2} = \pi$$

este: A $(0,\infty)$ B $(-\infty,-1) \cup [1,\infty)$ C $[1,\infty)$ D $[-1,1]$ E $[2,\infty)$.

Fie $f(x) = \frac{1}{2}\arcsin\frac{2x}{1+x^2} + \operatorname{arctg}|x|$.

406 Domeniul maxim de definiţie al funcţiei este :

A $[-1,1]$ B $(-1,1)$ C $\mathbb{R}$ D $\mathbb{R}^*$ E $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$.

407 $f(\pi)$ este: A 1 B $\frac{\pi}{4}$ C π D $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E $\frac{\pi}{2}$.

408 Funcţia este strict descrescătoare pe:

A $\mathbb{R}$ B $(-1,0)$ C $(0,1)$ D $(1,\infty)$ E $(-\infty,-1]$.

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^*$ o funcţie care admite primitive şi verifică relaţiile $\cos f(x) = 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ şi $|f(\pi) - \pi| \le \pi$.

409 $f(100)$ este: A 16π B 8π C 4π D 2π E 0.

410 Mulţimea primitivelor funcţiei $f:(0,1)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$, este:

A $\arccos\sqrt{x}+C$ B $\arcsin\sqrt{x}+C$ C $\arccos\frac{1}{x}+C$ D $\arcsin\frac{1}{\sqrt{x}}+C$ E $\operatorname{arctg}\sqrt{x}+C$

411 Mulţimea primitivelor funcţiei $f:\left(\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x}{\cos^2 x}$, este:

A $x\operatorname{ctg}x+\ln\cos x+c$ B $-x\operatorname{ctg}x+\ln\cos x+c$ C $x\operatorname{tg}x+\ln\cos x+c$ D $-x\operatorname{tg}x-\ln(-\cos x)+c$ E $x\operatorname{tg}x+\ln(-\cos x)+c$.

412 Mulţimea primitivelor funcţiei $f:\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{\sin x}{1+\sin x}$, este:

A $x+\operatorname{tg}\frac{x}{2}+c$ B $\frac{1}{1+\operatorname{tg}\frac{x}{2}}+c$ C $x+2\operatorname{tg}\frac{x}{2}+c$ D $\frac{2}{1+\operatorname{tg}\frac{x}{2}}+c$ E $x+\frac{2}{1+\operatorname{tg}\frac{x}{2}}+c$

413 Mulţimea primitivelor funcţiei $f:(1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x}{\sqrt{e^{2x}-1}}$ este:

A $\arcsin e^x+c$ B $\arccos e^x+c$ C $\operatorname{arctg}x$ D $\ln\left(e^x+\sqrt{e^{2x}-1}\right)+c$ E $2\sqrt{e^{2x}-1}+c$.

414 Mulţimea primitivelor funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{e^x+1}}$ este:

A $\ln\frac{\sqrt{e^x+1}-1}{\sqrt{e^x+1}+1}+c$ B $\ln\frac{1}{\sqrt{e^x+1}+1}+c$ C $2\sqrt{e^x+1}+c$
D $\ln\left(\sqrt{e^x+1}+1\right)+c$ E $\ln\left(\sqrt{e^x+1}-e^x\right)+c$.

415 Mulţimea primitivelor funcţiei $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x(x^3+1)}$ este:

A $\ln x-\ln(x^3+1)+c$ B $\ln\frac{x^3}{x^3+1}+c$ C $\frac{1}{3}\ln\frac{x^3}{x^3+1}+c$
D $\ln x+\operatorname{arctg}x+c$ E $\ln x\ \ \ln(x+1)+c$.

416 Mulţimea primitivelor funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x\left(x^2-2x+1\right)}{\left(x^2+1\right)^2}$ este:

A $e^x\operatorname{arctg}x+c$ B $e^x\left(1+x^2\right)^{-1}+c$ C $\frac{xe^x}{x^2+1}+c$ D $\frac{x^2e^x}{x^2+1}+c$ E $\frac{(x+1)e^x}{x^2+1}+c$.

417 Mulţimea primitivelor funcţiei $f:(-\infty,-1)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$ este:

A $\arccos\frac{1}{x}+c$ B $\arcsin\frac{1}{x}+c$ C $-\operatorname{arctg}\sqrt{x^2-1}+c$ D $\ln\sqrt{x^2-1}+c$ E $\operatorname{arctg}\frac{1}{x}+c$.

418 Mulţimea primitivelor funcţiei $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$,

$$f(x)=\frac{e^x+\cos x}{e^x+\cos x+\sin x},$$

este:

A $\ln(e^x+\cos x+\sin x)+c$ B $x+\ln(e^x+\cos x+\sin x)+c$
C $\frac{x}{2}+\ln(e^x+\cos x+\sin x)+c$ D $\frac{1}{2}[x+\ln(e^x+\cos x+\sin x)]+c$
E $\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\ln(e^x+\cos x+\sin x)+c$.

419 $\displaystyle\int_{-2}^{0} \frac{x}{\sqrt{e^x + (x+2)^2}}\,\mathrm{d}x$ este: A -1 B -2 C $-e$ D $2-e$ E alt răspuns

420 $\displaystyle\int_{0}^{1} \frac{x^2+1}{x^4+1}\,\mathrm{d}x$ A $\frac{5\pi}{6\sqrt{2}}$ B $\frac{7\pi}{6\sqrt{2}}$ C $\frac{3\pi}{4\sqrt{2}}$ D $\frac{4\pi}{3\sqrt{2}}$ E $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$

421 Funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$
are primitive dacă şi numai dacă: A $a = 0$ B $a = 1$ C $a = -1$ D $a > 0$ E $a < 0$.

422 Fie $F\colon \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$ astfel ca: $F'(x) = \frac{1}{x}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}^*$, $F(-1) = 1$ şi $F(1) = 0$. Atunci $F(e) + F(-e)$ este: A 0 B 1 C 2 D 3 E nu există o astfel de funcţie F.

Fie F o primitivă a funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = e^{x^2}$.

423 $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{xF(x)}{e^{x^2}}$ este: A 0 B 1 C $\frac{1}{2}$ D ∞ E e.

424 $\displaystyle\lim_{x\to \infty} \frac{xF(x)}{e^{x^2}}$ este: A ∞ B 1 C $\frac{1}{2}$ D 0 E e.

425 Integrala $\displaystyle\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{(x+3)\sqrt{x+3}}\,\mathrm{d}x$ este:
A $-\frac{1}{16} - \ln\frac{15}{16}$ B $\ln 3 - 1$ C $\ln\frac{3}{4} - 1$ D $-\frac{1}{4} + \operatorname{arctg}\frac{1}{4}$ E $\frac{1}{4}$

426 $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x}\int_0^x \frac{\mathrm{d}t}{2+\cos t}$ A 0 B nu există C $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D $\frac{1}{\sqrt{2}}$ E ∞

427 $\displaystyle\int_{-5}^{5} (2x-1)\operatorname{sgn} x\ \mathrm{d}x$ A 0 B -50 C 10 D 15 E 50.

428 $\displaystyle\int_{0}^{2} \frac{2x^3 - 6x^2 + 9x - 5}{(x^2-2x+5)^n}\,\mathrm{d}x$ A 1 B -1 C 0 D $\frac{2}{n}$ E $\frac{n}{2}$.

429 $\displaystyle\int_0^1 \frac{2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x$ A $\dfrac{\pi}{4} + 1$ B $\pi + \dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{1}{2}$ D $\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{3}{2}$ E $\pi + \dfrac{1}{4}$

430 $\displaystyle\int_0^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{3-x}}\,\mathrm{d}x$ este: A $\frac{3}{2}$ B $\frac{2}{3}$ C $\frac{4}{3}$ D $\frac{3}{4}$ E $\frac{5}{3}$

431 $\displaystyle\int_{3}^{8} \frac{\mathrm{d}x}{x - 1 + \sqrt{x+1}}$ A $\frac{2}{3}\ln\frac{25}{8}$ B $\ln 3$ C 5 D $\sqrt{11}$ E $3\operatorname{arctg}\sqrt{3} - 2$.

432 $\displaystyle\int_{\sqrt{e}}^{e} \frac{\ln x}{x}\, \mathrm{d}x$ este: [A] $\frac{3}{8}$ [B] $\frac{3}{4}$ [C] $\frac{e}{2}$ [D] $\frac{2}{e}$ [E] $\frac{1}{8}$

433 Dacă funcţia polinomială $P\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ verifică egalităţile:
$P(1) + \cdots + P(n) = n^5, \quad n = 1, 2, \ldots,$
atunci integrala $\displaystyle\int_0^1 P(x)\, \mathrm{d}x$ este: [A] $\frac{1}{2}$ [B] $\frac{1}{3}$ [C] $\frac{1}{4}$ [D] 1 [E] $\frac{1}{5}$

434 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \sin x}{\cos^3 x}\, \mathrm{d}x$ [A] $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{2}$ [B] $\frac{\pi}{4}$ [C] $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$ [D] $\frac{\pi}{2} - 1$ [E] $\frac{\pi}{8} - 2.$

435 Să se calculeze $\displaystyle\int_0^{2\pi} \sin(mx)\cos(nx)\, \mathrm{d}x$, unde m şi n sunt două numere întregi.
[A] 0 [B] $m\pi$ [C] π [D] 1 [E] $(n+m)\pi.$

436 $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}}\, \mathrm{d}x$ [A] $\operatorname{arctg}\, e$ [B] $\frac{\pi}{2}$ [C] $\operatorname{arctg}\, e - \frac{\pi}{4}$ [D] 0 [E] $\operatorname{arctg}\, e + \pi.$

437 $\displaystyle\int_{-1}^1 (1+2x^{2015})e^{-|x|}\, \mathrm{d}x$ [A] $\frac{4014}{e}(e-1)$ [B] $\frac{4016}{e}(e-1)$ [C] ∞ [D] $\frac{2}{e}(e-1)$ [E] $2006 - \frac{2006}{e}$

438 $\displaystyle\int_{-1}^2 \min\{1, x, x^2\}\, \mathrm{d}x$ [A] $\frac{6}{5}$ [B] $\frac{5}{6}$ [C] $\frac{3}{4}$ [D] $\frac{4}{3}$ [E] 0

439 Integrala $\displaystyle\int_1^e \ln x\, \mathrm{d}x$ este: [A] 1 [B] 2 [C] 0 [D] $e-1$ [E] $e-2$

440 Integrala $\displaystyle\int_1^e \ln^2 x\, \mathrm{d}x$ este: [A] 1 [B] 2 [C] 0 [D] $e-1$ [E] $e-2$

441 Să se calculeze $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^3 x\, \mathrm{d}x.$ [A] $\frac{1-\ln 2}{2}$ [B] $\frac{1}{2}$ [C] $\frac{1}{2}\ln 2$ [D] $\ln 2$ [E] 1

442 Soluţia ecuaţiei $\displaystyle\int_0^x t\, e^t\, \mathrm{d}t = 1$ este: [A] 1 [B] 2 [C] 0 [D] $e-1$ [E] $e-2$

443 $\displaystyle\int_1^{2e} |\ln x - 1|\, \mathrm{d}x$ [A] $2\ln 2$ [B] $2(e\ln 2 - 1)$ [C] $e\ln 2$ [D] 1 [E] $\ln 2 - 1.$

444 $\displaystyle\int_0^{\sqrt{3}} x \operatorname{arctg} x\, \mathrm{d}x$ [A] π [B] $2 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ [C] $\frac{2\pi}{3}$ [D] $\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ [E] $\frac{\pi}{3} - 2\sqrt{3}.$

445 $\displaystyle\int_1^e \frac{1+\ln x}{x}\,\mathrm{d}x$ [A] $\frac{3}{2}$ [B] $\frac{1}{2}$ [C] 1 [D] $\frac{5}{2}$ [E] 2.

446 Să se calculeze $\displaystyle\int_0^a \frac{(a-x)^{n-1}}{(a+x)^{n+1}}\,\mathrm{d}x$, unde $a>0$, $n\in\mathbb{N}^*$

[A] $\frac{1}{2na}$ [B] $\frac{n}{2a}$ [C] $\frac{a}{2n}$ [D] $2an$ [E] $\frac{2a}{n}$.

447 $\displaystyle\int_{-1}^1 \sin x\,\ln(2+x^2)\,\mathrm{d}x$ [A] 0 [B] $\ln 2$ [C] 1 [D] $\frac{\pi}{2}$ [E] $\ln 3$.

448 $\int_0^1 x\ln(1+x)\,\mathrm{d}x$ este: [A] $\frac{1}{2}$ [B] $\frac{1}{2}\ln 2$ [C] $\ln 2$ [D] $\frac{1}{4}$ [E] $\frac{1}{4}\ln 2$.

449 $\displaystyle\lim_{a\to 1}\int_0^a x\ln(1-x)\,\mathrm{d}x,\quad a\in(0,1)$: [A] 0 [B] $-\frac{1}{4}$ [C] $-\frac{1}{2}$ [D] $-\frac{3}{4}$ [E] -1.

450 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathrm{d}x}{2\cos x+3}$ este: [A] 0 [B] $\frac{2}{\sqrt{5}}\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{5}}$ [C] $\operatorname{arctg}\sqrt{5}$ [D] $\operatorname{arctg}\frac{2}{\sqrt{5}}$ [E] $\frac{1}{\sqrt{5}}$

451 $\displaystyle\int_0^{4\pi} \frac{\mathrm{d}x}{5+4\cos x}$ este: [A] $\frac{4\pi}{3}$ [B] 0 [C] $\frac{4}{5}\pi$ [D] $\frac{5}{4}\pi$ [E] π

452 Integrala $\displaystyle\int_{\frac{1}{n+2}}^{\frac{1}{n}} \left[\frac{1}{x}\right]\mathrm{d}x$, $n\in\mathbb{N}^*$ este: [A] $\frac{2n+3}{(n+1)(n+2)}$ [B] 0 [C] $3n$ [D] $\frac{4n}{5n+1}$ [E] $6n$.

453 Valoarea lui $I_n=\displaystyle\int_1^n \frac{\mathrm{d}x}{x+[x]}$ este:

[A] $\ln\frac{2n-1}{2}$ [B] $\ln\frac{3\cdot 5\cdot\dots\cdot(2n-1)}{2\cdot 4\cdot\dots\cdot(2n-2)}$ [C] $\ln 2-\ln(2n-1)$ [D] $\frac{1}{2}\ln x$ [E] $\frac{1}{2}\ln n$.

454 Fie n un număr natural nenul. Să se calculeze $\displaystyle\int_0^1 \{nx\}^2\,\mathrm{d}x$, unde $\{a\}$ reprezintă partea fracţionară a numărului a. [A] 1 [B] $\frac{1}{n}$ [C] $\frac{1}{3}$ [D] $\frac{1}{2}$ [E] $\frac{1}{4}$.

455 Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\mathrm{tg}^{n+2} x + \mathrm{tg}^n x)\mathrm{d}x$, unde $n > 0$, este:

A $\frac{1}{n+1}$ B $\frac{1}{n}$ C $\pi/4$ D $n + \frac{\pi}{4}$ E 1

456 Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\mathrm{tg}^9 x + 5\,\mathrm{tg}^7 x + 5\,\mathrm{tg}^5 x + \mathrm{tg}^3 x)\mathrm{d}x$ este:

A $\frac{24}{25}$ B $\frac{\pi}{24}$ C $\frac{25}{24}$ D $\frac{\pi}{25}$ E 1

457 Integrala $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^4 x} - \frac{1}{\cos^2 x}\right) \mathrm{d}x$ este: A $\frac{\pi}{4}$ B $\frac{\pi}{3}$ C $\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{3}$ E 1

458 $\int_0^{2\pi} \cos^2(nx)\,\mathrm{d}x$, unde n este un număr natural nenul, este:

A 0 B π C $\frac{\pi}{2}$ D $\frac{\pi}{n}$ E $n\pi$.

459 Dacă $a \in \mathbb{N}$ şi $L(a) = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} \int_0^1 [ne^{ax}]\,\mathrm{d}x$, atunci mulţimea soluţiilor inecuaţiei $L(a) \le e$ este: A $\{0,1\}$ B $\{1,2\}$ C $\emptyset$ D $\{0\}$ E $\mathbb{N}^*$

460 Limita $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n^3} \sum\limits_{k=1}^{2n} \frac{k^2}{8} \arcsin \frac{k}{2n}$ este: A 0 B $\frac{\pi}{3}$ C $\frac{\pi}{6} - \frac{2}{9}$ D $\frac{-\pi}{3}$ E 1

461 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos^2 x\,\mathrm{d}x$

A $\frac{\pi^2}{4}$ B $\frac{\pi^2-4}{16}$ C $\frac{\pi^2}{4} - 1$ D $\frac{\pi}{2}$ E alt rezultat

Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definită prin $f(a) = \int_0^1 |x - a|\,\mathrm{d}x$.

462 Valoarea $f(2)$ este: A $-\frac{5}{2}$ B 0 C $\frac{x^2}{2} - 1$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{3}{2}$

463 Valoarea $f'(2)$ este: A 1 B 0 C x D $-\frac{1}{2}$ E $\frac{3}{2}$

464 Valoarea minimă a funcţiei este: A 0 B $\frac{1}{4}$ C $\frac{1}{6}$ D $\frac{1}{2}$ E $-\frac{1}{4}$

465 $\int\limits_0^{\pi} \frac{\sin 2x}{\sin^4 x + \cos^4 x}\,\mathrm{d}x$ este: A $\frac{\pi}{4}$ B 2 C 0 D π E 1

466 $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x\,\mathrm{d}x$ A 1 B $\frac{1}{3}$ C 2 D $\frac{2}{3}$ E $\frac{4}{3}$.

467 $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} |\sin x - \cos x|\,\mathrm{d}x$ A 1 B $2(\sqrt{2} - 1)$ C $2\sqrt{2}$ D $2 - \sqrt{2}$ E $3 - \sqrt{2}$.

468 $\displaystyle\int_0^{\pi} \arcsin(\sin x)\,\mathrm{d}x$ A $\frac{\pi^2}{4}$ B $8\pi^2$ C 1 D 2π E $\frac{\pi^2}{2}$.

469 $\displaystyle\int_0^{\pi} \arcsin\left(\cos^3 x\right)\,\mathrm{d}x$ A $\frac{\pi^2}{4}$ B 0 C 1 D $\frac{\pi^2}{8}$ E $\frac{\pi^2}{6}$

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ \ f(x)=\dfrac{\sin^{2n}x}{\cos^{2n}x+\sin^{2n}x}$, unde $n\in\mathbb{N}^*$ este fixat.

470 Funcţia f este o funcţie periodică având perioada principală egală cu:

A 2π B $\frac{\pi}{2}$ C π D $\frac{\pi}{4}$ E alt răspuns

471 Funcţia $f+c$, $c\in\mathbb{R}$, are o primitivă periodică dacă şi numai dacă c are valoarea:

A π B $\frac{-1}{2}$ C $\frac{-\pi}{4}$ D $-\pi$ E 2π

472 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_0^{\pi/3}\frac{\sin^n x}{\sin^n x+\cos^n x}\,\mathrm{d}x$ A $\frac{\pi}{12}$ B $\frac{\pi}{8}$ C $\frac{\pi}{6}$ D 0 E ∞.

473 $\displaystyle\int_0^{2\pi}\frac{x\ \sin^{100}x}{\sin^{100}x+\cos^{100}x}\ \mathrm{d}x$ A 0 B $\frac{\pi^2}{4}$ C $\frac{\pi^2}{2}$ D 2π E π^2.

474 Se consideră funcţiile: $f_n:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=\dfrac{1}{x(x^n+1)}$, $n\in\mathbb{N}^*$ şi fie $F_n:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ primitiva funcţiei f_n al cărei grafic trece prin punctul $A(1,0)$. Soluţia inecuaţiei $|\lim\limits_{n\to\infty}F_n(x)|\le 1$ este: A $(0,e]$ B $[\frac{1}{\sqrt{e}},e]$ C $[\frac{1}{e},e]$ D $[\frac{1}{e},\infty)$ E $\emptyset$

475 $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\int_0^{x} t^2e^{-t}\,\mathrm{d}t$ A 0 B $\ln 3$ C 2 D 1 E ∞.

476 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\int_1^{n}\frac{x-1}{x+1}\,\mathrm{d}x$ A 0 B 1 C 2 D e E ∞.

Fie $I_n=\int\limits_0^1 x^{2004}\cos(n\,x)\,\mathrm{d}x,\ \ n\in\mathbb{N}$.

477 Limita şirului (I_n) este: A 0 B 1 C 2 D $\cos 1$ E nu există

478 Limita şirului $(n\,I_n)_{n\ge 0}$ este: A 0 B 1 C 2 D $\cos 1$ E nu există

Să se calculeze:

479 $\displaystyle\int_1^{2}\frac{x^3-x-2}{x^3e^x}\,\mathrm{d}x;$ A $-\frac{3}{4e^2}$ B $\frac{3}{4e^2}$ C $\frac{1}{e}$ D $\frac{1}{e^2}$ E $-\frac{1}{2e^2}$

480 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}n^3\int_n^{n+3}\frac{x^3}{x^6+1}\,\mathrm{d}x$ A 0 B ∞ C 1 D $\frac{1}{2}$ E 3

481 Se consideră şirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$, $a_0 = -1$, $a_{n+1} = 2 + \displaystyle\int_{a_n}^{1} e^{-x^2}\,\mathrm{d}x$, $\quad n = 0, 1, \ldots$.

Care dintre afirmaţiile de mai jos este adevărată?

A $(a_{n+1} - a_n)(a_n - a_{n-1}) \leq 0,\quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ B $a_n \geq 2,\quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ C $a_n \leq 2,\quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ D şirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este crescător E şirul $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este descrescător

482 Fie $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $F(x) = \displaystyle\int_0^{x^2} e^{t^3}\mathrm{d}t$. Atunci $F'(2)$ este:

A $4e^{64}$ B e^8 C $12e^8$ D $3e^2$ E $12e^6$.

Fie $f_n : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f_n(x) = \displaystyle\int_0^{x^2} t^n \cdot e^t\,\mathrm{d}t$, $n \in \mathbb{N}^*$.

483 $f_1(x)$ este:

A $e^{x^2}(x^2-1)+1$ B $e^{x^2}(x^2+1)+1$ C $e^{x^2}(x^2+1)-1$ D $e^{x^2}x^2+1$ E $e^{x^2}(x^2-1)-1$

484 $f_n'(1)$ este: A e B $2e$ C $2e-1$ D $e-1$ E $e+1$

485 $\lim\limits_{n\to\infty} f_n(1)$ este: A e B 1 C 0 D ∞ E e^2

486 $\lim\limits_{t\to 0} \dfrac{1}{t}\displaystyle\int_t^{2t} \frac{\ln(1+x)}{\sin x}\,\mathrm{d}x$ A ∞ B 0 C 1 D 2 E $\dfrac{\ln 2}{\sin 1}$

487 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}\displaystyle\int_0^1 [nx]\,\mathrm{d}x$ A 1 B ∞ C 0 D $\frac{1}{2}$ E 2.

488 $\lim\limits_{n\to\infty} \displaystyle\int_n^{n+1} \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^3+x+1}}$ este: A $\ln\pi$ B 0 C 1 D $\ln 2$ E $\ln 3$.

489 Aria domeniului mărginit de axa Ox, curba $y = \ln x$ şi de tangenta la această curbă care trece prin origine este: A e B $\frac{e}{2}-1$ C $\frac{e}{2}$ D $e-1$ E $2e$.

490 Aria cuprinsă între axa Ox, dreptele $x = 0$ şi $x = \pi$ şi graficul funcţiei $f : [0, \pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{x\sin x}{1+\cos^2 x}$ este egală cu: A $\frac{\pi^2}{2}$ B $\frac{\pi^2}{6}$ C $\frac{\pi^2}{4}$ D $\frac{\pi^2}{8}$ E $\frac{\pi^2}{2\sqrt{2}}$.

Se consideră integrala $I = \displaystyle\int_0^{\pi} x\, f(\sin x)\,\mathrm{d}x$, unde f este o funcţie continuă pe un interval ce conţine $[0, 1]$.

491 Are loc egalitatea:

A $I = \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\,\mathrm{d}x$ B $I = \pi\int_0^{\pi} f(\sin x)\,\mathrm{d}x$ C $I = \frac{\pi}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)\,\mathrm{d}x$ D $I = 2\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\,\mathrm{d}x$ E $I = \frac{\pi}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\,\mathrm{d}x$.

492 $I_1 = \displaystyle\int_0^{\pi} \frac{x\sin x\,\mathrm{d}x}{1+\sin^2 x}$ este:

A $\frac{\pi}{\sqrt{2}}\ln\left(3+2\sqrt{2}\right)$ B $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\ln\left(3+2\sqrt{2}\right)$ C $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}\ln\left(3-2\sqrt{2}\right)$ D $\frac{\pi}{\sqrt{2}}\ln\left(3-2\sqrt{2}\right)$ E $\frac{\pi}{2}\ln\left(3+\sqrt{2}\right)$.

493 Aria domeniului mărginit de graficul funcţiei $f : \left[0, \frac{3\pi}{4}\right] \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \frac{\cos x}{1 + \cos x},$$

axa Ox şi dreptele $x = 0$ şi $x = \frac{3\pi}{4}$, este: [A] $\frac{\pi}{4}$ [B] $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{8}$ [C] 2π [D] $\frac{\pi}{4} + \operatorname{tg} \frac{3\pi}{8} - 2$ [E] 0

Fie $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ inversa funcţiei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + e^x$.

494 $g(1)$ este: [A] -1 [B] 0 [C] 1 [D] ∞ [E] $\frac{1}{3}$

495 Limita $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x}{g(e^x)}$ este: [A] 1 [B] $\frac{1}{2}$ [C] 2 [D] $\frac{3}{2}$ [E] 0

496 Integrala $\displaystyle\int_1^{1+e} g(t)\,\mathrm{d}t$ este: [A] $\frac{1}{2}$ [B] $e + \frac{1}{2}$ [C] $2e + \frac{3}{2}$ [D] $\frac{3}{2}$ [E] $e + 1$

Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x - \mathrm{e}^{-x}$ şi fie g inversa lui f.

497 $f'(x)$ are expresia: [A] $1 + \mathrm{e}^x$ [B] $1 + \mathrm{e}^{-x}$ [C] $x\mathrm{e}^{-x}$ [D] $1 - \mathrm{e}^{-x-1}$ [E] e^{-x-1}.

498 $g'(-1)$ este: [A] 0 [B] -1 [C] 2 [D] $\frac{1}{2}$ [E] $\frac{1}{\mathrm{e}}$.

499 $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ este: [A] $\frac{1}{\mathrm{e}} - \frac{1}{2}$ [B] $\frac{3}{2} - \frac{1}{\mathrm{e}}$ [C] $\frac{1}{2} - \frac{1}{\mathrm{e}}$ [D] $\frac{1}{\mathrm{e}} - \frac{3}{2}$ [E] $\frac{3}{2} + \frac{1}{\mathrm{e}}$.

500 $\displaystyle\int_{-1}^{1-1/e} g(x)\,\mathrm{d}x$ este: [A] -1 [B] 0 [C] $\frac{3}{2} - \frac{2}{\mathrm{e}}$ [D] $\frac{3}{2} + \frac{1}{\mathrm{e}}$ [E] $\frac{1}{\mathrm{e}} - \frac{1}{2}$.

501 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_0^1 \sqrt[n]{x^n + (1-x)^n}\,\mathrm{d}x$ este: [A] 0 [B] 1 [C] $\frac{3}{4}$ [D] $\frac{1}{2}$ [E] $\frac{1}{4}$.

502 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \int_0^1 \ln\left(1 + e^{nx}\right)\,\mathrm{d}x$ este: [A] 0 [B] e [C] $\frac{1}{2}$ [D] $\ln 2$ [E] $\frac{1}{3}$.

503 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} n \int_{-1}^{0} (x + e^x)^n\,\mathrm{d}x$ este: [A] e [B] 0 [C] ∞ [D] $1 + e$ [E] $1/2$.

504 $\displaystyle\int_1^3 \frac{\ln x}{x^2 + 3}\,\mathrm{d}x$ [A] $\frac{\pi \ln 3}{3\sqrt{3}}$ [B] $\frac{\pi \ln 3}{12\sqrt{3}}$ [C] $\frac{\pi \ln 6}{6\sqrt{3}}$ [D] $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ [E] alt răspuns

505 $\displaystyle\int_0^2 \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2 + 2x + 2}\,\mathrm{d}x$ [A] π [B] 2π [C] $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{2}$ [D] 0 [E] 1

506 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_0^n \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2 + x + 1}\,\mathrm{d}x$ [A] $\dfrac{\pi^2}{6\sqrt{2}}$ [B] $\dfrac{\pi^2}{6\sqrt{3}}$ [C] $\dfrac{\pi^2}{6}$ [D] 0 [E] ∞

507 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_0^n \frac{\mathrm{d}x}{1 + n^2 \cos^2 x}$

[A] 0 [B] π [C] ∞ [D] limita nu există [E] alt răspuns

Următoarele enunţuri teoretice pot fi utile pentru rezolvarea unor probleme din culegere.

508 Fie $x_n > 0$, $n \in \mathbb{N}$, astfel ca

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^n < 1.$$

Atunci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$.

509 Fie $f : [0, b-a] \to (0, \infty)$ o funcţie continuă şi $a < b$. Atunci

$$\int_a^b \frac{f(x-a)}{f(x-a) + f(b-x)}\,\mathrm{d}x = \frac{b-a}{2}.$$

510 Fie $f : (-1, 1] \to \mathbb{R}$ o funcţie continuă. Atunci,

$$\lim_{n\to\infty} n \int_a^1 x^n f(x)\,\mathrm{d}x = f(1), \qquad -1 < a < 1.$$

511 Fie $f : [0, 1] \to \mathbb{R}$ continuă. Atunci,

$$\lim_{n\to\infty} n \int_0^1 x^n\, f(x^n)\,\mathrm{d}x = \int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t.$$

512 Dacă $f\colon [0, \infty) \to \mathbb{R}$ este continuă şi are perioada $T > 0$, atunci

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^1 f(nx)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{T} \int_0^T f(x)\,\mathrm{d}x.$$

513 Fie a, $b > 0$. Dacă $f\colon [-b, b] \to \mathbb{R}$ este o funcţie continuă pară, atunci

$$\int_{-b}^{b} \frac{f(x)}{a^x + 1}\,\mathrm{d}x = \int_0^b f(x)\,\mathrm{d}x.$$

3

Geometrie analitică

514 Fie punctele $A(\lambda, 1)$, $B(2,3)$, $C(3,-1)$. Să se determine λ astfel încât punctul A să se afle pe dreapta determinată de punctele B şi C.

A 2 B 3 C $\frac{5}{2}$ D $\frac{1}{2}$ E $\frac{2}{3}$

515 Dreptele $4x - y + 2 = 0$, $x - 4y - 8 = 0$, $x + 4y - 8 = 0$ determină un triunghi. Centrul cercului înscris în triunghi este

A $\left(\frac{6}{5}, 0\right)$ B $\left(\frac{6}{5}, 1\right)$ C $\left(\frac{5}{6}, 0\right)$ D $\left(\frac{5}{6}, 1\right)$ E $\left(\frac{6}{5}, \frac{5}{6}\right)$

516 Triunghiul ABC are latura $[AB]$ pe dreapta $4x + y - 8 = 0$, latura $[AC]$ pe dreapta $4x + 5y - 24 = 0$, iar vârfurile B şi C pe axa Ox. Ecuaţia medianei corespunzătoare vârfului A este:

A $2x + 3y = 0$ B $3x + 2y = 0$ C $5x + y = 9$ D $4x + 3y - 16 = 0$ E $x + 4y - 17 = 0$

517 Se dau punctele $A(2,1)$ şi $B(0,-1)$. Ecuaţia simetricei dreptei AB faţă de dreapta OA este:

A $x+2y-1=0$ B $3x-7y+1=0$ C $2x+y+5=0$ D $x+y+1=0$ E $x-7y+5=0$

518 Fie triunghiul ABC, unde $B(-4,-5)$. Ecuaţia înălţimii duse din A este $5x + 3y - 4 = 0$. Ecuaţia dreptei BC este:

A $5y - 3x + 13 = 0$ B $3x - 5y + 37 = 0$ C $y = -5$ D $x + y - 2 = 0$ E $y - 2x = 3$

519 În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele $A(3,4)$, $B(-3,-4)$ şi $C(3,-4)$. Coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului ABC sunt: A $(1,1)$ B $(-1,0)$ C $(0,0)$ D $(0,1)$ E $(0,-1)$

520 Fie C simetricul punctului $A(-1,-3)$ faţă de punctul $B(2,1)$. Care sunt coordonatele punctului C? A $(5,5)$ B $(4,5)$ C $(6,5)$ D $(5,6)$ E $(4,6)$

521 Fie punctele $A(0,2)$ şi $B(3,3)$. Notăm cu P proiecţia punctului $O(0,0)$ pe dreapta AB. Care sunt coordonatele punctului P? Care este aria triunghiului OAB?

A $\left(-\frac{3}{5},-\frac{9}{5}\right);3$ B $\left(-\frac{3}{5},-\frac{9}{5}\right);6$ C $\left(\frac{3}{5},-\frac{9}{5}\right);3$ D $\left(-\frac{3}{5},\frac{9}{5}\right);3$ E $\left(-\frac{3}{5},\frac{9}{5}\right);6$

522 Fie $A(0,-1)$, $d_1 : x-y+1=0$ şi $d_2 : 2x-y=0$. Coordonatele punctelor $B \in d_1$ şi $C \in d_2$ pentru care dreptele d_1 şi d_2 sunt mediane în triunghiul ABC sunt:

A $(0,1)$, $(3,6)$ B $(0,1)$, $(0,1)$ C $(-1,0)$, $(1,1)$ D $(0,0)$, $(-1,1)$ E $(-1,-1)$, $(1,1)$

523 Fie dreptele

$$\begin{aligned}(AB):&\quad x+2y-1 &= 0\\ (BC):&\quad 2x-y+1 &= 0\\ (AC):&\quad 2x+y-1 &= 0\end{aligned}$$

care determină triunghiul ABC. Bisectoarea unghiului B are ecuaţia:

A $x-3y+2=0$ B $x+y-1=0$ C $3x-y+2=0$ D $x-y+1=0$

524 Pentru ce valori ale parametrului α ecuaţiile $3\alpha x-8y+13=0$, $(\alpha+1)x-2\alpha y-5=0$ reprezintă două drepte paralele:

A $\alpha_1=-2$, $\alpha_2=\frac{1}{3}$ B $\alpha_1=-2$, $\alpha_2=-\frac{1}{3}$ C $\alpha_1=2$, $\alpha_2=\frac{2}{3}$
D $\alpha_1=2$, $\alpha_2=-\frac{2}{3}$ E $\alpha_1=\frac{1}{2}$, $\alpha_2=3$

525 Se consideră în plan punctele $A(0,0)$, $B(2,0)$ şi dreapta de ecuaţie $d: x-2y+10=0$. Valoarea minimă a sumei $S(M)=MA+MB$, când punctul M parcurge dreapta d este:

A 2 B 10 C $\sqrt{101}$ D $\sqrt{98}$ E $7\sqrt{2}$

526 Dreapta care trece prin $C(1,2)$, neparalelă cu AB faţă de care punctele $A(-1,1)$ şi $B(5,-3)$ sunt egal depărtate, are ecuaţia:

A $3x+y-5=0$ B $2x+y-4=0$ C $3x+2y-6=0$ D $2x+3y-4=0$ E $2x+3y-6=0$

527 Fie punctele $A(1,1)$, $B(2,-3)$, $C(6,0)$. Coordonatele punctului D pentru care $ABCD$ este paralelogram sunt: A $(4,4)$ B $(5,4)$ C $(3,5)$ D $(3,3)$ E $(4,5)$

528 Raza cercului care trece prin punctele $A(-4,0)$, $B(4,4)$, $O(0,0)$ este:

A 6 B 7 C 8 D $2\sqrt{10}$ E $3\sqrt{5}$

529 Laturile AB, BC, CA ale triunghiului ABC au respectiv ecuaţiile:

$$x+21y-22=0,\quad 5x-12y+7=0,\quad 4x-33y+146=0.$$

Distanţa de la centrul de greutate al triunghiului ABC la latura BC este:

A 1 B 2 C 3 D 4 E 5.

530 Ecuaţiile dreptelor care trec prin punctul de intersecţie al dreptelor de ecuaţii $11x+3y-7=0$ şi $12x+y-19=0$ şi se află la egală distanţă de punctele $A(3,-2)$ şi $B(-1,6)$ sunt:

A $7x+y-9=0$, $2x+y+1=0$ B $x+7y-8=0$, $2x+y-1=0$ C $7x+y-8=0$, $2x+y+2=0$ D $7x+y-9=0$, $2x+y-1=0$ E $x+7y-9=0$, $x+2y+1=0$.

Se dau punctele $A(0,1), B(-1,0), C(6,2)$, şi $D(1,1)$.

531 Simetricul punctului C faţă de dreapta AB este:

A $C'(-6,2)$ B $C'(6,-2)$ C $C'(-6,-2)$ D $C'(1,7)$ E $C'(1,4)$.

532 Coordonatele punctului $M \in AB$ pentru care suma $DM + MC$ este minimă sunt:

A $(1,-3)$ B $(1,2)$ C $(-1,2)$ D $(1,3)$ E $(2,3)$

533 Coordonatele punctului $M \in AB$ pentru care suma $DM^2 + MC^2$ este minimă sunt:

A $(3,4)$ B $(\frac{7}{4}, \frac{15}{4})$ C $(2,3)$ D $(\frac{7}{3}, 3)$ E $(3,5)$.

Se consideră în planul xOy punctele $S(0,12), T(16,0)$ şi $Q(x,y)$ un punct variabil situat pe segmentul $[ST]$. Punctele P şi R aparţin axelor de coordonate astfel încât patrulaterul $OPQR$ să fie dreptunghi.

534 Ecuaţia dreptei ST este:

A $3x + 4y - 48 = 0$ B $-3x - 4y + 12 = 0$ C $3y - 4x - 36 = 0$ D $3x - y + 12 = 0$
E $y - 4x + 64 = 0$

535 Aria dreptunghiului $OPQR$ este:

A $-3x^2 + 12x$ B $12x - \frac{3}{4}x^2$ C $3x^2 + 12x$ D $-4x^2 + 12x$ E $48x - \frac{3}{4}x^2$.

536 Valoarea maximă a ariei dreptunghiului $OPQR$ este:

A 32 B 48 C 64 D 96 E 84

Punctul $A(-4,1)$ este un vârf al pătratului $ABCD$ parcurs în sens trigonometric, căruia îi cunoaştem o diagonală de ecuaţie $3x - y - 2 = 0$.

537 Aria pătratului $ABCD$ este: A 45 B 15 C 90 D 30 E $\frac{45}{2}$

538 Punctul C are coordonatele: A $(4,-1)$ B $(5,-2)$ C $(6,1)$ D $(\frac{9}{2}, -\frac{7}{2})$ E $(\frac{11}{2}, -\frac{1}{2})$

Fie în planul xOy punctele $A(4,0)$, $B(5,1)$, $C(1,5)$, $D(0,4)$.

539 Patrulaterul $ABCD$ este:

A patrulater oarecare B trapez isoscel C romb D dreptunghi
E trapez dreptunghic

540 Aria patrulaterului este A 4 B 8 C 1 D 16 E 2

541 Simetricul punctului A faţă de dreapta BC este punctul de coordonate

A $(1,5)$ B $(5,1)$ C $(5,2)$ D $(6,2)$ E $(6,4)$

542 În sistemul cartezian xOy, o dreaptă variabilă d care conţine punctul $A(0,5)$ intersectează dreptele $x - 2 = 0$ şi $x - 3 = 0$ în punctele B, respectiv C. Să se determine panta m a dreptei d astfel încât segmentul BC să aibă lungime minimă.

A $m = 0$ B $m = -1$ C $m \in \mathbb{R}$ D $m = 2$ E nu există.

543 Fie dreapta $\mathcal{D} : x + y = 0$ şi punctele $A(4,0)$, $B(0,3)$. Valoarea minimă a sumei $MA^2 + MB^2$, pentru $M \in \mathcal{D}$ este: A $\frac{99}{4}$ B 25 C $\frac{101}{4}$ D 26 E $\frac{105}{4}$

Se consideră expresia $E(x, y) = x^2 + y^2 - 6x - 10y$.

544 Distanţa de la punctul (x, y) la punctul $(3, 5)$ este:

A $\sqrt{E(x, y) + 34}$ B $\sqrt{E(x, y) - 34}$ C $\sqrt{E(x, y)}$ D $\sqrt{E(x, y) + 1}$
E alt răspuns

545 Valoarea minimă a lui $E(x, y)$, pentru $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, este:

A 0 B -34 C 34 D -1 E 1

546 Se consideră mulţimea $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 2y \leq 0\}$. Valoarea maximă a lui $E(x, y)$, pentru $(x, y) \in D$, este:

A 8 B 0 C 4 D 6 E 2

Fie ABC un triunghi. Notăm cu G centrul său de greutate, cu O centrul cercului circumscris, cu H ortocentrul, cu I centrul cercului înscris şi $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$.

547 Punctul M din planul triunghiului ABC pentru care $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{\mathbf{0}}$ este: A G B H C I D O E A

548 Punctul N din planul triunghiului ABC pentru care $a\overrightarrow{NA} + b\overrightarrow{NB} + c\overrightarrow{NC} = \vec{\mathbf{0}}$ este: A G B H C I D O E A

549 Punctul R din planul triunghiului ABC pentru care $\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{RB} + \overrightarrow{RC} = \overrightarrow{RH}$ este: A G B H C I D O E A

4

Trigonometrie

550 Funcţia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin(4x) + \cos\left(\sqrt{2}x\right)$, are perioada:

[A] 2 [B] 2π [C] $\sqrt{2}\pi$ [D] $\sqrt{2}$ [E] nu este periodică

551 Valoarea lui $\arcsin(\sin 3)$ este:

[A] 3 [B] -3 [C] 0 [D] $\pi - 3$ [E] $-\cos 3$

552 Valoarea lui $\sin 15^0$ este:

[A] $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ [B] $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4}$ [C] $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{4}$ [D] $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ [E] $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{4}$.

Fie numerele complexe $z_k = \cos\dfrac{2k\pi}{5} + i\sin\dfrac{2k\pi}{5}$, $k = 1, 2, 3, 4$.

553 Ecuaţia polinomială ale cărei rădăcini sunt numerele z_k $(k = 1, 2, 3, 4)$ este:

[A] $x^4 + 1 = 0$ [B] $x^5 - 1 = 0$ [C] $x^5 + 1 = 0$ [D] $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ [E] $x^4 + x^2 + 1 = 0$

554 Valoarea expresiei $\cos\frac{2\pi}{5} + \cos\frac{4\pi}{5} + \cos\frac{6\pi}{5} + \cos\frac{8\pi}{5}$ este:

[A] -1 [B] 0 [C] $\frac{1}{2}$ [D] 1 [E] 2

555 Valoarea expresiei $\cos\frac{2\pi}{5}$ este: [A] $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ [B] $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ [C] $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ [D] $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ [E] 1

556 $\cos x \cos\dfrac{5\pi}{4} - \sin x \sin\dfrac{5\pi}{4} = 1$ dacă şi numai dacă:

[A] $x \in \left\{2k\pi - \frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ [B] $x \in \left\{k\pi \pm \frac{5\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ [C] $x \in \left\{k\pi - \frac{5\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$
[D] $x \in \left\{2k\pi - \frac{5\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ [E] $x \in \left\{2k\pi \pm \frac{5\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$

Se consideră funţia $f(x) = \cos^{2n} x + \sin^{2n} x$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, $x \in \mathbb{R}$.

557 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $f(x) = 1$ este:

[A] $\{2k\pi\}_{k\in\mathbb{Z}}$ [B] $\left\{2k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ [C] $\left\{k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ [D] $\left\{k\frac{\pi}{2}\right\}_{k\in\mathbb{Z}}$ [E] $\emptyset$

558 Mulţimea valorilor funcţiei f este

[A] $[0, 1]$ [B] $[-1, 1]$ [C] $[0, \frac{1}{n}]$ [D] $[\frac{1}{2^{n-1}}, 1]$ [E] Alt răspuns

Se consideră ecuaţia:

$$(\sin x + \cos x)^n - a\ \sin x \cos x + 1 = 0, \quad n \in \mathbb{N}, \quad a \in \mathbb{R}.$$

559 Pentru $n = 2$ ecuaţia are soluţie dacă şi numai dacă

[A] $a \in [2, 6]$ [B] $a \in (-\infty, -2] \cup [6, \infty)$ [C] $a \in (-2, 6)$ [D] $a \in (-1, 1]$ [E] alt răspuns

560 Pentru $n = 1$ şi $a = 3$ mulţimea soluţiilor ecuaţiei este:

[A] $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ [B] $\emptyset$ [C] $\{(2k+1)\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{2k\pi - \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$
[D] $\{\frac{\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ [E] $\{2k\pi + \frac{\pi}{4} | k \in \mathbb{Z}\}$

561 Dacă $x \in (\pi, 2\pi)$ şi $\cos x = \frac{7}{25}$, atunci $\sin x$ este:

[A] $-\frac{24}{25}$ [B] $-\frac{7}{8}$ [C] $-\frac{23}{25}$ [D] $\frac{7}{8}$ [E] $\frac{24}{25}$.

562 $\operatorname{tg}\dfrac{\pi}{12}$ are valoarea: [A] $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$ [B] $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ [C] $\frac{\sqrt{3}}{6}$ [D] $\frac{2}{\sqrt{3}}$ [E] alt răspuns.

Fie x_1 şi x_2 rădăcinile ecuaţiei $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$.

563 $\operatorname{arctg} x_1 + \operatorname{arctg} x_2$ este: [A] $\frac{\pi}{2}$ [B] $\frac{\pi}{8}$ [C] $\frac{3\pi}{8}$ [D] $\frac{3\pi}{4}$ [E] $\frac{\pi}{4}$

564 $\operatorname{arctg} x_1 \cdot \operatorname{arctg} x_2$ este: [A] $\frac{\pi^2}{8}$ [B] $\frac{3\pi^2}{16}$ [C] $\frac{3\pi^2}{64}$ [D] $\frac{3\pi^2}{32}$ [E] $\frac{\pi^2}{16}$

565 Fie $x \in [\pi, \frac{3\pi}{2}]$ cu proprietatea că $\operatorname{tg} x = \frac{1}{2}$. Atunci perechea ($\sin\ x$, $\cos\ x$) este

[A] $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ [B] $\left(\frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$ [C] $\left(\frac{-1}{\sqrt{5}}, \frac{-2}{\sqrt{5}}\right)$ [D] $\left(\frac{-2}{\sqrt{5}}, \frac{-1}{\sqrt{5}}\right)$ [E] $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

566 Pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ expresia $(\cos a + \cos b)^2 + (\sin a + \sin b)^2$ este egală cu:

[A] $2\sin^2(a+b)$ [B] $2\cos^2(a+b)$ [C] $4\sin^2 \frac{a-b}{2}$ [D] $4\cos^2 \frac{a-b}{2}$ [E] 2.

567 Oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, suma $\sin^6 x + \cos^6 x$ este egală cu:

[A] $3 - \sin^2 x \cos^2 x$ [B] $1 - 3\sin^2 2x$ [C] 1 [D] $1 - 3\sin^3 x \cos^3 x$
[E] $1 - 3\sin^2 x \cos^2 x$.

568 Dacă $E = \cos^2(a+b) + \cos^2(a-b) - \cos 2a \cdot \cos 2b$ atunci, pentru orice $a, b \in \mathbb{R}$ are loc egalitatea:

[A] $2E = 1$ [B] $E = 1$ [C] $2E + 1 = 0$ [D] $E = 0$ [E] $E = -1$.

569 Dacă numerele reale α şi β satisfac egalitatea

$$(\cos\alpha + \cos\beta)^2 + (\sin\alpha + \sin\beta)^2 = 2\cos^2\frac{\alpha-\beta}{2},$$

atunci:

[A] $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$ [B] $\alpha - \beta \in \{2k\pi | k \in \mathbb{Z}.\}$ [C] $\alpha - \beta \in \{(2k+1)\pi | k \in \mathbb{Z}.\}$ [D] $\alpha - \beta \in \left\{\frac{\pi}{2} + 4k\pi | k \in \mathbb{Z}.\right\}$ [E] $\alpha - \beta \in \left\{\frac{\pi}{6} + 10k\pi | k \in \mathbb{Z}.\right\}$

570 Numărul $\operatorname{arctg}\frac{1}{3} + \operatorname{arctg}\frac{1}{5} + \operatorname{arctg}\frac{1}{7} + \operatorname{arctg}\frac{1}{8}$ este egal cu:

[A] $\frac{\pi}{12}$ [B] $\frac{\pi}{6}$ [C] $\frac{\pi}{4}$ [D] $\frac{5\pi}{12}$ [E] $\frac{\pi}{2}$.

571 Inversa funcţiei $f:\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]\to[-1,1]$, $f(x)=\sin x$, este funcţia $f^{-1}:[-1,1]\to\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$ definită prin:

A $f^{-1}(x)=\pi+\arcsin x$ B $f^{-1}(x)=\pi-\arcsin x$
C $f^{-1}(x)=\arcsin x$ D $f^{-1}(x)=2\pi-\arcsin x$ E $f^{-1}(x)=-\pi+\arcsin x$.

572 Egalitatea $\arcsin(\sin x)=x$ are loc pentru:

A orice $x\in\mathbb{R}$ B orice $x\in\mathbb{R}$ astfel încât $\sin x\in(-1,1)$
C orice $x\in[0,2\pi)$ D $\emptyset$ E orice $x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$.

573 Mulţimea valorilor lui $m\in\mathbb{R}$ pentru care expresia

$$E(x)=\sqrt{\cos^4 x+m\sin^2 x}+\sqrt{\sin^4 x+m\cos^2 x}$$

este constantă pe $\mathbb{R}$ este: A $\{0\}$ B $\{0,4\}$ C $\{1,4\}$ D $\{-1,0\}$ E $\emptyset$.

574 Valorile minimă m şi maximă M ale expresiei $E(x)=\cos^2 x-4\sin x$, unde $x\in\mathbb{R}$, sunt:

A $m=-1,\ M=1$ B $m=-5,\ M=5$ C $m=-4,\ M=3$
D $m=-4,\ M=4$ E $m=-3,\ M=3$.

575 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $2\cos^2 x-11\cos x+5=0$ este:

A $\emptyset$ B $\left\{-\frac{\pi}{3}+2k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$
C $\left\{\pm\frac{\pi}{4}+2k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$
D $\left\{-\frac{\pi}{3}+2k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$
E $\left\{\frac{\pi}{3}+2k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$.

576 Ecuaţia $4\sin^2 x-4\sin x+1=0$ are următoarea mulţime de soluţii:

A $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{4}+k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{3}+k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$
C $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{6}+k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$ D $\left\{(-1)^{k+1}\frac{\pi}{3}+2k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$
E $\left\{(-1)^{k+1}\frac{\pi}{4}+2k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$.

577 Ecuaţia $\sin x=2\,\mathrm{tg}\,x$ are următoarea mulţime de soluţii:

A $\{k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$ B $\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$ C $\emptyset$
D $\{0,1,\pi,2\pi\}$ E $\left\{\frac{\pi}{4}+2k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Fie S_n, $n\in\mathbb{N}^*$, mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\sin x\,\sin 2x\,\ldots\,\sin nx=1$.

578 S_1 este:

A $\{\frac{\pi}{2}+2k\pi|\in\mathbb{Z}\}$ B $\{(-1)^k\frac{\pi}{2}+2k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$ C $\{k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$ D $\{\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{2}\}$ E $\emptyset$

579 S_{100} este:

A $\{\frac{\pi}{101}+k\pi/k\in\mathbb{Z}\}$ B $\{\frac{\pi}{101}+2k\pi/k\in\mathbb{Z}\}$ C $\emptyset$
D $\bigsqcup\limits_{n=1}^{100}\{\frac{\pi}{5n}+\frac{k\pi}{n+1}/k\in\mathbb{Z}\}$ E $\{\frac{\pi}{6}+k\,\pi/k\in\mathbb{Z}\}$

580 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\cos 2x=\cos x$ este:

A $\left\{\frac{2k\pi}{3}|k\in\mathbb{Z}\right\}\cup\left\{\frac{2k\pi}{7}|k\in\mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{2k\pi}{3}|k\in\mathbb{Z}\right\}$
C $\left\{\frac{2k\pi}{7}|k\in\mathbb{Z}\right\}$ D $\{2k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$ E $\{\pi+2k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$.

581 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\sin x = \cos 3x$ este:

A $\left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ C $\left\{\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{4}\right\}$ D $\left\{-\frac{4k\pm1}{8}\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
E $\left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

582 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\sin 5x = \sin x$ este:

A $\left\{\frac{k\pi}{5-(-1)^k} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{k\pi}{5} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
C $\left\{\frac{k\pi}{10} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ D $\left\{(-1)^k \arcsin \frac{1}{5} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
E $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

583 Ecuaţia $2 \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 3$ are următoarele soluţii în intervalul $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$:

A $\frac{\pi}{4}$ şi $\frac{\pi}{6}$ B $\frac{\pi}{4}$ şi $\operatorname{arctg}(-5)$ C $\frac{\pi}{12}$ D $\frac{\pi}{4}$ şi $\operatorname{arctg} \frac{1}{2}$ E $\frac{\pi}{4}$ şi $\operatorname{arctg} 2$.

584 Dacă $\sqrt{3} \sin x + \cos x - 2 = 0$, atunci:

A $x = (-1)^k \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6},\ k \in \mathbb{Z}$; B $x = \frac{\pi}{6} + (-1)^k \frac{\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$;
C $x = (-1)^k \frac{\pi}{2} + k\pi - \frac{\pi}{6},\ k \in \mathbb{Z}$; D $x = k\pi - \frac{\pi}{6},\ k \in \mathbb{Z}$; E $x = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

585 Ecuaţia $\sin x + p \cos x = 2p,\ p \in \mathbb{R}$, are soluţii pentru:

A $|p| > 5$ B $p \in \left[-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$ C $|p| > \frac{2}{3}$ D $|p| = 3$ E $3p^2 > 1$.

586 Valoarea lui $\cos x$ care verifică ecuaţia

$$2 \sin^2 2x - 2 \sin x \sin 3x = 4 \cos x + \cos 2x$$

este: A $\frac{1}{2}$ B $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C $-\frac{1}{2}$ D $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E 0.

587 Următoarea mulţime reprezintă soluţia ecuaţiei $\sin^2 x + \operatorname{tg}^2 x = \frac{3}{2}$:

A $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{(-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ B $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right\}$
C $\left\{\pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ D $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
E $\left\{\pm\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

588 Mulţimea tuturor valorilor $x \in \mathbb{R}$ care verifică egalitatea

$$3(\cos^4 x + \sin^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x) = 1$$

este: A $\emptyset$ B $\mathbb{R}$ C $\left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ D $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ E $\{2k\pi | k \in \mathbb{N}\}$.

589 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei

$$\left(\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}} - \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}\right)\left(\sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}} - \sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}\right) = -4$$

este:

A $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\bigcup_{k\in\mathbb{Z}} (\pi + 2k\pi, 2\pi + 2k\pi)$ C $\bigcup_{k\in\mathbb{Z}} \left((2k-1)\frac{\pi}{2}, k\pi\right)$
D $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ E $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

590 Fie $x \in \mathbb{R}$. Valoarea expresiei

$$\left(\sin x - 2\sqrt[3]{\sin x \cos^2 x}\right)^2 + \left(\cos x - 2\sqrt[3]{\sin^2 x \cos x}\right)^2$$

este: [A] 1 [B] 2 [C] $\sin x + \cos x$ [D] $\sin^3 x + \cos^3 x$ [E] $\sqrt[3]{\sin x} + \sqrt[3]{\cos x}$

591 Ecuaţia $\cos^4 x - \sin^4 x = 1 + \sin 2x$ are următoarea mulţime de soluţii:

[A] $\emptyset$ [B] $\left\{\frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ [C] $\left\{\frac{3\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
[D] $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ [E] $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

592 Egalitatea $\max(\sin x, \cos x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ este adevărată dacă şi numai dacă:

[A] $x \in \left\{\frac{\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ [B] $x \in \left\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
[C] $x \in \left\{-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right\}$ [D] $x \in \left\{\frac{11\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$
[E] $x \in \left\{\pm\frac{\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\frac{2\pi}{3} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$

593 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $4 \sin x \cos^3 x - 4 \sin^3 x \cos x = 1$ este:

[A] $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ [B] $\left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{8} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ [C] $\left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ [D] $\left\{-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\right\}$
[E] $\left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4} | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

594 Soluţia ecuaţiei $2 \arcsin x = \arccos 2x$ este:

[A] $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$ [B] $\frac{\pi}{4}$ [C] $\frac{\pi}{6}$ [D] $\sqrt{2} - 1$ [E] $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

595 Mulţimea tuturor valorilor parametrului real m pentru care ecuaţia $(\sin x - m)^2 + (2m \sin x - 1)^2 = 0$ are soluţii este:

[A] $[-1, 1]$ [B] $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$ [C] $\{-1, 0, 1\}$ [D] $\left[-\frac{1}{2}, 0\right) \cup \left(0, \frac{1}{2}\right]$ [E] $\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

596 Dacă S este mulţimea soluţiilor ecuaţiei $(1 - \cos x)^4 + 2 \sin^2 x^2 = 0$, atunci:

[A] $S = \emptyset$ [B] $S \cap \mathbb{Q} = \emptyset$ [C] $S = \{\pi\}$ [D] $S = \{0\}$ [E] $S = \{0, 2\pi\}$.

597 Ecuaţia $\sin x + \cos 2x = m,\ m \in \mathbb{R}$, are soluţii dacă şi numai dacă:

[A] $m \in \left[0, \frac{9}{8}\right]$ [B] $m = 1$ [C] $m = -3$ [D] $m < -2$ [E] $m \in \left[-2, \frac{9}{8}\right]$.

598 Mulţimea tuturor valorilor parametrului real m pentru care ecuaţia $\cos^2 x + (m + 1) \sin x = 2m - 1$ are soluţii este:

[A] $[1, 2]$ [B] $\emptyset$ [C] $\{0\}$ [D] $[0, 2]$ [E] $[3, \infty)$.

599 Ecuaţia $\sin^6 x + \cos^6 x = m,\ m \in \mathbb{R}$, are soluţii dacă şi numai dacă:

[A] $m \leq 2$ [B] $\frac{1}{4} \leq m \leq 1$ [C] $m = 1$ [D] $0 \leq m \leq 2$ [E] $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$.

600 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\sin x + \sin 2x = 2$ este:

[A] $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ [B] $\left\{\frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\right\}$ [C] $\left\{\frac{k\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\}$
[D] $\left\{\arcsin \frac{1}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$ [E] $\emptyset$.

Se consideră funcţia $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R},\ \ f(x) = 3\cos^2 x - 4\sin x$.

601 Soluţia ecuaţiei $f(x) = \dfrac{1}{4}$ este:

A $\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\}$ B $\{\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\}$ C $\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\}$ D $\{\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\}$ E $\{\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\}$

602 Valoarea maximă a funcţiei f este:

A -1 B $\frac{13}{3}$ C 3 D $\frac{11}{3}$ E $\frac{14}{3}$

603 Mulţimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuaţia $f(x) = a$ are soluţie este:

A $[-4, \frac{13}{3}]$ B $[-3, \frac{11}{3}]$ C $[-4, \frac{14}{3}]$ D $[-3, \frac{13}{3}]$ E $[-4, \frac{11}{3}]$

604 Numărul soluţiilor ecuaţiei $f(x) = 5$ este:

A 2 B 1 C 0 D 3 E 4

605 Să se arate că dacă $a = 41,\ b = 28$ şi $c = 15$, atunci triunghiul ABC este:

A dreptunghic B ascuţitunghic C obtuzunghic D isoscel
E echilateral.

606 Să se determine unghiurile A şi C ale triunghiului ABC dacă $a = \sqrt{2}$, $b = 2$, $B = \frac{\pi}{4}$.

A $A = \frac{\pi}{4},\ C = \frac{\pi}{2}$ B $A = \frac{\pi}{6},\ C = \frac{7\pi}{12}$ C $A = \frac{\pi}{3},\ C = \frac{5\pi}{12}$
D $A = \frac{7\pi}{12},\ C = \frac{\pi}{6}$ E $A = \frac{5\pi}{12},\ C = \frac{\pi}{3}$.

607 Dacă în $\triangle\, ABC$ se dau $AB = 2,\ AC = 3$ şi $m(\widehat{A}) = 60^o$, atunci:

A $\mathcal{A}(ABC) = \frac{3}{2}$ B $BC = \sqrt{7}$ C $\widehat{B} \equiv \widehat{C}$ D $m(\widehat{B}) = \frac{1}{2}$ E $\triangle\, ABC$ este dreptunghic în B.

608 În triunghiul ABC avem $BC = 4$, $m(\widehat{A}) = 60^o$, $m(\widehat{B}) = 45^o$. Atunci AC are lungimea:

A $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ C $\sqrt{6}$ D $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ E $\frac{5\sqrt{6}}{3}$.

Se dă un număr complex de forma $z = \left(1 + \dfrac{2i}{1-i}\right)^{2005}$.

609 Valoarea lui z este: A 1 B $2i$ C $-i$ D i E $-2i+1$

610 Modulul lui $z + i$ este: A $\sqrt{2}$ B 2 C 1 D $\sqrt{3}$ E $\sqrt{5}$

611 Valoarea expresiei $\overline{2z + \bar{z}}$ este A $-i$ B $-2i$ C $2i+3$ D 3 E i

Fie $x = \frac{1}{4}(\sqrt{3} + i)$. Atunci:

612 x^{2004} este A $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2^{2005}}$ B $-\frac{1}{2^{2004}}$ C 0 D $\frac{1}{2^{2004}}$ E $\frac{\sqrt{3}+i}{2^{2005}}$.

613 x^{2008} este A $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2^{2009}}$ B $-\frac{1}{2^{2008}}$ C 0 D $\frac{1}{2^{2008}}$ E $\frac{\sqrt{3}+i}{2^{2009}}$.

614 Dacă $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ şi $S = \{z \in \mathbb{C} \mid (z+i)^n = (z-i)^n\}$, atunci:

A S are n elemente, $\forall\, n \in \mathbb{N},\ n \geq 2$;
B $S = \{(-1)^{n-1} + \operatorname{tg}\frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n;\ k \in \mathbb{N};\ k \neq \frac{n}{2}\}$
C $S = \{(-1)^{n-1} + \operatorname{ctg}\frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n-1;\ k \in \mathbb{N}\}$
D $S = \{\operatorname{ctg}\frac{k\pi}{n} \mid 1 \leq k \leq n-1;\ k \in \mathbb{N}\}$
E $S \cap \mathbb{R}$ are cel mult două elemente, $\forall n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

615 Fie triunghiul ABC pentru care $\operatorname{tg}\frac{A}{2} = \frac{a}{b+c}$. Atunci triunghiul este:

A echilateral B dreptunghic cu $A = \frac{\pi}{2}$
C dreptunghic cu $B = \frac{\pi}{2}$ sau $C = \frac{\pi}{2}$
D ascuţitunghic E obtuzunghic.

616 Fie $z = \dfrac{(\sqrt{3}+i)^n}{(\sqrt{3}-i)^m}$, $m, n \in \mathbb{N}$. Să se determine relaţia dintre m şi n astfel încât z să fie real.

A $n - m = 6k,\ k \in \mathbb{N}$ B $n + m = 3k,\ k \in \mathbb{N}$ C $n - m = 3k,\ k \in \mathbb{Z}$ D $n - m = 0$
E $n + m = 6k,\ k \in \mathbb{N}$.

617 Numărul $E = (\cos\alpha - i\sin\alpha)(\cos 5\alpha + i\sin 5\alpha)$ este real pentru

A $\alpha = \frac{k\pi}{4},\ k \in \mathbb{Z}$; B $\alpha = \frac{k\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$; C $\alpha = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$;
D $\alpha = \frac{k\pi}{3},\ k \in \mathbb{Z}$; E $\alpha = \frac{2k\pi}{3},\ k \in \mathbb{Z}$.

618 Fie numărul complex $u = 2 + 2i$.
Forma trigonometrică a numărului complex u este:

A $u = \sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$ B $u = \sqrt{8}(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4})$ C $u = 2\sqrt{2}(\cos\frac{3\pi}{4} - i\sin\frac{3\pi}{4})$
D $u = \sqrt{8}(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2})$ E $u = 2\sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4})$

619 u^{100} este: A 2^{100} B $2^{100}i$ C $-2^{150}i$ D -2^{150} E -2^{200}

620 Fie mulţimea $A = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| \leq |z-i| \text{ şi } |z-u| \leq 1\}$. Modulul lui $z \in A$ pentru care argumentul lui z este minim este: A 3 B $\sqrt{8}$ C $\sqrt{7}$ D 1 E $\sqrt{6}$

Se consideră numerele complexe $z_1 = \sin a - \cos a + i(\sin a + \cos a)$
$z_2 = \sin a + \cos a + i(\sin a - \cos a)$

621 Mulţimea valorilor lui a pentru care numărul complex $w = z_1^n + z_2^n$ are modulul maxim este:

A $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\{\frac{k\pi}{n} + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ C $\{\frac{2k\pi}{n} | k \in \mathbb{Z}\}$ D $\{\frac{k\pi}{n} | k \in \mathbb{Z}\}$
E alt răspuns

622 Mulţimea valorilor lui a pentru care $z_1 + z_2 \in \mathbb{R}$ este:

A $\{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ B $\{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ C $\{k\pi + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$ D $\emptyset$
E $\{2k\pi + \frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z}\}$

623 Valorile lui n pentru care $z_1^n z_2^n$, $n \in \mathbb{N}^*$, este real şi pozitiv sunt:

A $n = 5$ B $n = 4k,\ k \in \mathbb{N}^*$ C $n = 8k+1,\ k \in \mathbb{N}^*$ D $n = 0$
E $n = 8k+2,\ k \in \mathbb{Z}$

Pentru n şi k numere naturale nenule cu n fixat, notăm

$$a_k = \cos\frac{2k\pi}{n} - 2 + i\sin\frac{2k\pi}{n}.$$

624 Valoarea $\overline{a_n}$ este: [A] 1 [B] i [C] -1 [D] 0 [E] $-i$

625 Valoarea sumei $a_1 + a_2 + \cdots + a_n$, $n > 1$, este:

[A] $-2n$ [B] $2n$ [C] $1 - 2^n$ [D] $ni - 2n$ [E] $i + 2n$

626 Valoarea produsului $a_1 a_2 \ldots a_n$ este:

[A] $2^n - 1$ [B] $(-1)^{n-1}(2^{n+1} - 1)$ [C] $(2n-1)(-1)^n$ [D] $(-1)^n(2^n - 1)$

627 Să se calculeze expresia $E = (\sqrt{3} - i)^8(-1 + i\sqrt{3})^{11}$:

[A] $E = 2^{11}$; [B] $E = 2^{19}$; [C] $E = 2^{15}$; [D] $E = 2^5$; [E] 2^7.

628 Dacă $z + \frac{1}{z} = 2\cos\alpha$, atunci expresia $E = z^n + z^{-n}$ are, pentru orice $n \in \mathbb{Z}$ şi pentru orice $\alpha \in \mathbb{R}$, valoarea:

[A] $zi\sin n\alpha$ [B] $\cos n\alpha + i\sin n\alpha$ [C] $\operatorname{tg} n\alpha$ [D] $2\cos n\alpha$ [E] $\sin n\alpha + \operatorname{tg} n\alpha$.

629 Câte rădăcini complexe are ecuaţia $z^3 = \overline{z}$? [A] 1 [B] 2 [C] 3 [D] 4 [E] 5.

630 Câte rădăcini complexe are ecuaţia $z^{n-1} = i\,\overline{z}$, $n > 2$, $n \in \mathbb{N}$?

[A] $n-2$ [B] $n-1$ [C] n [D] $n+1$ [E] $n+2$.

631 Fie numărul complex: $z = \left(\frac{\sqrt{3} - i}{1 + i}\right)^{12}$. Este adevărată afirmaţia:

[A] $z = 2^6$ [B] $\arg z = \pi$ [C] $|z| = 2^{12}$ [D] $z = 64i$ [E] $\arg z = 2\pi$

5

Exemplu Test Admitere

Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 9, & x < 0, \\ 2x + 9, & x \geq 0. \end{cases}$

632 $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ este: $\boxed{\text{A}}$ 10 $\boxed{\text{B}}$ $\dfrac{35}{4}$ $\boxed{\text{C}}$ 9 $\boxed{\text{D}}$ -9 $\boxed{\text{E}}$ 2

633 Valoarea inversei funcţiei f în punctul 8 este:

$\boxed{\text{A}}$ -3 $\boxed{\text{B}}$ -1 $\boxed{\text{C}}$ 1 $\boxed{\text{D}}$ 3 $\boxed{\text{E}}$ f nu este inversabilă

Fie a o rădăcină a ecuaţiei $x^2 + x + 1 = 0$.

634 a^3 este: $\boxed{\text{A}}$ 0 $\boxed{\text{B}}$ 1 $\boxed{\text{C}}$ i $\boxed{\text{D}}$ $1 + i\sqrt{3}$ $\boxed{\text{E}}$ -1

635 $(1 + a)^{2016} + (1 + \overline{a})^{2016}$ este: $\boxed{\text{A}}$ -1 $\boxed{\text{B}}$ $1 + i\sqrt{3}$ $\boxed{\text{C}}$ 2 $\boxed{\text{D}}$ 1 $\boxed{\text{E}}$ i

Se consideră sistemul de ecuaţii

$$\begin{cases} -2x + y + z = 1 \\ x - 2y + z = 1 \\ x + y + az = b \end{cases}$$

unde $a, b \in \mathbb{R}$.

636 Sistemul are soluţie unică dacă şi numai dacă:

$\boxed{\text{A}}$ $a \neq -2$ $\boxed{\text{B}}$ $a \neq 0$ $\boxed{\text{C}}$ $a \neq 2$ $\boxed{\text{D}}$ $a > 0$ $\boxed{\text{E}}$ $a \leq 0$

637 Sistemul are o infinitate de soluţii dacă şi numai dacă:

$\boxed{\text{A}}$ $a = b = 1$ $\boxed{\text{B}}$ $a = -2, b = 0$ $\boxed{\text{C}}$ $a = 2, b = 1$ $\boxed{\text{D}}$ $a = -1, b = 1$ $\boxed{\text{E}}$ $a = -2, b = -2$

Pe $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziţie $x * y = a\,x + a\,y - x\,y$, $x, y \in \mathbb{R}$, unde a este un parametru real.

638 Mulţimea valorilor lui a pentru care legea este asociativă este:

A $[0, \infty)$ B $\mathbb{R}$ C $\{-1, 0, 1\}$ D $\{0, 1\}$ E $[0, 1]$

639 Mulţimea valorilor lui a pentru care intervalul $[0, 1]$ este parte stabilă a lui $(\mathbb{R}, *)$ este:

A $[\frac{1}{2}, 1]$ B $[0, \frac{1}{2}]$ C $[0, 1]$ D $[1, \infty)$ E $\mathbb{R}$

640 Mulţimea perechilor $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ pentru care $\big(\mathbb{R} \setminus \{b\}, *\big)$ este grup este:

A $\{(0, 0),\ (1, 0)\}$ B $\{(0, 0),\ (1, 1)\}$ C $\{(0, 0),\ (0, 1)\}$ D $\{(-1, 0),\ (1, 0)\}$
E $\{(-1, -1),\ (1, 0)\}$

Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$.

641 A^2 este: A 0_2 B I_2 C A D $I_2 + A$ E $-A$

642 Numărul soluţiilor din $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ale ecuaţiei $X^{25} = A$ este:

A 2 B 0 C 10 D 25 E ∞

Se consideră polinomul $P = X^3 + X^2 + aX + b \in \mathbb{Z}[X]$, având rădăcininile x_1, x_2, x_3.

643 Perechea (a, b) pentru care $x = 1$ este rădăcina dublă a polinomului P este:

A $(5, 3)$ B $(5, -3)$ C $(3, 5)$ D $(-5, 3)$ E $(0, 0)$

Să se calculeze integralele:

644 $\displaystyle\int_0^1 |2x - 1| \, \mathrm{d}x$ A 0 B 1 C $\dfrac{1}{4}$ D 2 E $\dfrac{1}{2}$

645 $\displaystyle\int_0^{2\pi} \arcsin(\sin(2x)) \, \mathrm{d}x$ A 0 B π C π^2 D $2\pi^2$ E $4\pi^2$

Să se calculeze:

646 $\displaystyle\int_{-1}^1 \frac{2x + 2}{x^2 + 1} \, \mathrm{d}x$ A $\frac{\pi}{4}$ B 0 C $\frac{\pi}{2}$ D π E $\ln 2 + \pi$

647 $\displaystyle\lim_{n \to \infty} \int_0^1 \operatorname{arctg} x \cdot \cos(nx) \, \mathrm{d}x$ A ∞ B 1 C $\frac{\pi}{2}$ D π E 0

Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $\quad f(x) = \sqrt{|x^2 - 4|}$.

648 Mulţimea de derivabilitate a funcţiei f este:

A $\mathbb{R} \setminus \{2, -2\}$ B $\mathbb{R}$ C $\emptyset$ D $\{-2, 2\}$ E $(-2, 2)$

649 Numărul punctelor de extrem local a lui f este: A 0 B 3 C 1 D 2 E 4

650 Numărul asimptotelor lui f este: A 1 B 0 C 2 D 3 E 4

Să se calculeze limitele:

651 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2+2n+3}{n^2+3n+2}$ $\boxed{A}$ 0 $\boxed{B}$ 1 $\boxed{C}$ 2 $\boxed{D}$ 3 $\boxed{E}$ $\dfrac{2}{3}$

652 $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$ $\boxed{A}$ 0 $\boxed{B}$ 1 $\boxed{C}$ $\sqrt{2}$ $\boxed{D}$ 2 $\boxed{E}$ nu există

653 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n-\sin n}{n+\sin n}$ $\boxed{A}$ 0 $\boxed{B}$ 1 $\boxed{C}$ nu există $\boxed{D}$ $\frac{1}{2}$ $\boxed{E}$ ∞.

654 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{(n+3)!}{n!n^3}\right)^n$ $\boxed{A}$ e $\boxed{B}$ e^2 $\boxed{C}$ e^4 $\boxed{D}$ e^6 $\boxed{E}$ ∞

655 $\lim\limits_{x\to+0} ((1+x)^x-1)^x$ $\boxed{A}$ 0 $\boxed{B}$ 1 $\boxed{C}$ e $\boxed{D}$ ∞ $\boxed{E}$ nu există

Se consideră punctul $A(-1,1)$ şi dreapta $(d):\ x-y=2$.

656 Simetricul punctului A faţa de origine este:

$\boxed{A}$ $(1,1)$ $\boxed{B}$ $(-1,-1)$ $\boxed{C}$ $(1,-1)$ $\boxed{D}$ $(2,-1)$ $\boxed{E}$ $(-1,2)$

657 Distanţa de la punctul A la dreapta (d) este: $\boxed{A}$ $\sqrt{2}$ $\boxed{B}$ 2 $\boxed{C}$ $3\sqrt{2}$ $\boxed{D}$ $2\sqrt{2}$ $\boxed{E}$ 1.

658 Simetricul punctului A faţă de dreapta (d) este:

$\boxed{A}$ $(1,-1)$ $\boxed{B}$ $(2,-2)$ $\boxed{C}$ $(\sqrt{5},-\sqrt{5})$ $\boxed{D}$ $(2\sqrt{2},-2\sqrt{2})$ $\boxed{E}$ (3,-3)

Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\sin^2 x+4\cos x$.

659 $f(\frac{\pi}{3})$ este: $\boxed{A}$ $\frac{11}{4}$ $\boxed{B}$ $\frac{5}{2}$ $\boxed{C}$ π $\boxed{D}$ 0 $\boxed{E}$ $\frac{1}{2}$

660 Valoarea maximă a lui f este: $\boxed{A}$ 1 $\boxed{B}$ 2 $\boxed{C}$ 3 $\boxed{D}$ 4 $\boxed{E}$ 5

661 Ecuaţia $f(x)=m,\ m\in\mathbb{R}$, are soluţii dacă şi numai dacă m aparţine mulţimii:

$\boxed{A}$ $[0,1]$ $\boxed{B}$ $[-1,1]$ $\boxed{C}$ $[-4,4]$ $\boxed{D}$ $[-2,0]$ $\boxed{E}$ $[0,3]$

6

Simulare admitere (13 mai 2017)

662 Mulţimea valorilor parametrului real m pentru care $x^2 + 2x + m \geq 0$ pentru orice x real este:

A $(1, \infty)$ B $[1, \infty)$ C $[0, \infty)$ D $\mathbb{R}$ E $\emptyset$

663 Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\dfrac{2 \lg(x-2)}{\lg(5x-14)} = 1$ este:

A $\emptyset$ B $\{3, 6\}$ C $\{4\}$ D $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ E $\{6\}$

664 $\sin^2 \dfrac{\pi}{3} + \cos^2 \dfrac{\pi}{3}$ este:

A $\sqrt{2}$ B $\dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{1}{3}$ D 1 E $\sqrt{3}$

665 Numărul soluţiilor din intervalul $[0, 2\pi]$ ale ecuaţiei $\sin x = \cos x$ este:

A 4 B 0 C 1 D 3 E 2

666 Valoarea minimă a funcţiei $f \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$, este:

A $\dfrac{1}{2}$ B $\dfrac{1}{4}$ C $\dfrac{3}{4}$ D $\dfrac{1}{3}$ E 0

Se consideră punctele $A(0, 3)$, $B(1, 0)$ şi $C(6, 1)$.

667 Coordonatele mijlocului segmentului AC sunt:

A $(2, 2)$ B $(3, 2)$ C $(3, 4)$ D $(3, 3)$ E $(4, 3)$

668 Coordonatele punctului D pentru care $ABCD$ este paralelogram sunt:

A $(5, 4)$ B $(5, 5)$ C $(4, 4)$ D $(6, 4)$ E $(2, 4)$

669 Centrul de greutate al triunghiului ABC are coordonatele:

A $\left(3, \dfrac{4}{3}\right)$ B $\left(\dfrac{8}{3}, \dfrac{2}{3}\right)$ C $\left(4, \dfrac{4}{3}\right)$ D $\left(\dfrac{7}{3}, \dfrac{4}{3}\right)$ E $(1, 1)$

Se consideră sistemul $\begin{cases} x & +2y & +3z & = & 1 \\ 2x & -y & +az & = & 1 \\ 3x & +y & +4z & = & 2b^3 \end{cases}$, $\quad a, b \in \mathbb{R}$.

670 Sistemul este compatibil determinat dacă şi numai dacă:

A $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\};\ b \in \mathbb{R}$ B $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\};\ b = 1$ C $a = b = 2$ D $a = 1; b \in \mathbb{R}$ E $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\};\ b \in \mathbb{R}$

671 Numărul perechilor $(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ pentru care sistemul este compatibil nedeterminat este:

A 0 B 1 C 2 D 3 E infinit

Să se calculeze:

672 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n+1}{n+2}$ A ∞ B 1 C 0 D 2 E e

673 $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+2x} - x\right)$ A nu există B 2 C 0 D ∞ E 1

674 $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x - \sin x}{x + \sin x}$ A 0 B 1 C 3 D ∞ E -1

675 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n - \sum\limits_{k=1}^{n} \mathrm{e}^{\frac{k}{n^2}}\right)$ A ∞ B -1 C e D 0 E $-\dfrac{1}{2}$

Se consideră funcţia $f\colon (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x\,\mathrm{e}^{\frac{a}{x}}$, unde a este un parametru real.

676 Mulţimea valorilor lui a pentru care graficul funcţiei f admite asimptota $y = x + 2$ este:

A $\{-2, 2\}$ B $\{1\}$ C $\{2\}$ D $\{-1\}$ E $\emptyset$

677 Mulţimea valorilor lui a pentru care graficul funcţiei f are două asimptote este:

A $(0, 1)$ B $(1, \infty)$ C $(-\infty, 0)$ D $(0, \infty)$ E $\emptyset$

Se consideră polinomul

$$P(x) = (x^2 + x + 1)^{100} = a_0 + a_1 x + \cdots + a_{199}\, x^{199} + a_{200}\, x^{200}$$

având rădăcinile $x_1, x_2, \ldots, x_{200}$.

678 Valoarea lui $P(0)$ este:

A 30 B 0 C 200 D 100 E 1

679 Valoarea lui a_1 este:

A 100 B 200 C 199 D 1 E 0

680 Restul împărţirii polinomului P la $x^2 + x$ este:

A $100x - 1$ B 0 C 99 D $100x + 1$ E 1

681 Suma $\sum\limits_{k=1}^{200} \dfrac{1}{1 + x_k}$ este:

A 100 B 200 C -100 D 0 E 1

Pe mulţimea $\mathbb{Z}$ se defineşte legea de compoziţie "$*$" prin

$$x * y = xy + mx + my + 2, \quad \text{unde } m \in \mathbb{Z}.$$

682 $0 * 0$ este:

[A] 4 [B] 3 [C] 2 [D] 5 [E] 6

683 Fie $m = -1$. Ştiind că "$*$" este asociativă, $(-4) * (-3) * (-2) * (-1) * 0 * 1 * 2 * 3 * 4$ este:

[A] 1 [B] -1 [C] 2 [D] -2 [E] 0

684 Mulţimea valorilor parametrului m pentru care legea "$*$" admite element neutru este:
[A] $\{-1, 0, 2\}$ [B] $\{-1, 1, 2\}$ [C] $\{-1, 2\}$ [D] $\{-1\}$ [E] $\{2\}$

685 Dacă $m = 2$, atunci numărul elementelor simetrizabile în raport cu "$*$" este:

[A] 1 [B] 2 [C] 0 [D] 4 [E] infinit

686 Funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \int_0^1 |t - x|^3 \, \mathrm{d}t$, are valoare minimă pentru x egal cu:

[A] 1 [B] 0 [C] $\frac{1}{2}$ [D] $\frac{1}{4}$ [E] -1

Să se calculeze:

687 $\int_0^1 x^9 \, \mathrm{d}x$ [A] $\frac{1}{8}$ [B] $\frac{2}{9}$ [C] $\frac{1}{9}$ [D] $\frac{1}{10}$ [E] 10

688 $\int_0^2 \frac{1}{4 + x^2} \, \mathrm{d}x$ [A] $\frac{\pi}{6}$ [B] $\frac{\pi}{8}$ [C] $\frac{\pi}{4}$ [D] $\frac{\pi}{2}$ [E] π

689 $\int_0^1 \ln(x + 1) \, \mathrm{d}x$ [A] $\ln \frac{e}{2}$ [B] $\ln \frac{2}{3}$ [C] 0 [D] $\ln \frac{4}{e}$ [E] $\ln 2$

690 $\int_0^1 \frac{1 + x^2}{1 + x^2 + x^4} \, \mathrm{d}x$ [A] $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ [B] $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ [C] $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$ [D] $\frac{\pi}{3\sqrt{2}}$ [E] $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$

691 $\lim\limits_{n \to \infty} \int_{1/n}^{n} \frac{\operatorname{arctg}(x^2)}{1 + x^2} \, \mathrm{d}x$ [A] $\frac{\pi^2}{2}$ [B] $\frac{\pi^2}{4}$ [C] $\frac{\pi^2}{8}$ [D] π^2 [E] $\frac{\pi^2}{6}$

7

Admitere (16 iulie 2017)

692 Fie şirul $a_n = n\sqrt{n}\left(\sqrt{n+1} - a\sqrt{n} + \sqrt{n-1}\right)$, $n \in \mathbb{N}^*$, $a \in \mathbb{R}$.
Dacă şirul (a_n) este convergent, atunci limita lui este: [A] 0 [B] -1 [C] $-\frac{1}{2}$ [D] $\frac{1}{2}$ [E] $-\frac{1}{4}$

Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{16x^2 + 1} + 4x - 5$.

693 $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ este: [A] $-\infty$ [B] -5 [C] 4 [D] 8 [E] 0

694 Numărul asimptotelor funcţiei f este: [A] 2 [B] 0 [C] 1 [D] 3 [E] 4

Se consideră ecuaţia $a^x = 2x + 1$, unde $a \in (0, \infty)$ este fixat.

695 Valoarea lui a pentru care ecuaţia admite rădăcina $x = 1$ este:

[A] 2 [B] 1 [C] 3 [D] $\ln 2$ [E] e

696 Mulţimea valorilor lui a pentru care ecuaţia admite o singură rădăcină reală este:

[A] $(0, +\infty) \setminus \{e^2\}$ [B] $(0, 1] \cup \{e^2\}$ [C] $(0, e^2]$ [D] $[1, +\infty)$ [E] $(0, 1] \cup \{e\}$

697 Fie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[5]{x^3 - \operatorname{tg}^3 x}$. Valoarea lui $f'(0)$ este:

[A] -1 [B] $-\frac{1}{5}$ [C] $\frac{1}{5}$ [D] $\sqrt[5]{\frac{1}{5}}$ [E] $-\sqrt[5]{\frac{1}{5}}$

Să se calculeze:

698 $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2^x + 3^x}{2 \cdot 3^x + 1}$ [A] 2 [B] 0 [C] $+\infty$ [D] 3 [E] $\frac{1}{2}$

699 $\lim\limits_{x \to +0} \left((x + 9)^x - 9^x\right)^x$ [A] nu există [B] 0 [C] e [D] 1 [E] $\ln 9$

Să se calculeze:

700 $\int_0^3 \frac{dx}{x^2+9}$ A $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ B $\frac{\pi}{6}$ C $\frac{\pi}{4}$ D $\frac{\pi}{18}$ E $\frac{\pi}{12}$

701 $\int_1^e \ln \frac{1}{x}\, dx$ A -1 B 1 C $2e-1$ D $1-2e$ E $e+1$

702 $\int_{-1}^1 \frac{\arccos x}{1+x^2}\, dx$ A 0 B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{\pi^2}{2}$ D $\frac{\pi}{2}$ E $\frac{\pi^2}{4}$

703 $\lim_{n\to\infty} n \int_2^e (\ln x)^n\, dx$ A e B 0 C 1 D $\ln 2$ E ∞

704 Fie funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+3x+2$ şi fie f^{-1} inversa funcţiei f.
Valoarea $(f^{-1})'(-2)$ este: A 15 B $\frac{1}{6}$ C 3 D $\frac{1}{3}$ E 2

În planul xOy se consideră punctele $A(3,0)$ şi $B(0,4)$.

705 Distanţa de la originea planului la dreapta AB este: A 2 B $\frac{4}{3}$ C $\frac{12}{5}$ D 3 E $2\sqrt{2}$

706 Ecuaţia mediatoarei segmentului $[AB]$ este:

A $\left(x-\frac{3}{2}\right)+(y-2)=0$ B $4x+3y+4=0$ C $3x-4y+4=0$ D $6x-8y+7=0$
E $x-y=0$

707 Se consideră familia de funcţii $f_m:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f_m(x)=x^2-(4m+3)x+4m+2$, $m\in\mathbb{R}$.
Punctul din plan prin care trec toate graficele funcţiilor f_m este situat pe:

A axa Oy B axa Ox C prima bisectoare D a doua bisectoare E alt răspuns

Fie e baza logaritmului natural. Pe intervalul $(0,+\infty)$ definim legea de compoziţie
$x*y=x^{2\ln y}$, $\forall x>0,\ y>0$.

708 Elementul neutru este: A $\sqrt{e}$ B 1 C e D $\frac{1}{\sqrt{e}}$ E e^2

709 Pentru $x\neq 1$, simetricul lui x în raport cu legea "$*$" este:

A e^{-x} B $\frac{1}{x}$ C $e^{\frac{1}{4\ln x}}$ D $x^{-2\ln x}$ E $\frac{1}{2\ln x}$

710 Valoarea lui $a>0$ pentru care structura algebrică $((0,\infty)\setminus\{a\},*)$ este grup, este:

A e B 1 C $\frac{1}{e}$ D e^2 E $\sqrt{e}$

711 Numărul $e*e*\cdots*e$, unde e apare de 10 ori, este:

A e^{256} B e^{10} C e^{512} D $10^{\ln 10}$ E e^{1024}

Se consideră sistemul $\begin{cases} ax + y + z = -1 \\ x + ay + z = -a \\ x + y - z = -2 \end{cases}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

712 Determinantul sistemului este:

A a^2 B $a^2 + 2a - 3$ C $a^2 - 2a + 3$ D $-a^2 - 2a + 3$ E $2a + 3$

713 Sistemul este incompatibil dacă şi numai dacă:

A $a = -1$ B $a = 1$ C alt răspuns D $a \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 1\}$ E $a = -3$

714 Numărul valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul admite soluţii (x, y, z), cu x, y, z în progresie aritmetică în această ordine, este:

A 0 B 3 C 1 D 2 E ∞

Se consideră funcţia $f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x + \cos 2x$.

715 $f(0)$ este: A 3 B -1 C 2 D $1/2$ E 1

716 Numărul soluţiilor ecuaţiei $f(x) = 1$ este: A 1 B 3 C 2 D 5 E 0

717 Mulţimea valorilor parametrului real m pentru care ecuaţia $f(x) = m$ are soluţii este:
A $\left[0, \frac{9}{8}\right]$ B $[-2, 0]$ C $\left[-2, \frac{9}{8}\right]$ D $\mathbb{R}$ E alt răspuns

718 Numărul soluţiilor reale ale ecuaţiei $16^x = 3^x + 4^x$ este: A 2 B 1 C 3 D 0 E 4

Se dă ecuaţia $x^4 - 4x^3 + 2x^2 - x + 1 = 0$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$.

719 Valoarea sumei $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ este: A -2 B -4 C 2 D 4 E 1

720 Ecuaţia cu rădăcinile $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}, \frac{1}{x_4}$ este:

A $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0$ B $x^4 + x^3 - 2x^2 + 4x - 1 = 0$ C $x^4 - x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$
D $x^4 - 4x^3 - 2x^2 - x + 1 = 0$ E $x^4 + 4x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$

721 Valoarea sumei $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \frac{1}{x_3^2} + \frac{1}{x_4^2}$ este: A -3 B 3 C -2 D 2 E 1

***

Problemele au fost propuse/prelucrate/alese de către:

1 - Maria Câmpian
2 - Daria Dumitraş
3 - Floare Tomuţa
4 - Maria Câmpian
5 - Eugenia Duca
6 - Liana Timboş
7 - Liana Timboş
8 - Liana Timboş
9 - Dalia Cîmpean
10 - Dalia Cîmpean
11 - Dalia Cîmpean
12 - Maria Câmpian
13 - Maria Câmpian
14 - Maria Câmpian
15 - Alexandra Ciupa
16 - Alexandra Ciupa
17 - Viorica Muresan
18 - Viorica Muresan
19 - Dalia Cîmpean
20 - Radu Peter
21 - Daria Dumitraş
22 - Daniela Inoan
23 - Nicolaie Lung
24 - Viorica Mureşan
25 - Daria Dumitraş
26 - Daniela Roşca
27 - Daniela Roşca
28 - Adela Novac
29 - Adela Novac
30 - Floare Tomuţa
31 - Mircea Dan Rus
32 - Mircea Dan Rus
33 - Mircea Dan Rus
34 - Floare Tomuţa
35 - Iuliu Crivei
36 - Viorica Mureşan
37 - Neculae Vornicescu
38 - Neculae Vornicescu
39 - Alexandra Ciupa
40 - Vasile Pop
41 - Vasile Câmpian
42 - Ioan Gavrea
43 - Ioan Gavrea
44 - Ioan Gavrea
45 - Daniela Roşca
46 - Eugenia Duca
47 - Eugenia Duca
48 - Eugenia Duca
49 - Tania Lazar
50 - Gheorghe Toader
51 - Daniela Marian
52 - Ioan Raşa
53 - Ioan Raşa
54 - Ioan Raşa
55 - Ioan Raşa
56 - Alexandru Mitrea
57 - Ioan Raşa
58 - Daniela Roşca
59 - Daniela Roşca
60 - Daniela Roşca
61 - Daniela Roşca
62 - Daniela Roşca
63 - Alexandru Mitrea
64 - Gheorghe Toader
65 - Eugenia Duca
66 - Silvia Toader
67 - Silvia Toader
68 - Silvia Toader
69 - Ioan Gavrea
70 - Ioan Gavrea
71 - Bogdan Gavrea
72 - Bogdan Gavrea
73 - Alexandra Ciupa
74 - Mihaela Bercheşan
75 - Mihaela Bercheşan
76 - Mihaela Bercheşan
77 - Eugenia Duca
78 - Mircea Ivan
79 - Alexandra Ciupa
80 - Alexandru Mitrea
81 - Ioan Raşa
82 - Ioan Raşa
83 - Ioan Raşa
84 - Ioan Raşa
85 - Mircea Ivan
86 - Mircea Ivan
87 - Daria Dumitraş
88 - Daria Dumitraş
89 - Vasile Pop
90 - Silvia Toader
91 - Nicolaie Lung
92 - Nicolaie Lung
93 - Daniela Roşca
94 - Dorian Popa
95 - Neculae Vornicescu
96 - Neculae Vornicescu
97 - Vasile Mihesan
98 - Daria Dumitraş
99 - Vasile Miheşan
100 - Daniela Roşca
101 - Daniela Roşca
102 - Daniela Roşca
103 - Vasile Pop
104 - Vasile Pop
105 - Silvia Toader
106 - Silvia Toader
107 - Gheorghe Toader
108 - Rozica Moga
109 - Rozica Moga
110 - Viorica Mureşan
111 - Dorian Popa
112 - Mircea Ivan
113 - Iuliu Crivei
114 - Iuliu Crivei
115 - Daniela Roşca
116 - Ioan Gavrea
117 - Ioan Gavrea
118 - Vasile Pop
119 - Alexandru Mitrea
120 - Ovidiu Furdui
121 - Ovidiu Furdui
122 - Eugenia Duca
123 - Alina Sîntămărian
124 - Vasile Pop
125 - Mircea Ivan
126 - Mircea Ivan
127 - Eugenia Duca
128 - Neculae Vornicescu
129 - Iuliu Crivei

130 - Gheorghe Toader
131 - Alexandra Ciupa
132 - Silvia Toader
133 - Vasile Câmpian
134 - Daniela Inoan
135 - Dorian Popa
136 - Neculae Vornicescu
137 - Mircea Ivan
138 - Vasile Pop
139 - Mircea Ivan
140 - Daniela Inoan
141 - Dorian Popa
142 - Gheorghe Toader
143 - Viorica Mureşan
144 - Vasile Pop
145 - Floare Tomuţa
146 - Floare Tomuţa
147 - Vasile Miheşan
148 - Ioan Gavrea
149 - Ioan Gavrea
150 - Radu Peter
151 - Ioan Raşa
152 - Vasile Pop
153 - Vasile Pop
154 - Neculae Vornicescu
155 - Alexandru Mitrea
156 - Alexandru Mitrea
157 - Floare Tomuţa
158 - Daniela Roşca
159 - Mircea Ivan
160 - Mircea Dan Rus
161 - Mircea Dan Rus
162 - Alexandra Ciupa
163 - Vasile Miheşan
164 - Ioan Raşa
165 - Vasile Pop
166 - Floare Tomuţa
167 - Alexandru Mitrea
168 - Alexandru Mitrea
169 - Alexandru Mitrea
170 - Alexandru Mitrea
171 - Alexandru-Ioan Mitrea
172 - Alexandru-Ioan Mitrea
173 - Alexandru-Ioan Mitrea
174 - Alexandru Mitrea
175 - Alexandru Mitrea
176 - Alexandru Mitrea
177 - Dorian Popa
178 - Dorian Popa
179 - Dorian Popa
180 - Dorian Popa
181 - Dorian Popa
182 - Vasile Pop
183 - Gheorghe Toader
184 - Viorica Mureşan
185 - Viorica Mureşan
186 - Daniela Roşca
187 - Maria Câmpian
188 - Nicolaie Lung
189 - Gheorghe Toader
190 - Gheorghe Toader
191 - Gheorghe Toader
192 - Iuliu Crivei
193 - Iuliu Crivei
194 - Daniela Roşca
195 - Vasile Miheşan
196 - Vasile Miheşan
197 - Vasile Miheşan
198 - Vasile Pop
199 - Vasile Pop
200 - Vasile Pop
201 - Vasile Pop
202 - Silvia Toader
203 - Silvia Toader
204 - Silvia Toader
205 - Silvia Toader
206 - Silvia Toader
207 - Ioan Raşa
208 - Ioan Raşa
209 - Ioan Raşa
210 - Mircia Gurzău
211 - Vasile Pop
212 - Vasile Pop
213 - Alexandru Mitrea
214 - Gheorghe Toader
215 - Dorian Popa
216 - Dorian Popa
217 - Dorian Popa
218 - Iuliu Crivei
219 - Iuliu Crivei
220 - Daniela Inoan
221 - Dorian Popa
222 - Ioan Raşa
223 - Adela Novac
224 - Adela Novac
225 - Dorian Popa
226 - Dorian Popa
227 - Dorian Popa
228 - Mircea Ivan
229 - Nicolaie Lung
230 - Nicolaie Lung
231 - Nicolaie Lung
232 - Constantin Todea
233 - Constantin Todea
234 - Constantin Todea
235 - Vasile Pop
236 - Ioan Gavrea
237 - Vasile Pop
238 - Vasile Pop
239 - Vasile Pop
240 - Silvia Toader
241 - Silvia Toader
242 - Daniela Roşca
243 - Alexandru Mitrea
244 - Mircea Ivan
245 - Ioan Gavrea
246 - Dorian Popa
247 - Dorian Popa
248 - Dorian Popa
249 - Dorian Popa
250 - Dorian Popa
251 - Dorian Popa
252 - Dorian Popa
253 - Mircea Ivan
254 - Mircea Ivan
255 - Mircea Ivan
256 - Vasile Pop
257 - Adela Novac
258 - Daniela Roşca
259 - Ioan Raşa
260 - Maria Câmpian
261 - Maria Câmpian
262 - Adela Novac
263 - Maria Câmpian
264 - Viorica Mureşan
265 - Daniela Roşca
266 - Alexandra Ciupa
267 - Ioan Raşa
268 - Nicolaie Lung
269 - Alexandra Ciupa
270 - Ioan Raşa
271 - Daria Dumitraş
272 - Adela Capătă
273 - Mircea Ivan
274 - Alina Sîntămărian
275 - Mircea Ivan
276 - Neculae Vornicescu
277 - Silvia Toader
278 - Marius Birou
279 - Alexandra Ciupa
280 - Adrian Holhos
281 - Adrian Holhos
282 - Ioan Raşa
283 - Eugenia Duca
284 - Mircea Ivan
285 - Adela Capătă
286 - Adela Capătă
287 - Viorica Mureşan
288 - Vasile Pop
289 - Mircea Ivan
290 - Radu Peter
291 - Adrian Holhoş
292 - Floare Tomuţa
293 - Floare Tomuţa
294 - Dorian Popa
295 - Alexandra Ciupa
296 - Vasile Pop
297 - Radu Peter
298 - Radu Peter
299 - Alexandru Mitrea
300 - Ovidiu Furdui
301 - Mircea Ivan
302 - Mircea Ivan
303 - Mircea Ivan
304 - Mircea Ivan
305 - Mircea Ivan
306 - Daniela Roşca
307 - Daniela Roşca
308 - Lucia Blaga
309 - Lucia Blaga

310 - Maria Câmpian
311 - Alexandra Ciupa
312 - Alexandra Ciupa
313 - Alexandra Ciupa
314 - Vasile Pop
315 - Maria Câmpian
316 - Neculae Vornicescu
317 - Daniela Inoan
318 - Tania Lazar
319 - Tania Lazar
320 - Daniela Inoan
321 - Dorian Popa
322 - Vasile Pop
323 - Maria Câmpian
324 - Radu Peter
325 - Iuliu Crivei
326 - Alexandra Ciupa
327 - Vasile Câmpian
328 - Adrian Holhoş
329 - Alina-Ramona Baias
330 - Adrian Holhoş
331 - Neculae Vornicescu
332 - Mircea Ivan
333 - Mircea Ivan
334 - Mircea Ivan
335 - Mircea Dan Rus
336 - Mircea Dan Rus
337 - Mircea Dan Rus
338 - Neculae Vornicescu
339 - Neculae Vornicescu
340 - Daniela Roşca
341 - Vasile Pop
342 - Alexandru Mitrea
343 - Dorian Popa
344 - Tania Lazar
345 - Adela Novac
346 - Adela Novac
347 - Adela Novac
348 - Mircea Ivan
349 - Daniela Roşca
350 - Ioan Raşa
351 - Daniela Marian
352 - Vasile Pop
353 - Mircea Ivan
354 - Mircea Ivan
355 - Ioan Gavrea
356 - Neculae Vornicescu
357 - Mircea Ivan
358 - Mircea Ivan
359 - Mircea Ivan
360 - Alexandra Ciupa
361 - Alexandru Mitrea
362 - Daniela Roşca
363 - Daniela Roşca
364 - Mircea Dan Rus
365 - Mircea Dan Rus
366 - Mircea Dan Rus
367 - Dorian Popa
368 - Ioan Gavrea
369 - Alexandru Mitrea
370 - Mircea Ivan
371 - Dorian Popa
372 - Vasile Ile
373 - Alexandru Mitrea
374 - Lucia Blaga
375 - Mircea Ivan
376 - Daniela Roşca
377 - Alexandru Mitrea
378 - Gheorghe Toader
379 - Gheorghe Toader
380 - Mircea Dan Rus
381 - Mircea Dan Rus
382 - Mircea Dan Rus
383 - Dorian Popa
384 - Dorian Popa
385 - Dorian Popa
386 - Ioan Gavrea
387 - Ioan Gavrea
388 - Alexandru Mitrea
389 - Dalia Cîmpean
390 - Dorian Popa
391 - Vasile Pop
392 - Vasile Pop
393 - Vasile Pop
394 - Neculae Vornicescu
395 - Iuliu Crivei
396 - Mircea Ivan
397 - Alexandru Mitrea
398 - Ioan Raşa
399 - Vasile Pop
400 - Vasile Pop
401 - Mircia Gurzău
402 - Neculae Vornicescu
403 - Daniela Marian
404 - Daniela Marian
405 - Neculae Vornicescu
406 - Mihaela Bercheşan
407 - Mihaela Bercheşan
408 - Mihaela Bercheşan
409 - Alexandru Mitrea
410 - Adela Novac
411 - Daniela Roşca
412 - Silvia Toader
413 - Gheorghe Toader
414 - Silvia Toader
415 - Gheorghe Toader
416 - Mircia Gurzău
417 - Mircia Gurzău
418 - Vasile Miheşan
419 - Mircea Ivan
420 - Vasile Câmpian
421 - Dorian Popa
422 - Mircea Ivan
423 - Mircea Ivan
424 - Mircea Ivan
425 - Daniela Inoan
426 - Mircea Ivan
427 - Teodor Potra
428 - Alexandru Mitrea
429 - Viorica Mureşan
430 - Daniela Marian
431 - Gheorghe Toader
432 - Ioan Raşa
433 - Rozica Moga
434 - Alexandra Ciupa
435 - Ovidiu Furdui
436 - Maria Câmpian
437 - Alexandru Mitrea
438 - Mircea Ivan
439 - Rozica Moga
440 - Rozica Moga
441 - Alina Sîntămărian
442 - Rozica Moga
443 - Nicolaie Lung
444 - Maria Câmpian
445 - Maria Câmpian
446 - Neculae Vornicescu
447 - Vasile Miheşan
448 - Viorica Mureşan
449 - Ovidiu Furdui
450 - Viorica Mureşan
451 - Mircea Ivan
452 - Luminita Cotirla
453 - Daniela Roşca
454 - Ovidiu Furdui
455 - Alina-Ramona Baias
456 - Alina-Ramona Baias
457 - Alina-Ramona Baias
458 - Ovidiu Furdui
459 - Alexandru Mitrea
460 - Alexandru Mitrea
461 - Floare Tomuţa
462 - Daniela Inoan
463 - Daniela Inoan
464 - Daniela Inoan
465 - Floare Tomuţa
466 - Maria Câmpian
467 - Iuliu Crivei
468 - Dorian Popa
469 - Mircea Ivan
470 - Ioan Gavrea
471 - Ioan Gavrea
472 - Mircea Ivan
473 - Alexandru Mitrea
474 - Alexandru Mitrea
475 - Vasile Miheşan
476 - Vasile Miheşan
477 - Dorian Popa
478 - Dorian Popa
479 - Alina Sîntămărian
480 - Vasile Pop
481 - Ioan Gavrea
482 - Alexandra Ciupa
483 - Liana Timboş
484 - Liana Timboş
485 - Liana Timboş
486 - Vasile Pop
487 - Daniela Roşca
488 - Alexandra Ciupa
489 - Alexandra Ciupa

490 - Mircia Gurzău
491 - Daniela Marian
492 - Daniela Marian
493 - Nicolaie Lung
494 - Alexandru Mitrea
495 - Alexandru Mitrea
496 - Alexandru Mitrea
497 - Mircea Dan Rus
498 - Mircea Dan Rus
499 - Mircea Dan Rus
500 - Mircea Dan Rus
501 - Ovidiu Furdui
502 - Ovidiu Furdui
503 - Mircea Ivan
504 - Mircea Ivan
505 - Mircea Ivan
506 - Mircea Ivan
507 - Mircea Ivan
508 - Mircea Ivan
509 - Vasile Miheşan
510 - Mircea Ivan
511 - Mircea Ivan
512 - Mircea Ivan
513 - Mircea Ivan
514 - Vasile Câmpian
515 - Ioan Raşa
516 - Maria Câmpian
517 - Maria Câmpian
518 - Alexandra Ciupa
519 - Vasile Miheşan
520 - Viorica Mureşan
521 - Viorica Mureşan
522 - Teodor Potra
523 - Silvia Toader
524 - Daria Dumitraş
525 - Vasile Pop
526 - Vasile Pop
527 - Dorian Popa
528 - Dorian Popa
529 - Mircia Gurzău
530 - Mircia Gurzău
531 - Mihaela Bercheşan
532 - Mihaela Bercheşan
533 - Mihaela Bercheşan
534 - Alina-Ramona Baias
535 - Alina-Ramona Baias
536 - Alina-Ramona Baias
537 - Liana Timboş
538 - Liana Timboş
539 - Floare Tomuţa
540 - Floare Tomuţa
541 - Floare Tomuţa
542 - Daniela Inoan
543 - Vasile Pop
544 - Vasile Pop
545 - Vasile Pop
546 - Vasile Pop
547 - Vasile Pop
548 - Vasile Pop
549 - Vasile Pop
550 - Rozica Moga
551 - Mircea Ivan
552 - Mircia Gurzău
553 - Mircea Dan Rus
554 - Mircea Dan Rus
555 - Mircea Dan Rus
556 - Viorica Mureşan
557 - Bogdan Gavrea
558 - Bogdan Gavrea
559 - Ioan Gavrea
560 - Ioan Gavrea
561 - Vasile Miheşan
562 - Adrian Holhoş
563 - Alina Sîntămărian
564 - Alina Sîntămărian
565 - Marius Birou
566 - Maria Câmpian
567 - Floare Tomuţa
568 - Vasile Miheşan
569 - Eugenia Duca
570 - Vasile Câmpian
571 - Daniela Roşca
572 - Daniela Roşca
573 - Dorian Popa
574 - Vasile Pop
575 - Vasile Miheşan
576 - Maria Câmpian
577 - Alexandru Mitrea
578 - Alexandru Mitrea
579 - Alexandru Mitrea
580 - Vasile Miheşan
581 - Gheorghe Toader
582 - Mircea Ivan
583 - Alexandru Mitrea
584 - Daria Dumitraş
585 - Radu Peter
586 - Mircea Ivan
587 - Vasile Miheşan
588 - Dorian Popa
589 - Silvia Toader
590 - Alina Sîntămărian
591 - Alexandru Mitrea
592 - Silvia Toader
593 - Viorica Mureşan
594 - Mircea Ivan
595 - Maria Câmpian
596 - Alexandru Mitrea
597 - Dorian Popa
598 - Alexandru Mitrea
599 - Dorian Popa
600 - Dorian Popa
601 - Daniela Inoan
602 - Daniela Inoan
603 - Daniela Inoan
604 - Daniela Inoan
605 - Vasile Miheşan
606 - Vasile Miheşan
607 - Alexandru Mitrea
608 - Ioan Raşa
609 - Dalia Cîmpean
610 - Dalia Cîmpean
611 - Dalia Cîmpean
612 - Marius Birou
613 - Marius Birou
614 - Alexandru Mitrea
615 - Vasile Miheşan
616 - Alexandra Ciupa
617 - Daria Dumitraş
618 - Alina-Ramona Baias
619 - Alina-Ramona Baias
620 - Alina-Ramona Baias
621 - Ioan Gavrea
622 - Ioan Gavrea
623 - Ioan Gavrea
624 - Daniela Inoan
625 - Daniela Inoan
626 - Daniela Inoan
627 - Daria Dumitraş
628 - Dorian Popa
629 - Vasile Pop
630 - Vasile Miheşan
631 - Eugenia Duca

8

Răspunsuri

1: C	31: C	61: A	91: D	121: B	151: C
2: C	32: D	62: C	92: A	122: C	152: C
3: D	33: B	63: B	93: B	123: B	153: C
4: C	34: C	64: B	94: B	124: B	154: C
5: D	35: D	65: C	95: A	125: D	155: B
6: A	36: C	66: A	96: D	126: B	156: D
7: B	37: B	67: B	97: C	127: A	157: D
8: C	38: C	68: C	98: D	128: C	158: D
9: B	39: B	69: D	99: A	129: C	159: C
10: C	40: D	70: C	100: C	130: A	160: C
11: D	41: C	71: C	101: B	131: A	161: D
12: B	42: C	72: E	102: D	132: B	162: B
13: C	43: D	73: C	103: B	133: C	163: D
14: C	44: C	74: A	104: C	134: D	164: D
15: B	45: C	75: B	105: E	135: D	165: C
16: D	46: B	76: D	106: B	136: C	166: B
17: A	47: E	77: E	107: A	137: C	167: B
18: B	48: D	78: E	108: A	138: D	168: A
19: B	49: C	79: D	109: B	139: B	169: B
20: E	50: D	80: C	110: C	140: A	170: D
21: A	51: A	81: A	111: C	141: D	171: A
22: E	52: C	82: B	112: E	142: C	172: D
23: B	53: B	83: A	113: B	143: E	173: D
24: B	54: A	84: D	114: B	144: C	174: C
25: C	55: E	85: E	115: E	145: E	175: D
26: B	56: B	86: B	116: E	146: C	176: B
27: C	57: B	87: E	117: C	147: D	177: C
28: D	58: C	88: E	118: C	148: A	178: A
29: A	59: D	89: D	119: B	149: A	179: B
30: C	60: A	90: B	120: A	150: A	180: C

181: D
182: C
183: C
184: C
185: C
186: A
187: C
188: C
189: B
190: B
191: B
192: C
193: B
194: E
195: E
196: D
197: B
198: D
199: E
200: C
201: C
202: A
203: A
204: B
205: D
206: A
207: B
208: B
209: B
210: C
211: C
212: D
213: B
214: C
215: D
216: D
217: B
218: B
219: A
220: B
221: D
222: A
223: A
224: B
225: B
226: B
227: E
228: A
229: B
230: A
231: B
232: A
233: D
234: E
235: A
236: B
237: E
238: D
239: B
240: A
241: C
242: A
243: D
244: E
245: B
246: D
247: B
248: B
249: E
250: A
251: C
252: A
253: A
254: A
255: A
256: D
257: B
258: D
259: C
260: C
261: D
262: E
263: B
264: D
265: A
266: D
267: D
268: B
269: A
270: B
271: C
272: A
273: A
274: B
275: B
276: B
277: D
278: C
279: C
280: A
281: C
282: E
283: E
284: D
285: B
286: E
287: E
288: C
289: E
290: E
291: C
292: A
293: B
294: E
295: E
296: D
297: A
298: C
299: E
300: B
301: B
302: E
303: C
304: E
305: A
306: E
307: D
308: B
309: A
310: C
311: B
312: C
313: D
314: E
315: D
316: D
317: A
318: D
319: B
320: B
321: A
322: E
323: C
324: B
325: D
326: A
327: B
328: A
329: A
330: A
331: E
332: E
333: D
334: B
335: C
336: E
337: B
338: B
339: B
340: C
341: A
342: E
343: A
344: B
345: C
346: D
347: E
348: B
349: E
350: E
351: A
352: E
353: C
354: B
355: C
356: E
357: D
358: B
359: A
360: C
361: A
362: B
363: D
364: B
365: A
366: C
367: C
368: D
369: B
370: E
371: E
372: A
373: B
374: D
375: C
376: C
377: E
378: C
379: A
380: D
381: E
382: B
383: C
384: B
385: B
386: D
387: C
388: E
389: D
390: B
391: C
392: A
393: A
394: B
395: A
396: A
397: B
398: B
399: D
400: D
401: B
402: C
403: A
404: A
405: C
406: C
407: E
408: E
409: D
410: B
411: E
412: E
413: D
414: A
415: C
416: B
417: B
418: D
419: E
420: E
421: B
422: D
423: A
424: C
425: B
426: C
427: E
428: C
429: C
430: A
431: A
432: A
433: B
434: C
435: A
436: C
437: D
438: B
439: A
440: E
441: A
442: A
443: B
444: D

445: A
446: A
447: A
448: D
449: D
450: B
451: A
452: A
453: B
454: C
455: A
456: C
457: D
458: B
459: A
460: C
461: B
462: E
463: A
464: B
465: C
466: D
467: B
468: A
469: B
470: C
471: B
472: A
473: E
474: D
475: C
476: B
477: A
478: E
479: A
480: E
481: A
482: A
483: A
484: B
485: C
486: C
487: D
488: B
489: B
490: C
491: A
492: B
493: D
494: B
495: C
496: D
497: B
498: D
499: A
500: C
501: C
502: C
503: E
504: B
505: C
506: B
507: E
508:
509:
510:
511:
512:
513:
514: C
515: A
516: D
517: E
518: A
519: C
520: A
521: D
522: A
523: A
524: D
525: B
526: A
527: B
528: D
529: C
530: A
531: D
532: B
533: C
534: A
535: B
536: B
537: A
538: B
539: D
540: B
541: D
542: A
543: A
544: A
545: B
546: E
547: A
548: C
549: D
550: E
551: D
552: D
553: D
554: A
555: C
556: D
557: D
558: D
559: B
560: C
561: A
562: B
563: A
564: C
565: C
566: D
567: E
568: B
569: C
570: C
571: B
572: E
573: B
574: D
575: D
576: C
577: A
578: A
579: C
580: B
581: E
582: A
583: D
584: C
585: B
586: A
587: E
588: B
589: C
590: A
591: D
592: E
593: C
594: E
595: B
596: D
597: E
598: D
599: B
600: E
601: A
602: B
603: A
604: C
605: C
606: B
607: B
608: D
609: D
610: B
611: A
612: D
613: A
614: D
615: C
616: E
617: A
618: B
619: D
620: C
621: B
622: A
623: B
624: C
625: A
626: D
627: B
628: D
629: E
630: D
631: B
632: A
633: B
634: B
635: C
636: A
637: E
638: D
639: A
640: B
641: A
642: B
643: D
644: E
645: A
646: D
647: E
648: A
649: B
650: C
651: B
652: A
653: B
654: D
655: B
656: C
657: D
658: E
659: A
660: D
661: C
662: B
663: E
664: D
665: E
666: A
667: B
668: A
669: D
670: A
671: B
672: D
673: E
674: C
675: E
676: C
677: D
678: E
679: A
680: E
681: A
682: C
683: A
684: C
685: B
686: C
687: D
688: B
689: D
690: B
691: C
692: E
693: B
694: A
695: C
696: B
697: A
698: E
699: D
700: E
701: A
702: E
703: A
704: B
705: C
706: D
707: B
708: A
709: C
710: B
711: C
712: D
713: E
714: D
715: E
716: D
717: C
718: B
719: D
720: C
721: A

9

Indicaţii

$\boxed{2}$ $\lg 2^x = \lg(2^x + x - 1)$.

$\boxed{3}$ Se obţine ecuaţia $2(x^3 + 1) = 0$.

$\boxed{6}$ $f(1) = 0 \Rightarrow a + b = -2, f'(1) = 0 \Rightarrow 99a + b = -100 \Rightarrow a = -1; b = -1$.

$\boxed{7}$ $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ este rădăcina polinomului $X^2 + X + 1$ şi $\omega^3 = 1$. Din $f(\omega) = 0 \Rightarrow a = -1; b = -1$.

$\boxed{8}$ $f = (X-1)^2(X+1) \cdot q + X^2 + X + 1$. Avem că $f(1) = 3, f(-1) = 1 \Rightarrow a + b = 1$ iar din $f'(1) = 3 \Rightarrow 99a + b = -97$, deci $a = -1; b = 2$.

$\boxed{16}$ Coordonatele vârfului unei parabole sunt $x_V = -\frac{b}{2a} = \frac{1-m}{m}$, $y_V = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{m-1}{m}$. Se observă relaţia $y_V = -x_V$.

$\boxed{23}$ Ecuaţie echivalentă cu $9^{x-1} + 7 = 4(3^{x-1} + 1)$, $\Longrightarrow x_1 = 1, x_2 = 2$.

$\boxed{25}$ $1+x > 0$, $x \neq 0$, $2x^3+2x^2-3x+1 > 0$. Ecuaţia se mai scrie $2x^3+2x^2-3x+1 = (1+x)^3$.

$\boxed{27}$ Din $(a+b+c)^2 \geq 0$ rezultă $ab + bc + ac \geq -\frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$. $a = 1/\sqrt{2}$, $b = -1/\sqrt{2}$, $c = 0$.

$\boxed{38}$ Ambele polinoame se divid cu $x^2 + x + 1$, iar primul nu se divide cu $x - 1$.

$\boxed{51}$ Se calculează mai întâi AA^t iar apoi determinantul acestei matrici,
$x_1 + x_2 + x_3 = 0$, $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = -2m$, $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -3n$, $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 2m^2$.

$\boxed{74}$ Se verifică uşor faptul ca $A \in P_1$ şi $B \in P_1$. Pe de altă parte, $A \in P_2$ şi $B \in P_2$ este echivalent cu

$$\begin{cases} 5 \cdot m + 2 \cdot n = 8 \\ m = -2. \end{cases}$$

Prin urmare, $m = -2$ şi $n = 9$ este soluţia.

$\boxed{75}$ Se observă că $C \in P_1$. Punem condiţia ca $C \in P_2$ şi obţinem relaţia $10m + 3n = 19$. Pentru că parabolele nu sunt tangente, ecuaţia

$$(m-1)x^2 + (4m+n-5)x + 5m + 2n - 4 = x^2 + 5x + 4$$

este de gradul I şi atunci $m = 2$. Din relaţia $10m + 3n = 19$, rezultă $n = -\frac{1}{3}$. Prin urmare, soluţia este $m = 2$ şi $n = -\frac{1}{3}$.

$\boxed{\mathbf{76}}$ Din faptul că $T \in P_2$ rezultă că $m = -2$. Dacă parabolele sunt tangente, ecuaţia $-4x^2 + (n-17)x + 2n - 18 = 0$ are rădăcină dublă şi din condiţia $\Delta = 0$ obţinem $n = 1$. Soluţia este $m = -2$ şi $n = 1$.

$\boxed{\mathbf{93}}$ Notăm $y = 2^x + 2^{-x}$. Ecuaţia devine $8y^2 - 54y + 85 = 0$, cu soluţiile $y_1 = \dfrac{17}{4}$, $y_2 = \dfrac{5}{2}$. Soluţiile ecuaţiei date sunt $x_1 = 1$, $x_2 = -1$, $x_3 = 2$, $x_4 = -2$.

$\boxed{\mathbf{98}}$ Pentru ca $f(x)$ să fie surjectivă trebuie ca $m > 0$ şi $2m - 1 \leq 1 + m \ \Rightarrow\ m \in (0, 2]$.

$\boxed{\mathbf{99}}$ Se obţine ecuaţia $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = a + \frac{1}{2}$.

$\boxed{\mathbf{122}}$

$$x_1^2 = 2 + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$$
$$x_1^4 = 12 + 4(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}})$$
$$x_1^4 - mx_1^2 - 4 = 8 - 2m + (4 - m)(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}})$$
$$x_1^4 - mx_1^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow$$
$$2(4 - m) + (4 - m)(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}) = 0 \Rightarrow m = 4.$$

$\boxed{\mathbf{144}}$ Folosind relaţiile lui Viète, rezultă că x, y, z sunt rădăcinile ecuaţiei $t^3 - t^2 - t + 1 = 0$.

$\boxed{\mathbf{157}}$ Suma coeficienţilor unui polinom este valoarea sa pentru $x = 1$.

$\boxed{\mathbf{173}}$ $\det(A) = V(1, -i, -1, i)$ şi $A^4 = 16I_4$.

$\boxed{\mathbf{177}}$ $\mathrm{rang}(A \cdot B) \leq \min(\mathrm{rang}(A), \mathrm{rang}(B))$.

$\boxed{\mathbf{220}}$ Se scriu toţi logaritmii în baza x.

$\boxed{\mathbf{234}}$ Avem: $x_1^2 + x_1 + 1 = 0$, $x_1^3 = 1$, $x_1^2 = -x_1 - 1$, $x_1^2 = \frac{1}{x_1}$.
Deducem: $\det(I_2 + x_1 A + x_1^2 A^2) = \det(I_2 + x_1 A - x_1 A^2 - A^2)$
$= \det\big((I_2 - A)(I_2 + A) + x_1 A(I_2 - A)\big) = \det\big((I_2 - A)(I_2 + (x_1 + 1)A)\big)$
$= \det(I_2 - A) \cdot \det(I_2 - x_1^2 A) = \det(I_2 - A) \cdot \det\left(\frac{x_1 I_2 - A}{x_1}\right) = 1$.
(Un exemplu de astfel de matrice $A \neq O_2$ este $A = (1 + x_1)I_2$.)

$\boxed{\mathbf{235}}$ Avem $A^2 - (a + d)A + I_2 \det(A) = O_2$. Deducem: $A^n = O_2 \Rightarrow \det A = 0 \Rightarrow A^n = (a + d)^{n-1}A \Rightarrow a + d = 0 \Rightarrow A^2 = O_2$.

$\boxed{\mathbf{239}}$ $f : (-1, 1) \to (0, \infty)$, $f(x) = f^{-1}(x) = \frac{1-x}{1+x}$ izomorfism de la $((-1, 1), *)$ la $((0, \infty), \cdot)$.
$\prod_{k=2}^{n} f(1/k) = \frac{2}{n+n^2}$; $f^{-1}(\frac{2}{n+n^2}) = \frac{-2+n+n^2}{2+n+n^2}$.

$\boxed{\mathbf{247}}$ $x_{n+1} - x_n = \frac{1}{x_n} > 0$, deci şirul este crescător. Rezultă că şirul are o limită L, finită sau infinită. Dacă presupunem că L este finită, avem $L = L + 2/L$, deci $2/L = 0$, fals. Prin urmare $L = \infty$. Conform Lemei Stolz-Cesaro avem $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n^2}{n} = \lim\limits_{n\to\infty} x_{n+1}^2 - x_n^2 = \lim\limits_{n\to\infty} 4 + 4/x_n^2 = 4$.
Rezultă $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{\sqrt{n}} = 2$.

249 $x_{n+1} - x_n = e^{x_n} - x_n - 1 \geq 0$, $\forall n \geq 0$, deci şirul este crescător.

250 Cum şirul este crescător rezultă că există $\lim\limits_{n\to\infty} x_n \in \overline{\mathbb{R}}$. Dacă presupunem că $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x$, $x \in \mathbb{R}$, din recurenţă obţinem $x = e^x - 1$, de unde $x = 0$ contradicţie cu $x_0 > 0$ şi monotonia lui $(x_n)_{n\geq 0}$. Deci $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = \infty$.

251 Pentru $x_0 \leq 0$, şirul este crescător şi mărginit superior de 0.

252 $\lim\limits_{n\to\infty} nx_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{\frac{1}{x_n}}$ şi se aplică Stolz-Cesaro.

255 Vezi problema 508.

265 $\frac{1}{(k+1)\sqrt{k}+k\sqrt{k+1}} = \frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}}$.

266 $\frac{2^{k-1}}{(1+2^k)(1+2^{k+1})} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+2^k} - \frac{1}{1+2^{k+1}}\right)$.

272 Se scade $2n\pi$ la argumentul funcţiei cosinus.

279 $p_n = \frac{\sin 2^n x}{2^n \sin x}$.

286 Se va folosi $x - 1 < \lfloor x \rfloor \leq x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

287 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n} \ln\left(a^{\frac{n}{1}} + a^{\frac{n}{2}} + \cdots + a^{\frac{n}{n}}\right)$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n} \ln a + \lim_{n\to\infty} \frac{\ln(1 + a^{-\frac{n}{2}} + \cdots + a^{-n+1})}{n} = \ln a.$$

291 $x_n = [n \lg_3 2 + \lg_3 2008]$.

297 $x_{2n} = y_n + \frac{1}{4}x_n$.

302 De exemplu, $x - \sin(\sin(\sin x)) = (x - \sin x) + (\sin x - \sin(\sin x)) + (\sin(\sin x) - \sin(\sin(\sin x)))$; limita este $n/6$.

317 Se pune $t = \dfrac{1}{x}$ şi apoi se aplică regula lui L'Hospital:

$$\lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}} \frac{(1+t)^{\frac{1}{t}} - e}{t} = \lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}} (1+t)^{\frac{1}{t}} \left[\frac{1}{t(t+1)} - \frac{\ln(1+t)}{t^2}\right] =$$

$$e \lim_{\substack{t\to 0\\ t>0}} \frac{t - (t+1)\ln(t+1)}{t^3 + t^2} = -\frac{e}{2}.$$

320 Se aplică regula lui L'Hospital de două ori.

328 Se foloseşte limita $\lim\limits_{x\to 0} (e^x - 1)/x = 1$.

330 $|1/a| < 1$ şi $(1/a)^n \to 0$.

343 Se scrie ecuaţia sub forma $xe^{-\frac{2}{x-1}} = m$ şi se aplică şirul lui Rolle.

354 Pentru $b \neq 0$ se consideră $f(x) = \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} b - \operatorname{arctg} \frac{x+b}{1-xb}$, $x \neq 1/b$. Se obţine $f'(x) = 0$.

356 $Q(1) = \lim\limits_{x \to 1} \frac{99(x^{101}-1)-101\,x(x^{99}-1)}{(x-1)^3}$.

361 $f'(0) = \sqrt[5]{\lim\limits_{x \to 0} \frac{\frac{1}{6}x^3 - x + \sin x}{x^5}}$.

404 $f'(x) = 0$ deci f este constantă pe fiecare din intervalele din domeniu.

406 Tinând cont de domeniile funcţiilor care intervin în definiţia funcţiei f avem: $|\frac{2x}{1+x^2}| \leq 1$ şi $|x| \in \mathbb{R}$ ceea ce este echivalent cu $x \in \mathbb{R}$.

407 Calculăm derivata funcţiei f şi obţinem

$$f^{'}(x) := \begin{cases} \frac{-2}{1+x^2}, & x \in (-\infty, -1); \\ 0, & x \in (-1, 0) \cup (1, \infty); \\ \frac{2}{1+x^2}, & x \in (0, 1). \end{cases}$$

Prin urmare, pe intervalul $[1, \infty)$ funcţia este constanta, deci $f(\pi) = f(\sqrt{3}) = \frac{\pi}{2}$.

408 $f^{'}(x) < 0$ pentru orice $x \in (-\infty, -1)$.

425 Substituţie $t = \sqrt{\dfrac{x}{x+3}}$.

428 $x - 1 = t$; se obţine $\int\limits_{-1}^{1} f(t)\mathrm{d}t$ unde $f(t) = \frac{2t^3+3t}{(t^2+4)^n}$ este funcţie impară.

429

$$\int_0^1 \frac{2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x = 2\int_0^1 \frac{x^2+1-x^2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x.$$

430 Facem schimbarea de variabilă $x = 3 - t$.

431 Schimbare de variabilă $\sqrt{x+1} = t$.

433 $P(n) = n^5 - (n-1)^5$, $n \geq 2$.

455 Se foloşeşte substituţia $u = \operatorname{tg} x$.

457 Se foloşeşte relaţia $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x$ şi se aplică problema 455.

459 $L(0) = 1$ şi $L(a) = \dfrac{1}{a}(e^a - 1)$ pentru $a > 0$.

460 Limita este $\displaystyle\int_0^1 x^2 \arcsin x \,\mathrm{d}x$.

461 Se integrează prin părţi, după ce s-a utilizat formula $2\cos^2 x = 1 + \cos 2x$.

464 Avem $f(a) = \begin{cases} \frac{1}{2} - a, & a \leq 0, \\ \frac{1}{2} - a + a^2, & 0 < a < 1, \\ -\frac{1}{2} + a, & a \geq 1. \end{cases}$

468 $\arcsin(\sin x) = x$, dacă $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $\arcsin(\sin x) = \pi - x$, dacă $x \in (\frac{\pi}{2}, \pi]$.

479 Avem

$$\begin{aligned} \int_1^2 \frac{x^3 - x - 2}{x^3 e^x} \mathrm{d}x &= \int_1^2 \frac{1}{e^x} \mathrm{d}x - \int_1^2 \frac{1}{x^2 e^x} \mathrm{d}x - \int_1^2 \frac{2}{x^3 e^x} \mathrm{d}x = \\ &= -\frac{1}{e^x}\bigg|_1^2 - \int_1^2 \frac{1}{x^2 e^x} \mathrm{d}x + \int_1^2 \left(\frac{1}{x^2}\right)' \frac{1}{e^x} \mathrm{d}x. \end{aligned}$$

482 Dacă $G(x) = \int\limits_0^x e^{t^3} \mathrm{d}t,\ G'(x) = e^{x^3},\ F(x^2) = G(x^2),\ F'(x) = e^{x^6}\, 2x.$

483 $f_1(x) = \displaystyle\int_0^{x^2} t \cdot e^t \ \mathrm{d}t = e^t(t-1)\ |_0^{x^2} = e^{x^2}(x^2 - 1) + 1.$

484 $f_n'(x) = (F(x^2) - F(0))' = 2x \cdot F'(x^2) = 2x(x^2)^n e^{x^2} = 2x^{2n+1} e^{x^2}$, pentru $n = 1$ se obţine $f_n'(1) = 2e$.

485 $0 \leq \displaystyle\lim_{n\to\infty} \int_0^1 t^n \cdot e^t \ \mathrm{d}t \leq \lim_{n\to\infty} e \int_0^1 t^n \ \mathrm{d}t = \lim_{n\to\infty} \frac{e}{n+1} = 0.$

487 $nx - 1 \leq [nx] \leq nx$.

490 Schimbare de variabilă $x = \pi - t$.

492 $I = \int_0^\pi x f(\sin x)\ \mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x)\ \mathrm{d}x + \int_{\frac{\pi}{2}}^\pi x f(\sin x)\ \mathrm{d}x$. Facem schimbarea de variabilă $x = \pi - y$ în a doua integrală şi obţinem $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x)\ \mathrm{d}x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\pi - y) f(\sin y)\ \mathrm{d}x =$ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x)\ \mathrm{d}x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi f(\sin x)\ \mathrm{d}x - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(\sin x)\ \mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \pi f(\sin x)\ \mathrm{d}x$. Pentru calcularea integralei I_1 aplicăm rezultatul de la întrebarea de mai sus şi avem $I_1 = \int_0^\pi \frac{x \sin x\, \mathrm{d}x}{1+\sin^2 x} =$ $\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x\, \mathrm{d}x}{1+\sin^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x\, \mathrm{d}x}{2-\cos^2 x} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-\sin x\, \mathrm{d}x}{\cos^2 x - 2} = \pi \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left|\frac{\cos x - \sqrt{2}}{\cos x + \sqrt{2}}\right| \Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \ln\left(3 + 2\sqrt{2}\right).$

500 Deoarece $f(0) = -1$, rezultă că $g(-1) = 0$ şi, deci, $g'(-1) = \frac{1}{f'(0)}$. Prin schimbarea de variabilă $x = f(y)$, se obţine $\int_{-1}^{1-1/e} g(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 y f'(y)\mathrm{d}y = y f(y)|_0^1 - \int_0^1 f(y)\mathrm{d}y$.

501 Fie $I_n = \int_0^1 \sqrt[n]{x^n + (1-x)^n}\, \mathrm{d}x$. Avem că

$$I_n \leq \int_0^{1/2} \sqrt[n]{(1-x)^n + (1-x)^n}\, \mathrm{d}x + \int_{1/2}^1 \sqrt[n]{x^n + x^n}\, \mathrm{d}x = \frac{3}{4} \sqrt[n]{2}.$$

$$I_n \geq \int_0^{1/2} (1-x)\, \mathrm{d}x + \int_{1/2}^1 x\, \mathrm{d}x = \frac{3}{4}.$$

502

$$\frac{1}{n} \int_0^1 \ln\left(1 + e^{nx}\right)\, \mathrm{d}x - \frac{1}{n} \int_0^1 \ln(e^{nx})\, \mathrm{d}x = \frac{1}{n} \int_0^1 \ln(1 + e^{-nx})\, \mathrm{d}x \leq \frac{\ln 2}{n}.$$

503 Se foloseşte substituţia $x + e^x = y$ şi problema 510.

504 Schimbare de variabilă $x = 3/t$.

505 Schimbare de variabilă $x = (2-t)/(1+2t)$.

506 Se foloseşte egalitatea $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$, $x > 0$.

507 Se foloseşte periodicitatea funcţiei de integrat şi egalitatea $\int_0^\pi \frac{1}{1+n^2\cos^2 x}\,\mathrm{d}x = \frac{\pi}{\sqrt{1+n^2}}$.

508 Mai general, fie $x_n, a_n > 0$, $n \in \mathbb{N}$, astfel ca $\sum\limits_{n\geq 1} \frac{1}{a_n} = \infty$ şi

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^{a_n} < 1.$$

Să demonstrăm că $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$. Fie $0 < q < 1$ şi $p \in \mathbb{N}$ astfel ca

$$\left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^{a_n} < q, \qquad n \geq p.$$

Rezultă

$$x_{n+1} < x_p\, q^{\frac{1}{a_p}+\cdots+\frac{1}{a_n}}, \qquad n \geq p,$$

de unde $x_n \to 0$.

509 $x = a + b - t$.

512 $\displaystyle\int_0^1 f(nx)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^n f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor+T\{\frac{n}{T}\}} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n}\int_0^{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor} f(x)\,\mathrm{d}x$ $\displaystyle+\frac{1}{n}\int_{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor}^{T\lfloor\frac{n}{T}\rfloor+T\{\frac{n}{T}\}} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{\lfloor\frac{n}{T}\rfloor}{n}\int_0^T f(x)\,\mathrm{d}x + \frac{1}{n}\int_0^{T\{\frac{n}{T}\}} f(x)\,\mathrm{d}x \to \frac{1}{T}\int_0^T f(x)\,\mathrm{d}x + 0.$

531 Panta dreptei AB este $m_{AB} = 1$ iar panta perpendicularei pe ea, este $m = -1$. Ecuaţia perpendicularei, scrisă prin punctul C, este: $x + y - 8 = 0$. Ecuaţia dreptei AB este $x - y + 1 = 0$. Intersectând cele două drepte, obţinem proiecţia punctului C pe dreapta AB, punctul $P(\frac{7}{2}, \frac{15}{4})$. Urmează că simetricul punctului C fată de dreapta AB este $C'(1, 7)$.

532 Suma $DM + MC$ este minimă dacă punctul M este la intersecţia dreptelor DC' şi AB. Ecuaţia dreptei DC' este $x = 1$, prin urmare, rezultă $M(1, 2)$.

533 Fie punctul $M(x, x+1) \in AB$. Considerăm funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = DM^2 + MC^2$, adică $f(x) = (x-1)^2 + (x+1-1)^2 + (6-x)^2 + (2-x-1)^2$, sau $f(x) = 4\cdot x^2 - 16\cdot x + 38$. Funcţia f îşi atinge minimul pentru $x = 2$. Obţinem $M(2, 3)$.

537 $A(-4, 1) \notin d : 3x - y - 2 = 0$, $d(A, BD) = \frac{3\sqrt{10}}{2} \Rightarrow BD = 3\sqrt{10} \Rightarrow l = 3\sqrt{5} \Rightarrow \mathcal{A} = 45$.

538 C este simetricul punctului A faţă de d, $AC \perp d \Rightarrow AC : x + 3y + 1 = 0$, $AC \cap d = \{M(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})\}$, M este mijlocul $[AC] \Rightarrow C(5, -2)$.

547 $\overrightarrow{MG} = \frac{\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}}{3} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow M = G$.

548 $\overrightarrow{NI} = \frac{a\overrightarrow{NA}+b\overrightarrow{NB}+c\overrightarrow{NC}}{a+b+c} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow N = I$.

$\boxed{\mathbf{549}}$ $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{\mathbf{0}} \Longrightarrow P = O$.

$\boxed{\mathbf{584}}$ Ecuaţia se scrie $\sin(x + \frac{\pi}{6}) = 1$.

$\boxed{\mathbf{617}}$ $E = \cos 4\alpha + i \sin 4\alpha, \quad \sin 4\alpha = 0 \Rightarrow 4\alpha = k\pi$.

$\boxed{\mathbf{620}}$ Se foloşeşte reprezentarea geometrică a numerelor complexe.

$\boxed{\mathbf{626}}$ $\cos \dfrac{2k\pi}{n} + i \sin \dfrac{2k\pi}{n}$, $k = 1, \ldots, n$ sunt rădăcinile complexe ale ecuaţiei $z^n - 1 = 0$; se folosesc relaţiile lui Viète.

$\boxed{\mathbf{627}}$ $\sqrt{3} - i = 2\left(cos\frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6}\right)$; $-1 + i\sqrt{3} = 2\left(cos\frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}\right)$.

$\boxed{\mathbf{633}}$ Se rezolvă ecuaţia $f(x) = 8$.

$\boxed{\mathbf{635}}$ $1 + a + a^2 = 0, 1 + a = -a^2$ şi analog $1 + \overline{a} = -\overline{a}^2$.

$\boxed{\mathbf{636}}$ Determinantul sistemului este diferit de zero.

$\boxed{\mathbf{637}}$ Se pune condiţia ca determinantul sistemului şi determinantul caracteristic al sistemului să fie egale cu zero.

$\boxed{\mathbf{638}}$ $(x * y) * z = x * (y * z) \iff (a^2 - a)(x - z) = 0, \forall x, y, z \in \mathbb{R}$.

$\boxed{\mathbf{639}}$ $x * y \in [0, 1], \forall x, y \in [0, 1] \iff 0 * 0 \in [0, 1], 0 * 1 \in [0, 1], 1 * 1 \in [0, 1]$, de unde $0 \leq a \leq 1$ şi $0 \leq 2a - 1 \leq 1$.

$\boxed{\mathbf{640}}$ Avem două legi asociative, pentru $a \in \{0, 1\}$:
$a = 0$, $x * y = -xy$, $e = -1$, $x' = -1/x$, deci $b = 0$;
$a = 1$, $x * y = x + y - xy$, $e = 0$, $x' = x/(x - 1)$, deci $b = 1$.

$\boxed{\mathbf{642}}$ Avem $\det(X) = 0$, deci $X^2 = (\mathrm{tr}(X))\, X$.

$\boxed{\mathbf{643}}$ $P(1) = 0$ şi $P'(1) = 0$.

$\boxed{\mathbf{645}}$ $\int_0^{2\pi} \arcsin(\sin(2x))\, \mathrm{d}x = \int_{-\pi}^{\pi} \arcsin(\sin(2x))\, \mathrm{d}x = 0$.

$\boxed{\mathbf{646}}$ $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{2x + 2}{x^2 + 1}\, \mathrm{d}x = \int_{-1}^{1} \frac{2x}{x^2 + 1}\, \mathrm{d}x + 2\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2 + 1}\, \mathrm{d}x$.

$\boxed{\mathbf{647}}$ $\displaystyle I_n = \int_0^1 \mathrm{arctg}\, x \cdot \cos(nx)\, \mathrm{d}x = \int_0^1 \mathrm{arctg}\, x \cdot \left(\frac{\sin(nx)}{n}\right)' \mathrm{d}x$ apoi se integrează prin părţi.

$\boxed{\mathbf{648}}$ Se studiază derivabilitatea în -2 şi 2.

$\boxed{\mathbf{649}}$ -2 şi 2 sunt puncte de întoarcere, iar 0 este punct de maxim local.

$\boxed{\mathbf{650}}$ Asimptotele sunt $y = x$ şi $y = -x$.

$\boxed{\mathbf{653}}$ $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1 - \frac{\sin x}{x}}{1 + \frac{\sin x}{x}} = \frac{1 - 0}{1 + 0} = 1$.

$\boxed{\mathbf{654}}$ $\left(\frac{(3+n)!}{n!n^3}\right)^n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n \left(1 + \frac{3}{n}\right)^n \to \mathrm{e}^1\, \mathrm{e}^2\, \mathrm{e}^3 = \mathrm{e}^6$.

$\boxed{\mathbf{655}}$ Folosim $\lim\limits_{x\to+0} x^x = 1$. Avem:
$\lim\limits_{x\to+0}((1+x)^x-1)^x = \lim\limits_{x\to+0}\left(\frac{e^{x\ln(1+x)}-1}{x\ln(1+x)}\right)^x x^x \left(\frac{\ln(1+x)}{x}\right)^x x^x = 1.$

$\boxed{\mathbf{660}}$ $f(x) = -\cos^2 x + 4\cos x + 1 = 5 - (2-\cos x)^2,\ \ \cos x \in [-1,1].$

$\boxed{\mathbf{661}}$ $\max f(x) = 4, \min f(x) = -4$, deci $m \in [-4,4]$.