

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 086

Fie mulțimea $M = \{P \in \mathcal{M}_3(\mathbb{Z}) \mid \det(P) \text{ este număr întreg par}\}$ și matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}, I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p a) Să se arate că $A \in M$.

5p b) Să se calculeze $2A - I_3$.

5p c) Știind că $X = \begin{pmatrix} a-1 & 0 & 1 \\ a & 1 & -2 \\ 2a+1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ să se arate că $X \in M$ oricare ar fi $a \in \mathbb{Z}$.

5p d) Să se verifice că $A^3 = 7A$.

5p e) Să se determine $Y \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{Z})$ pentru care are loc egalitatea $(A - I_3) \cdot Y = \begin{pmatrix} -4 \\ 11 \\ 6 \end{pmatrix}$.

5p f) Fie $B = \begin{pmatrix} 2007 & 1 & 4 \\ 2008 & 2 & 5 \\ 2009 & 3 & 6 \end{pmatrix}$. Să se arate că $B \in M$.