

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 093

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ și mulțimea de matrice

$$M = \left\{ B \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R}) \mid B = \begin{pmatrix} 0 & a & 3 \\ 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

5p a) Știind că $B \in M$, să se calculeze $\det(A) + \det(B)$.

5p b) Să se arate că $A - I_3 \in M$.

5p c) Să se verifice că $B^3 = O_3$, oricare ar fi $B \in M$.

5p d) Fie $C = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 10 \\ 0 & 2 & -8 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât matricea aC să fie inversa matricei A .

5p e) Să se determine matricea $X \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ pentru care $A \cdot X = \begin{pmatrix} 11 \\ 10 \\ 2 \end{pmatrix}$.

5p f) Să se determine matricele $B \in M$, cu $a, b \in \{0, 1, 2\}$ știind că verifică egalitatea $B^2 = O_3$.