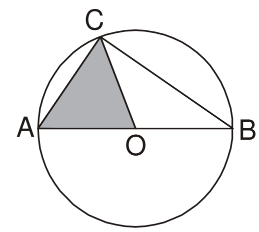
Kenguru Nemzetközi Matematika Verseny 2007
Feladatok 11-12. osztályosok részére

3 pontos feladatok

1. Mennyi a $\dfrac{\sin 1^\circ}{\cos 89^\circ}$ tört értéke?

A) 0 B) tg1° C) ctg1° D) $\dfrac{1}{89}$ E) 1

2. Az ábrán az O pont a kör középpontja. A szürkével jelölt rész területe $\sqrt{3}$ területegység. Hány területegység az ABC háromszög területe?



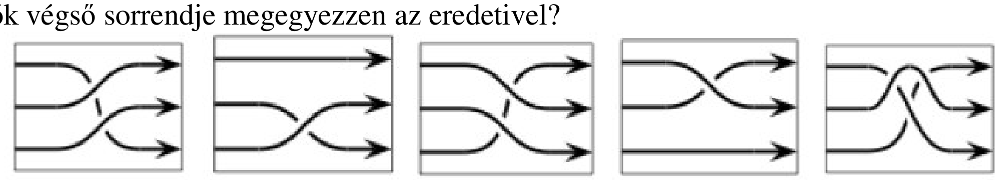
A) 2 B) 4 C) 5
D) $2\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

3. Albertnek, Barnabásnak és Csabának 30 golyója van összesen. Ha Barnabás ötöt ad Csabának, utána Csaba négyet ad Albertnek, végül Albert Barnabásnak kettőt, akkor mindenkinek ugyanannyi golyója lesz. Hány golyója volt eredetileg Albertnek?
A) 13 B) 9 C) 8 D) 11 E) 15

4. Miki különböző elemekből versenypályát épített.

X

Azt tapasztalta, hogy az autók sorrendje a végén más volt, mint kezdetben, ahogy az ábrán is látható.. Az alábbiak közül melyik elemet kell az X jelű első elem helyére tenni, hogy az autók végső sorrendje megegyezzen az eredetivel?



A) B) C) D) E)

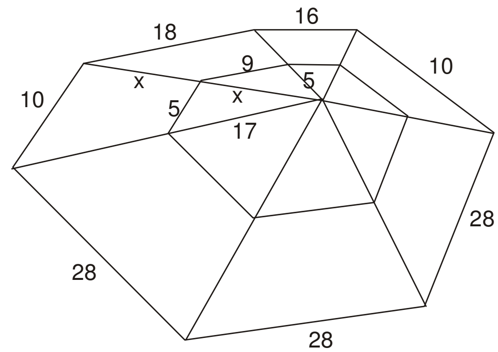
5. A β szög 25%-kal kevesebb a γ-nál és 50%-kal kevesebb az α-nál. Hány %-kal nagyobb az α szög a γ-nál?
A) 25 B) 50 C) 75 D) 100 E) 125

6. Jelöljük *H*-val egy olyan henger térfogatát, amelynek magassága 2*r,* alapkörének sugara pedig *r*. Jelöljük továbbá egy *r* sugarú gömb térfogatát *G*-vel, egy olyan kocka térfogatát pedig *K*-val, amelynek élei 2*r* hosszúságúak. Az alábbi állítások közül melyik igaz?
A) $H < G < K$ B) $G < H < K$ C) $K < G < H$
D) $H < K < G$ E) $K < H < G$

7. Hány olyan háromjegyű pozitív egész szám van, amelyben a számjegyek négyzetösszege 9?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 4-nél több

8. Egy matematikai képességekkel megáldott pók által szőtt háló néhány szálának hosszát az ábrán feltüntettük. Az x-szel jelölt szakaszok egyenlő hosszúak, és hosszuk egész szám. Mennyi az x értéke?

A) 11 B) 13 C) 15
D) 17 E) 19

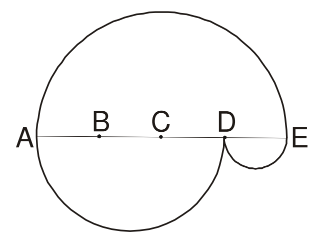


9. Egy egyetemi vizsgán a hallgatónak a kérdések legalább 80%-ára helyesen kell válaszolnia. Péter eddig 15 kérdéssel foglalkozott. Ezek közül 5-re nem tud válaszolni, abban viszont biztos, hogy a többi 10-re jól válaszolt. Ha a még hátralévő kérdésekre tudja a helyes választ, éppen eléri a 80%-ot. Hány kérdésből állt a vizsga?

A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

10. Az AE szakaszt négy egyenlő részre osztottuk, majd AE, AD és DE átmérőjű félköröket rajzoltunk, az ábrán látható módon. Az ábrán kétféle úton is el lehet jutni az A pontból az E-be. Mi az A-ból E-be vezető alsó és felső utak hosszának az aránya?

A) 1:2 B) 2:3 C) 2:1
D) 3:2 E) 1:1



4 pontos feladatok

11. Adott a síkon az ABCD négyzet, melynek oldala 1 cm. Felrajzoltuk a síkon az összes olyan négyzetet, amelynek legalább két közös csúcsa van az ABCD négyzettel. Hány cm^2 a sík azon részének területe, amelyet a négyzetek közül legalább az egyik lefed?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

12. A $2^{x+1}+2^{x}=3^{y+2}-3^{y}$ egyenletben x és y egész számok. Mennyi az x értéke?

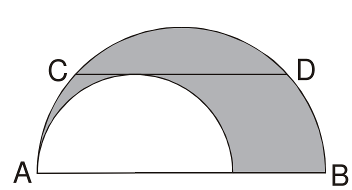
A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

13. Mennyi a $\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + ... + \cos 358^\circ + \cos 359^\circ$ kifejezés pontos értéke?

A) 1 B) π C) 0 D) 10 E) -1

14. Két félkör látható az ábrán. A nagyobbik félkör CD húrja érinti a kisebb félkörívet. A CD húr hossza 4 cm. Hány cm^2 a szürkével jelölt rész területe?

A) π B) $1{,}5\pi$ C) 2π
D) 3π E) nem lehet meghatározni



15. Öt egymást követő egész szám összege megegyezik a következő három egymást követő egész szám összegével. Mennyi a nyolc szám közül a legnagyobb?

A) 4 B) 8 C) 9 D) 11 E) nem lehet meghatározni

16. Hány fokos a hegyesszöge annak a rombusznak, amelynek az oldalának hossza mértani közepe a két átló hosszának?

A) 15 B) 30 C) 45 D) 60 E) 75

17. Tamás édesanyja 20-adik születésnapján született. Legfeljebb hányszor lehet Tamás életkora osztója az édesanyjáénak?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

18. Milyen egész x esetén lesz a legkisebb a $2007^{(x-8)\cdot(x-16)}$ hatvány értéke?

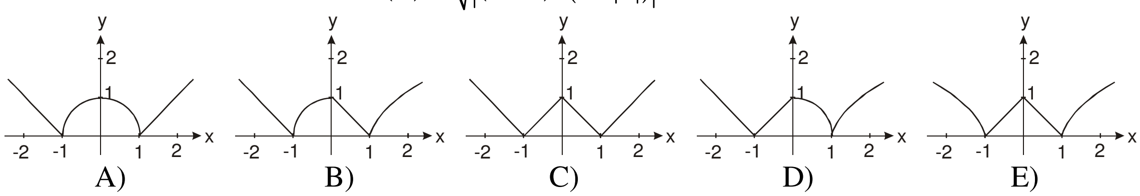
A) 7 B) 9 C) 11 D) 13 E) más érték

19. Hány negatív szám van az alábbi sorozat első 100 eleme között:

$\cos 1^\circ,\ \cos 10^\circ,\ \cos 100^\circ,\ \cos 1000^\circ,\ \cos 10000^\circ,\ ...$

A) 1 B) 2 C) 5 D) 50 E) 96

20. Az alábbiak közül melyik az $f(x)=\sqrt{\left|(1+x)\cdot(1-|x|)\right|}$ függvény vázlatos grafikonja?



5 pontos feladatok

21. Az alábbi számok közül melyik nem írható fel $x+\sqrt{x}$ alakban, ahol x egész szám?

A) 30 B) 60 C) 90 D) 110 E) 870

22. Az $f(x)$ és $g(x)$ függvényekről tudjuk, hogy $f(x)=\dfrac{2x}{3x+4}$, valamint $f(g(x))=x$, minden olyan x valós szám esetén, amelyre az $f(x)$ és a $g(x)$ függvények is értelmezve vannak. Mi a $g(x)$ függvény hozzárendelési szabálya?

A) $g(x)=\dfrac{3x+4}{2x}$ B) $g(x)=\dfrac{3x}{2x+4}$ C) $g(x)=\dfrac{4x}{2-3x}$

D) $g(x)=\dfrac{2x+4}{4x}$ E) $g(x)=\dfrac{3x}{2-4x}$

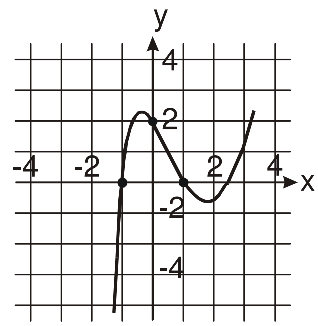
23. Anna, Bella és Csilla dobókockával játszanak. Elsőként mindig Anna dob, és akkor nyer, ha 1-et, 2-t vagy 3-at dob. Ha ez nem sikerül neki, akkor Bella következik, ő akkor nyer, ha 4-et vagy 5-öt dob. Ha neki sem sikerül, akkor Csilla következik, neki csak a 6-os dobás hozza meg a győzelmet. Ha ő sem jár sikerrel, akkor kezdik elölről, Annától, és egészen addig folytatják, amíg valakinek sikerül nyernie. Mennyi a valószínűsége, hogy Csilla nyer?

A) $\dfrac{1}{6}$ B) $\dfrac{1}{8}$ C) $\dfrac{1}{11}$ D) $\dfrac{1}{13}$ E) $\dfrac{1}{15}$

24. Hány olyan p valós paraméter létezik, amelyre az $x^2 + px + 2007 = 0$ egyenletnek két különböző egész gyöke van?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) más érték

25. Az ábrán az $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ függvény grafikonjának egy részletét láthatjuk. Mennyi a b paraméter értéke?



A) -4 B) -2 C) 0
D) 2 E) 4

26. Legyen $s(n)$ az n pozitív egész szám számjegyeinek összege. Az alábbi állítások közül melyik lesz biztosan igaz, ha a n mindegyik számjegye páros?

A) $s(2n)$ páros B) $s(n+3)$ páratlan C) $s(2n+1)$ páratlan
D) $s(n) = 2 \cdot s(5n)$ E) Az előző 4 állítás egyike sem teljesül biztosan.

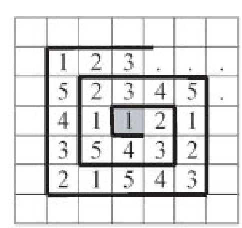
27. Mennyi az $\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}} + ... + \frac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}$ összeg értéke?

A) $\frac{999}{1000}$ B) $\frac{99}{100}$ C) $\frac{9}{10}$ D) 9 E) 1

28. Egy baráti összejövetelen öten vesznek részt. A résztvevők megajándékozzák egymást. Mindenki egy embernek ad és egy embertől kap ajándékot. Természetesen senki nem ajándékozza meg önmagát. Hányféleképpen történhet az ajándékozás?

A) 4 B) 24 C) 36 D) 44 E) 120

29. Az 123451234512345… számjegysorozatot a szürkével jelölt cellából indulva spirálisan írjuk fel egy négyzetrácsos lap négyzeteibe az ábrán látható módon. Milyen szám áll a szürkével jelölt négyzet feletti századik négyzetben?



A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

30. Az 1, 3, 4, 9, 10, 12, 13,… növekvő sorozat azokat és csak azokat a számokat tartalmazza, amelyek vagy a 3 hatványai, vagy felírhatók különböző 3-hatványok összegeként. Mennyi a sorozat 100. eleme?

A) 150 B) 981 C) 1234 D) 2401 E) 3^{100}

Összeállította: Erdős Gábor
Lektorálta: Dobos Sándor
Ötletek, feladatjavaslatok: „Kangaroo Meeting 2006” résztvevői , Barcelona, Spanyolország
A verseny főszervezője: Pintér Ferenc - Zalai Matematikai Tehetségekért Alapítvány
cím: 8800 Nagykanizsa, Rozgonyi u. 23.
telefon: (93) 516153 e-mail: info@zalamat.hu honlap: www.zalamat.hu