Kenguru Nemzetközi Matematika Verseny 2007
Feladatok 9-10. osztályosok részére

3 pontos feladatok

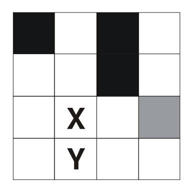
1. Albertnek, Barnabásnak és Csabának 30 üveggolyója van összesen. Ha Barnabás ötöt ad Csabának, utána Csaba négyet ad Albertnek, végül Albert Barnabásnak kettőt, akkor mindenkinek ugyanannyi üveggolyója lesz. Hány üveggolyója volt eredetileg Albertnek?
A) 8 B) 9 C) 11 D) 13 E) 15

2. A matematikus bálon nem akarták sokáig húzni az időt a tombolasorsolással, ezért a műsorvezető a következőket jelentette be: *Azok a nyertes sorsjegyek, amelyeken olyan legalább ötjegyű szám áll, amelynek legfeljebb három számjegye nagyobb 2-nél.* Marci bácsinál a következő sorsjegyek voltak: 1022, 22222, 102334, 213343, 3042531. Hány volt ezek közül nyertes sorsjegy?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. Mennyi a $2007-(2006-(2005-(2004-(2003-....-(3-(2-1))...))))$ kifejezés értéke?
A) 1 B) 1000 C) 1003 D) 1004 E) 2006

4. Az *ABC* háromszög *AB* oldalának felezőpontja *D*, a *BD* szakasz felezőpontja *E*, a *BC* oldal felezőpontja pedig *F*. Az *ABC* háromszög területe 96 cm^2. Hány cm^2 az *AEF* háromszög területe?
A) 16 B) 24 C) 32 D) 36 E) 48

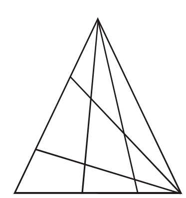
5. A jobb oldali táblázat celláit szürkére és feketére szeretnénk festeni úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban pontosan két fekete és két szürke cella legyen. Folytatva a megkezdett kifestést, milyen színűek lesznek az X-szel és Y-nal jelölt mezők (ebben a sorrendben) ?
A) fekete, fekete B) fekete, szürke C) szürke, fekete
D) szürke, szürke E) a színezést nem lehet befejezni



6. Frici úgy osztott szét 2007 darab gyöngyöt az *A*, *B*, *C* jelű dobozokba, hogy mindegyikbe ugyanannyi jusson. Ezután az *A* jelű dobozban lévő gyöngyök $\frac{2}{3}$ részét átteszi Frici a *C* jelű dobozba. Mennyi lesz az *A* és *C* jelű dobozban lévő gyöngyök számának az aránya?
A) 1:2 B) 1:3 C) 2:3 D) 1:5 E) 1:4

7. Egy nemzetközi szervezetnek 32 tagja van. Hány tagja lesz a szervezetnek 3 év múlva, ha a taglétszám minden évben az előző évi létszám 50%-ával nő?
A) 80 B) 96 C) 108 D) 128 E) 182

8. A jobb oldalon látható háromszög két csúcsát összekötöttük a vele szemközti oldal 2-2 különböző belső pontjával. A szakaszok a háromszöget 9 részre darabolták. Hány rész keletkezik, ha mindkét csúcsból 4-4 hasonló szakaszt indítunk?
A) 16 B) 25 C) 36
D) 42 E) 49

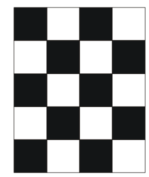


9. Hányadik hatványra kell emelni a 4^4-t, hogy 8^8 legyen belőle?
A) 2 B) 3 C) 4 D) 8 E) 16

10. Mennyi a $2007 - KAN - GA - ROO$ kifejezés lehető legkisebb értéke, ha a különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek? (A *KAN* és a *ROO* háromjegyű számok, a *GA* kétjegyű.)
A) 100 B) 110 C) 112 D) 119 E) 129

4 pontos feladatok

11. Hányféle úton tud eljutni egy király az ábrán látható bergengóc sakktáblán a bal felső sarokból a jobb alsó sarokba, a lehető legkevesebb lépésben? (A király bármelyik szomszédos mezőre léphet, átlósan is.)
A) 1 B) 4 C) 7
D) 20 E) 35



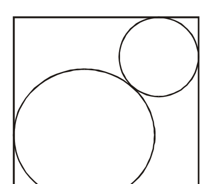
12. Egy szigeten csak tündérek és boszorkányok laknak. A tündérek mindig igazat mondanak, a boszorkányok mindig hazudnak. Egy napon egy 12 szigetlakóból álló csoport minden tagját megkérdezték: hány boszorkány van közöttük. Hatan azt válaszolták: *Hat boszorkány van közöttünk.* Másik négy ezt állította: *Négy boszorkány van közöttünk.* Az utolsó kettő pedig ezt mondta: *Két boszorkány van közöttünk*. Hányan voltak a boszorkányok, ha tudjuk, hogy a megkérdezettek között volt tündér is?
A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

13. Egy osztályban a diákok közül ugyanannyi fiú oldott meg jól egy szép Kenguru-feladatot, mint ahány lány rosszul. Kik vannak többen az osztályban: a lányok vagy akik jól megoldották a feladatot?
A) a lányok B) a jó megoldók C) ugyanannyian vannak
D) nem lehet meghatározni E) ez az eset nem fordulhat elő

14. Egy téglalap alapterületű házikó hossza 6 m, szélessége 4 m. A házikó egyik sarkához kikötöttünk egy kutyát egy 10 m hosszú kötéllel. Hány m a kert azon részének a *kerülete*, amelyet a házőrző kutya meg tud védeni?
A) 20π B) 22π C) 40π D) 88π E) 100π

15. Egy faluban nincs két olyan ember, akinek pontosan ugyanannyi szál haja van. Senkinek sincs pontosan 2007 darab hajszála. A falunak több lakosa van, mint ahány hajszála bárkinek is. Legfeljebb hányan laknak a faluban?
A) 0 B) 2006 C) 2007 D) 2008 E) 2009

16. Az ábrán látható körök érintik egymást és az 1 cm oldalú négyzet két-két oldalát, középpontjaik pedig a négyzet ugyanazon átlóján fekszenek. Hány cm a két kör sugarának összege?
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C) $\sqrt{2}-1$
D) $2-\sqrt{2}$ E) A két kör sugarának arányától függ.

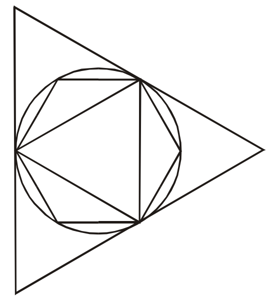


17. Az $x^2 - 3x + 1 = 0$ egyenlet gyökei a és b. Mennyi az $a^3 + b^3$ értéke?
A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 24

18. János 21 órakor 100 km/h sebességgel haladt. Az autóban annyi benzin volt, amely ezzel a sebességgel 80 km út megtételéhez lett volna elegendő. A következő benzinkút 100 km-re volt. János autójának fogyasztása egyenesen arányos az autó sebességével. Legkorábban mikor érhetett autójával a benzinkúthoz?

A) 22:12 B) 22:15 C) 22:20 D) 22:25 E) 22:30

19. Egy szabályos háromszög beírt körébe egy szabályos hatszöget és egy szabályos háromszöget írunk az ábrán látható módon. Jelöljük a nagy háromszög területét t_1-gyel, a kis háromszög területét t_2-vel, a hatszög területét pedig t_3-mal. Az alábbi összefüggések közül melyik lesz biztosan igaz?



A) $t_3 = \frac{t_1 + t_2}{2}$ B) $t_3 = \sqrt{t_1^2 \cdot t_2^2}$ C) $t_3 = \sqrt{t_1 \cdot t_2}$

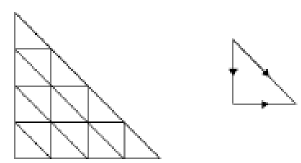
D) $t_1 = t_2 + t_3$ E) $t_1 = 3 \cdot t_2 + t_3$

20. Egy szabályos háromszöget annak egyik oldalával párhuzamos szakasszal egy kisebb háromszögre és egy trapézra bontjuk. A trapézt egy vele egybevágó trapézzal kiegészítjük egy paralelogrammává. Az így kapott paralelogramma kerülete 10 cm-rel több, mint az eredeti háromszög kerülete. Hány cm volt az eredeti háromszög kerülete?

A) 10 B) 30 C) 40 D) 60 E) nem lehet meghatározni

5 pontos feladatok

21. Hányféle útvonalon lehet eljutni az ábrán látható derékszögű háromszög átfogójának felső végpontjából az alsóba a vonalak mentén haladva, ha csak jobbra, lefelé, illetve átlósan jobbra lefelé haladhatunk?



A) 16 B) 27 C) 64

D) 90 E) 111

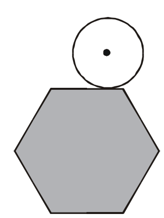
22. A táblára felírtuk szorosan egymás mellé húszszor a KENGURU szót, így a táblán most ez olvasható: KENGURUKENGURUKENGURU…KENGURU. Ezután végigmegyünk a soron, és minden olyan betűt letörlünk, amely páratlan sorszámú helyen áll. Amikor a sor végére értünk, visszajövünk az elejére, és ismét letöröljük a páratlan sorszámú helyen álló betűket. Addig ismételjük ezt, amíg a táblán már csak egyetlen betű marad. Milyen ez a betű?

A) K B) E C) N D) G E) U

23. Két iskola asztalitenisz csapatmérkőzést játszik egymás ellen. Mindkét iskolát 5 játékos képviseli. Csak páros mérkőzéseket játszanak. Mindkét iskola mindegyik párosa játszik a másik iskola mindegyik párosa ellen. Hány mérkőzést játszik egy játékos?

A) 10 B) 20 C) 30 D) 40 E) 50

24. Egy 1 cm átmérőjű pénzérmét addig görgetünk végig egy irányban haladva egy 1 cm oldalú szabályos hatszög kerületén, amíg a pénzérme vissza nem kerül eredeti helyére. Hány cm hosszú utat tett meg eközben a pénzérme középpontja?

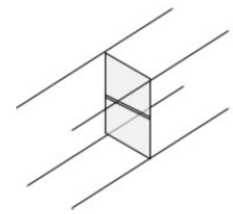


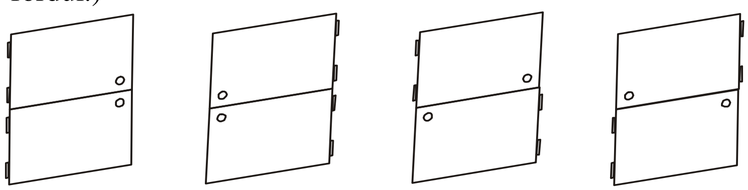
A) $6 + \frac{\pi}{2}$ B) $6 + \pi$ C) $12 + \pi$

D) $6 + 2\pi$ E) $12 + 2\pi$

25. Hány pozitív osztója van a legkisebb olyan pozitív egész számnak, amelynek tízszerese négyzetszám, hatszorosa pedig köbszám?
A) 30 B) 40 C) 54 D) 72 E) 96

26. Egy modern épületben a jobb oldali ábrán vázolt folyosó keresztmetszete paralelogramma. A folyosón egy ajtót helyezünk el, amelynek alsó és felső fele külön nyitható. Melyik oldalon helyezzük el a zsanérokat, hogy az ajtót ki lehessen nyitni? (Zsanérnak hívjuk azokat a vasakat, amelyekkel az ajtót a kerethez rögzítjük, és amin az ajtó fordul.)





A) mindkettőt balra B) mindkettőt jobbra C) felsőt balra, alsót jobbra D) felsőt jobbra, alsót balra
E) Az ajtót egyik esetben sem lehet kinyitni.

27. Egy páncélszekrényben gyémánt nyakékek vannak. Minden nyakék ugyanannyi gyémántból áll. Ha tudnánk, hogy hány darab gyémánt van a páncélszekrényben, akkor tudnánk, hogy hány nyakék van a páncélszekrényben, és persze azt is, hogy egy nyakék hány gyémántból van elkészítve. Annyit tudunk még, hogy a páncélszekrényben lévő gyémántok száma 200 és 300 között van. Hány nyakék van a szekrényben?
A) 16 B) 17 C) 19 D) 25 E) egyik sem

28. Egy dobozba piros, kék, sárga és zöld cédulákat tettek, mindegyikből 3 darabot. Az egyforma színű cédulákat az 1, 2, 3 számokkal különböztették meg. A dobozból véletlenszerűen kihúzunk hármat. Az alábbi állítások közül melyiknek legnagyobb a valószínűsége?
A) A három kihúzott cédula egyforma színű.
B) A három kihúzott cédula között van 1-es, 2-es és 3-as is.
C) A három kihúzott cédula különböző színű.
D) A három kihúzott cédulán ugyanazok a számok állnak.
E) Az előző négy állítás valószínűsége megegyezik.

29. Egy baráti összejövetelen öten vesznek részt. A résztvevők megajándékozzák egymást. Mindenki egy embernek ad és egy embertől kap ajándékot. Természetesen senki nem ajándékozza meg önmagát. Hányféleképpen történhet az ajándékozás?
A) 5 B) 10 C) 44 D) 50 E) 120

30. Egy szabályos tetraéder két kitérő élének távolsága 6 cm. Hány cm^3 a tetraéder térfogata?
A) 18 B) 36 C) 48 D) 72 E) 144

Összeállította: Erdős Gábor
Lektorálta: Kiss Géza
Ötletek, feladatjavaslatok: „Kangaroo Meeting 2006” résztvevői , Barcelona, Spanyolország
A verseny főszervezője: Pintér Ferenc - Zalai Matematikai Tehetségekért Alapítvány
cím: 8800 Nagykanizsa, Rozgonyi u. 23.
telefon: (93) 516153 e-mail: info@zalamat.hu honlap: www.zalamat.hu