# Kenguru Nemzetközi Matematika Verseny 2008

## Feladatok 11-12. osztályosok részére

### 3 pontos feladatok

**1.** Az alábbi kifejezések közül melyiknek a legnagyobb az értéke?

A) $(1\cdot 2)\cdot(2007\cdot 2008)$ B) $(1+2)\cdot(2007\cdot 2008)$ C) $(1\cdot 2)\cdot(2007+2008)$
D) $(1+2)+(2007\cdot 2008)$ E) $(1+2)+(2007+2008)$

**2.** Egy táblázat 33 sorból és 21 oszlopból áll. Hány cellája marad a táblázatnak, ha töröljük az összes olyan sort, amelynek sorszáma nem osztható 3-mal és az összes olyan oszlopot, a-melynek a sorszáma páros?

A) 110 B) 121 C) 115,5 D) 119 E) 242

**3.** Az alábbiak közül melyik kifejezés értéke egyenlő $\sqrt{\sqrt{\sqrt{2008}}}$ -cal?

A) $\sqrt[3]{2008}$ B) $\sqrt[6]{2008}$ C) $\sqrt[8]{2008}$ D) $\sqrt[3]{2008^2}$ E) $\sqrt{2008^3}$

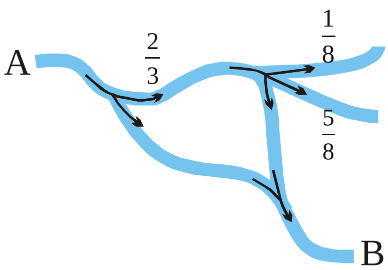
**4.** Hány olyan $p$ pozitív prímszám van, amelyre $p^4+1$ is prímszám?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) végtelen sok

**5.** Mennyi az $\dfrac{x^{2008}}{y^{2008}}$ tört értéke, ha $x+y=0$ és $x\neq 0$?

A) -1 B) 0 C) 1 D) $2^{2008}$ E) a tört nincs értelmezve

**6.** Egy folyó az $A$ várostól a $B$ város felé folyik, az ábrán látható módon. Az első elágazásnál a felső ágra jut a vízmennyiség $\frac{2}{3}$ része, a többi az alsó ágon halad tovább. A felső ág ezután három felé ágazik, a benne folyó víz $\frac{1}{8}$ ré-sze a felső, $\frac{5}{8}$ része a középső ágra jut, a többi víz az alsó ágon beleömlik a $B$ város felé folyó eredeti alsó ágba. Az $A$ városon átfolyó vízmennyiség hányad része jut el a $B$ városba?




A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{2}{9}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

**7.** Egy tört számlálója és nevezője egyaránt negatív, továbbá a számláló kisebb a nevezőnél. Az alábbi állítások közül melyik igaz a törtre?

A) kisebb -1-nél B) -1 és 0 között van C) 0 és 1 között van
D) nagyobb 1-nél E) lehet pozitív, de lehet negatív is

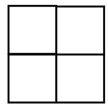
**8.** Mekkora a valós számokon értelmezett $f\left(x\right)=\left|5\sin x-3\right|$ függvény maximumának értéke?

A) 2 B) 3 C) $p$ D) $5p$ E) 8

**9.** Egy kör átmérőjének két végpontja az $A$(-2;0) és a $B$(8;0) pont. Milyen hosszú húrt metsz ki a kör az $y$ tengelyből?

A) 4 B) 6 C) $4\sqrt{3}$ D) 8 E) 10

**10.** Egy 2×2-es táblázat celláiba számokat írunk úgy, hogy az egyes sorokban lévő számok összege 5 és 10 legyen, továbbá az egyik oszlopban a számok összege 9 legyen. A négy szám közül kettőt ismerünk: ezek a 3 és a 4. Mekkora a hiányzó számok közül a nagyobbik?



A) 3 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

## 4 pontos feladatok

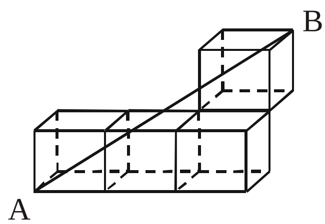
**11.** Hányféleképpen lehet a 2_ _8 négyjegyű számban a hiányzó két középső számjegyet beírni, hogy az így kapott szám osztható legyen 3-mal?

A) 19 B) 20 C) 29 D) 30 E) 33

**12.** Az $ABC$ egyenlőszárú háromszögben ($AC$ = $BC$) az $AB$ alapnak van olyan $D$ belső pontja, amelyre $AD$ = $AC$ és $DB$ = $DC$. Hány fokos az $ACB$ szárszög?

A) 98 B) 100 C) 104 D) 108 E) 110

**13.** Hány cm hosszú az $AB$ szakasz, ha az ábrán látható kockák élei 1 cm hosszúak?




A) $\sqrt{7}$ B) 7 C) $\sqrt{13}$

D) $\sqrt{14}$ E) $\sqrt{17}$

**14.** Egy matematikaversenyen öt feladatot tűztek ki. Mivel a feladatok különböző nehézségűek voltak, mindegyik feladat helyes megoldásáért különböző, pozitív egész pontszámot lehetett kapni. Könnyebb feladatért kevesebb, nehezebbért több pont járt. Bandi megoldotta mind az öt feladatot. A két legkönnyebb feladatért összesen 10 pontot kapott, a két legnehezebbért pedig összesen 18-at. Hány pontot gyűjtött összesen?

A) 30 B) 32 C) 34 D) 35 E) 40

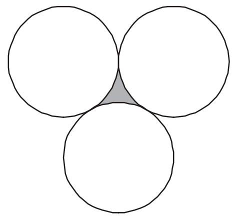
**15.** Marci összesen 36 kengurut rajzolt a füzetébe, 3 színű ceruzát használva. A kenguruk közül 25-nél használt sárga színt, 28-nál használt barnát és 20-ban használt feketét. Mindössze 5 olyan kengurut rajzolt, amelyiken mind a három szín szerepelt. Hány olyan kengurut rajzolt Marci, amelyikhez nem használt egynél több színt?

A) 0 B) 4 C) 12 D) 23 E) 31

**16.** Az $x$, $y$ és $z$ valós számokról tudjuk, hogy $x^2yz^3=7^3$ és $xy^2=7^9$. Mennyi az $xyz$ szorzat értéke?

A) $7^4$ B) $7^6$ C) $7^8$ D) $7^9$ E) $7^{12}$

**17.** Az ábrán látható egymást érintő három kör sugara 1 cm. Hány $cm^2$ a körök által közrezárt szürkével jelölt rész területe?



A) $\sqrt{3}-\frac{p}{2}$  B) $\frac{p}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}$  C) $\frac{p}{8}$

D) $\left(\sqrt{3}-\frac{3}{2}\right)\cdot p$  E) $\frac{p}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$

**18.** Az *A*, *B*, *C* és *D* pontok egy egyenesen fekszenek, ebben a sorrendben. A szomszédos pontok távolsága különböző. Hol lehet felvenni a *P* pontot az egyenesen, hogy a következő kifejezés értéke a lehető legkisebb legyen: *PA* + *PB* + *PC* + *PD*?

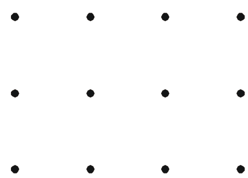
A) csak a *B* pontban  B) csak a *C* pontban  C) csak a *BC* szakasz felezőpontjában

D) a *BC* szakasz tetszőleges pontjában  E) a szomszédos pontok közti távolságtól függ

**19.** Egy téglatest egyik éle fele, egy másik éle negyede a téglatest leghosszabb élének. A téglatest minden éle centiméterekben mérve egész szám. Hány $cm^3$ lehet a téglatest térfogata az alábbiak közül?

A) 120  B) 188  C) 216  D) 350  E) 500

**20.** Az ábrán egymás alatt és egymás mellett lévő szomszédos pontok távolsága egyaránt 1 cm. Ha véletlenszerűen kiválasztunk 3 pontot, mennyi a valószínűsége, hogy azok egy egyenesre illeszkednek?



A) $\frac{1}{12}$  B) $\frac{1}{11}$  C) $\frac{1}{16}$

D) $\frac{4}{55}$  E) $\frac{3}{12}$

## 5 pontos feladatok

**21.** A jobb oldalt látható szorzásban a hiányzó számjegyek helyett csillagok szerepelnek. Mennyi az eredmény számjegyeinek összege?

```
*** · 1**
**2
 90*
 22**
56***
```

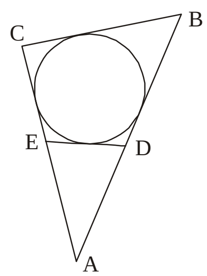
A) 16  B) 20  C) 26

D) 30  E) 36

**22.** Mennyi a $\sin^4 x+\cos^4 x$ értéke, ha $\sin x+\cos x=m$?

A) $1-\frac{\left(1-m^2\right)^2}{2}$  B) $1+\frac{\left(1-m^2\right)^2}{2}$  C) $\frac{1-\left(1-m^2\right)^2}{2}$  D) $m^4$  E) $m^4+1$

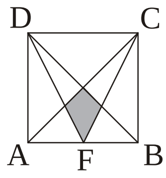
**23.** Az ábrán látható háromszög oldalai *AB* = 6 cm, *BC* = 3 cm, valamint *CA* = 5 cm. Az *ED* szakasz érinti a háromszög beírt körét. Hány cm az *ADE* háromszög kerülete?




A) 4  B) 6  C) 7

D) 8  E) 9

**24.** Az ábrán látható *ABCD* négyzet *AB* oldalának felezőpontja *F*. Hányad része a szürkével jelölt rész területe a négyzet területének?



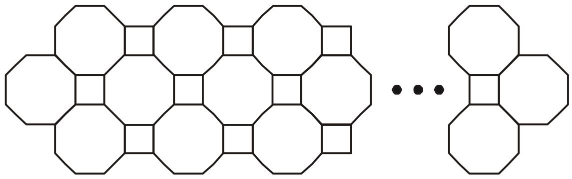

A) $\frac{1}{24}$ B) $\frac{1}{16}$ C) $\frac{1}{12}$
D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{2}{13}$

**25.** Melyiket kell elhagyni a -9, 0, -5, 5, -4, -1, -3 számok közül, hogy a többi számból három párt lehessen csinálni úgy, hogy mindegyik párban ugyanannyi legyen a számok összege?
A) 5 B) -5 C) -4 D) -3
E) Bármelyiket hagyjuk el, a csoportosítást akkor sem lehet elvégezni.

**26.** Mennyi az $x^2+y^2+z^2$ kifejezés értéke, ha $x+y+z=1$ és $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0$?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

**27.** Egy sorozat első eleme $a_1=0$, ha pedig $n\geq 1$, akkor teljesül az $a_{n+1}=a_n+(-1)^n\cdot n$ egyenlőség. Hányadik eleme a sorozatnak a 2008?
A) 2008 B) 2009 C) 4017 D) 4018 E) nem eleme

**28.** Az ábrán látható kerítésrészletet egyenlő hosszú fém rudakból hegesztették össze. Tudjuk, hogy a kerítés összesen 61 nyolcszöget tartalmaz. Hány rudat használtak fel a készítéséhez?



A) 244 B) 328 C) 400
D) 446 E) 488

**29.** A tanárnő sorba állít 10 gyereket, és az elsőnek megsúgja a 4-gyel nem osztható, páros *n* pozitív egész számot. Minden gyereknek azt a feladatot adja, hogy ha hall egy pozitív egész számot, akkor súgja meg a számnak és legnagyobb valódi osztójának összegét a sorban következő gyereknek. Végül a tanárnő megkéri a tizedik gyereket, neki súgja meg eredményét. Mit súg a tizedik gyerek a tanárnőnek, ha mindenki jól számolt?
(Egy szám valódi osztója az 1-től és magától a számtól különböző minden osztója.)
A) 10*n* B) 5*n* C) 3*n* D) 40,5*n* E) más érték

**30.** Hány olyan *k* pozitív egész szám van, amelyre 2008! osztható $2007^k$-nal, de nem osztható $2008^{k+1}$-nel?
A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 3-nál több

Összeállította: Erdős Gábor
Lektorálta: Dobos Sándor
Ötletek, feladatjavaslatok: „Kangaroo Meeting 2007” résztvevői , Graz, Ausztria
A verseny főszervezője: Pintér Ferenc - Zalai Matematikai Tehetségekért Alapítvány
cím: 8800 Nagykanizsa, Rozgonyi u. 23.
telefon: (93) 516153 e-mail: info@zalamat.hu honlap: www.zalamat.hu