

Számelméleti feladatok

1) Igazoljuk, hogy:

a) $\overline{abcdabcd} : 73$ b) $\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} : 37$ c) Ha $\overline{xyz} + \overline{yzx} + \overline{zxy} = 999$ akkor $\overline{xyz} : 9$

2) Mennyi az $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 149 \cdot 150 + 222$ számnak a 221-gyel való osztási hányadosa és maradéka?

3) Ha $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 16 \cdot 17$ és $b = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 18 \cdot 19$, akkor az a és b számoknak a 31-gyel való osztási maradéka ugyanannyi.

4) Igazoljuk, ha

a) $A = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{143}$ akkor $a) A : 13$ b) $A : 40$

b) $B = 4 + 4^2 + \dots + 4^{2000}$ akkor $B : 10$

c) $C = 7 + 7^2 + \dots + 7^{20}$ akkor $C : 50$

5) Igazoljuk, hogy:

a) $(2^{2012} - 2^{2010} - 2^{2009}) : 5$ b) $(3^{n+2} + 2^{n-3} + 3^n + 2^{n+1}) : 10$

6) Írjuk fel az a és b számjegyeket, ha:

a) $\overline{738ab} : 6$ b) $\overline{7a83b} : 12$ c) $\overline{32a4b8} : 36$

d) Írjuk fel az 1, 3, 4, 5-tel és még egy számjeggyel a legnagyobb ötjegyű számot amelyik osztható 12-vel.

7) Írj a 630 után még 3 számjegyet úgy, hogy a kapott 6-jegyű szám osztható legyen, 7, 8 és 9-cel!

8) Igazoljuk, hogy bármely 3-nál nagyobb prímszám $6k+1$ vagy $6k+5$ alakú!

9) Vizsgáljuk meg a $2^n, 3^n, 4^n, 5^n, 6^n, 7^n, 8^n, 9^n$ számok utolsó számjegyét!

Milyen számjegyben végződnek a következő számok: 2013^{2014} , 2014^{2013} , 99^{100} , 444^{333} , 1001^{999} , 2012^{2015} ?

10) a) Igazoljuk, hogy $E = n(n+4)(n+8) : 3$ minden $n \in N$ esetén!

b) Milyen $n \in N$ esetén igaz, hogy $F = (n^3 + n - 2) : 7$?

11) Ha néhány gyereket 2-esével állítunk sorba, akkor 1 gyerek marad, ha pedig 3-asával állítjuk sorba, akkor 2 gyerek marad. Hány gyerek marad a sor végén, ha 6-osával állítjuk sorba?

12) Egy kofa tojásokat árul a kosárra. Ha 2-esével, 3-asával, 4-esével, 5-ösével vagy 6-osával vesszük ki, akkor a kosárban mindig 1 tojás marad. Ha ellenben 7-esével vesszük ki, akkor egyetlen tojás sem marad. Hány tojás van a kosárban?

- 13) Gondoltam egy háromjegyű számot. Ha elveszek belőle 7-et, akkor osztható 7-tel, ha elveszek belőle 8-at akkor osztható 8-cal, ha elveszek belőle 9-et akkor osztható 9-cel. Melyik számra gondoltam?
- 14) Határozzuk meg azt a legkisebb pozitív egész számot, amelynek 8, 9, 10, 11-gyel való osztási maradéka minden esetben 1.
- 15) Határozzuk meg azt a legkisebb pozitív egész számot, amelynek 8, 9, 10, 11-gyel való osztási maradéka rendre 1, 2, 3, 4!
- 16) Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amelynek 7, 8, 9, -cel való osztási maradéka rendre 6, 7, 8?
- 17) Mikulás alkalmával csomagokat állítanak össze. Van 36 könyv, 24 ceruza és 48 narancs. Legtöbb hány egyforma csomagot állíthatunk össze?
- 18) Egy helyiségből 4 autóbusz-járat indul 4 irányba. Az első járat 5 percenként, a második 8 percenként, a harmadik 12 percenként, a negyedik 18 percenként. Reggel 7 órakor kezdenek indulni. A nap mely óráiban találkozik a kiinduló állomáson a 4 járat?
- 19) Határozzuk meg a 10-nek a legnagyobb hatványát amellyel az $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 49 \cdot 50$ szorzat osztható!
- 20) Milyen n természetes számra igaz, hogy $\frac{5n-1}{n+1} \in \mathbb{Z}$?
- 21) Oldjuk meg a $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ -n a következő egyenletet: $3x = 10y + 22$.
- 22) Két tanulónak 32 tallérja van. Az egyiknek csak 3 tallérosa, a másiknak csak 5 tallérosa van. Hány tallérjuk van külön-külön?