Algebrai összegek

Használjuk a következő összegeket:

$$S_1 = 1 + 2 + 3 + ... + n = \sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} \quad (1)$$

$$S_2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad (2)$$

$$S_3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = \sum_{k=1}^{n} k^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2 \quad (3)$$

1) Igazoljuk, hogy: $S = 1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 10 + ... + n(3n+1) = \sum_{k=1}^{n} k(3k+1) = n(n+1)^2$

2) Igazoljuk, hogy $S = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + ... + n \cdot (n+1) = \dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$

3) Igazoljuk, hogy $S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + (2n-1)^2 = \dfrac{n(4n^2-1)}{3}$

4) Igazoljuk, hogy $S = 1^3 + 3^3 + 5^3 + ... + (2n-1)^3 = n^2(2n^2-1)$

5) Igazoljuk, hogy $S = \sum_{k=1}^{n} \dfrac{1}{(3k-2)(3k+1)} = \dfrac{n}{3n+1}$

6) Igazoljuk, hogy: $S = \sum_{k=1}^{n} \dfrac{1}{(4k-3)(4k+1)} = \dfrac{n}{4n+1}$

7) Igazoljuk, hogy: $S = \sum_{k=1}^{n} \dfrac{1}{(7k-3)(7k+1)} = \dfrac{n}{7n+1}$

8) Igazoljuk, hogy: $S = \sum_{k=1}^{n} \dfrac{n^2}{(2n-1)(2n+1)} = \dfrac{n(n+1)}{2(2n+1)}$

9) Számítsuk ki $S = \sum_{k=1}^{n} \dfrac{1}{k(k+1)(k+2)} =?$