Ismétléses variáció

Hányféleképpen lehet kiválasztani *n* különböző elemből *k* különböző elemet úgy, hogy mindegyik elemet akárhányszor választhatjuk, de a sorrend számít?

hely	1. bárkinek	2. bárkinek	…	k. bárkinek
lehetőség	n	n		n

n **különböző elemből n^k – féleképpen választhatunk ki *k* elemet úgy, hogy egy elemet többször is választhatunk.**

$$\boxed{V_n^{k,i} = n^k}$$

1. ***Egy 10 fős társaságban 4 könyvet osztunk szét. Hányféleképpen tehetjük meg, ha minden könyv különböző, és mindenki több könyvet is kaphat?***

Mind a 4 könyvet kaphatja a 10 közül bármelyik ember, azaz összesen 10·10·10·10=10000 lehetőség van.

2. Egy 5 házból álló házsort szeretnénk kifesteni. Hányféle kifestés létezik, ha 4-féle festékünk van, és
a) a szomszédos házak nem lehetnek egyforma színűek?
b) a szomszédos házak lehetnek egyforma színűek is
(Egy házhoz csak egyféle festéket használunk, a festékeket nem lehet keverni.)

a) Az első házhoz 4-féle festékből választhatunk, a másodikhoz a maradék 3-ból, a harmadikhoz szintén 3-ból (a második ház színét nem választhatjuk, de az elsőét igen), az összes továbbihoz is 3 színből, azaz összesen 4·3·3·3·3 = 324 lehetőség van.

b) 4×4×4×4×4=1024

3. Hány különböző rendszám adható ki, amely három betűből és azt követő három számból áll (az ábécé 26 betűjét használjuk)?

hely	1. betű	2. betű	3. betű	1. szám	2. szám	3. szám
lehetőség	26	26	26	10	10	10

Az egyes betűhelyeken egymástól függetlenül 26-féle betű, míg a számhelyeken szintén egymástól és a betűktől is függetlenül 10-féle szám állhat. A megfelelő rendszámok száma ezért $26^3 \cdot 10^3$.

Másféleképpen: $V_{26}^{3,i} \cdot V_{10}^{3,i} = 26^3 \cdot 10^3$

4. A tízes számrendszerben hány db kétjegyű szám van?

Bármely n alapú számrendszerben az n darab számjegy k-ad osztály ismétléses variációjaként kapjuk meg az összes k jegyű számokat. Ekkor a darabszámban a 0-val kezdődő számok is benne vannak. Például a 10-es számrendszerben a másodosztályú ismétléses variációval képezett kétjegyű számok darabszáma: $V_{10}^{2,i} = 10^2 = 100$.
Ezek a számok: 00, 01, 02, 03, ..., 09, 10, ..., 99.
Kivonjuk az egyjegyűek (amelyek 0-val kezdődnek) számát, akkor megkapjuk a kétjegyű számok darabszámát.
100 – 10 = 90

5. A tízes számrendszerben hány db háromjegyű szám van?

$$V_{10}^{3,i} - V_{10}^{2,i} = 10^3 - 10^2 = 900$$

6. Hányféle különböző eredmény születhet, ha egy

a) pénzérmét b) egy dobókockát ötször feldobunk?

a) $V_6^{2,i} = 6^2 = 36$

b) Egy dobás alkalmával hatféle pontértéket kaphatunk. E hat elemből ötös csoportokat kell képeznünk, amelyekben egyes elemek többször is előfordulhatnak, és a sorrend is számit. A lehetséges csoportok számát 6 elem 5-ödosztályú ismétléses variációinak száma adja:

$$V_6^{5,i} = 6^5 = 7776$$

7. Rulettjátéknál egy játszmában a golyó 37 számozott hely valamelyikén áll meg. Hányféle eredménye lehet három játszmának, ha azok sorrendjét is figyelembe vesszük?

Ez esetben azok a számozott helyek jelentik az elemeket, amelyek a pörgetéseknél kijönnek. Minden pörgetésnél 37 szám jöhet ki. A három pörgetés egy három számból álló sorozatot ad. Az összes lehetséges sorozatot, ha a sorrendet is megkülönböztetjük, 37 elem harmadosztályú ismétléses variációi adják. Ezeknek száma:

$$V_{37}^{3,i} = 37^3 = 50\,653$$

Tehát a 3 rulett játszmában 50 653 változat jöhet létre, ha a sorrendet megkülönböztetjük.

8. Az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyek felhasználásával hány olyan háromjegyű szám készíthető, amelyben az 5 –ös előfordul?

Az 5 –ös számjegyet tartalmazó számok száma =
=Összes háromjegyű szám - az 5 –öst nem tartalmazó számok száma.

Az összes háromjegyű szám (a fenti számjegyekből): $V_5^{3,i} = 5^3 = 125$

Az 5 –öst nem tartalmazó háromjegyű számok száma: $V_4^{3,i} = 4^3 = 64$

Tehát a végeredmény: $V_5^{3,i} - V_4^{3,i} = 125 - 64 = 61.$

9. Egy matematika dolgozatban 10 kérdés szerepel. Minden kérdés feleletválasztásos. Az egyes válaszokat A, B, C, D, E betűvel jelöltük

Hányféle különböző választássorozat lehetséges?

Megoldás: Minden válaszra az 5 betű valamelyikét jelöljük be, tehát $V_5^{10,i} = 5^{10}$ **lehetőség van.**

10. Egy közösség kiválaszt 3 különböző tisztségre egy-egy személyt. Ha egy személy több tisztséget is betölthet, akkor 408—cal több választási lehetőség adódik, mintha minden posztra más-más személyt állítanának. Mekkora létszámú a közösség?

Megoldás: $V_n^{3,i} - V_n^3 = 408$ **ahonnan n= 12.**

11. Hány, legfeljebb 6-elemű jel állítható össze a Morse-ABC-ben? (A jelek pontokból és vonalakból állnak).

Megoldás: $\sum_{k=1}^{6} V_2^{k,i} = 126$

12. Egy gyár 8-féle terméket állít elő. n számú dolgozót a gyár egy-egy termékével jutalmaznak meg. (Akár az is előfordulhat, hogy minden dolgozó egyféle terméket kap, s ez a 8 termék bármelyike lehet.) Hány dolgozót jutalmaznak akkor, ha ez a szám 4096?

Megoldás: $V_8^{n,i} = 8^n = 4096$ **ahonnan n= 4**

13. Hányféle eredmény születhet akkor, ha egy csomag magyar kártyából 4 lapot egymás után kihúzunk, és a húzásnál

a) a kihúzott lapokat mind megkülönböztetjük egymástól

b) a kihúzott lapokat csak a szín szerint különböztetjük meg

c) a kihúzott lapokat csak az értéke szerint különböztetjük meg?

Oldjuk meg a feladatot úgy is, hogy az egyenkénti húzás után mindig visszatesszük, illetve úgy is, hogy nem tesszük vissza a lapot (leosztjuk)!

Megoldás: a) visszatevés nélkül: $V_{32}^4 = 863040$**, visszatevéssel:**

$V_{32}^{4,i} = 32^4 = 1048576$

b) minden esetben: $V_4^{4,i} = 4^4 = 256$

c) minden esetben: $V_8^{4,i} = 8^4 = 4096$

14. Turistajelzéshez a sárga, a piros, a zöld és a kék színt használják fel úgy, hogy 3 sávot festenek fel egymás alatt, és két érintkező sáv nem lehet azonos színű. Hány különböző turistajelzés alakítható ki?

Megoldás: $V_4^{3,i} - \left(V_4^1 + 2V_4^2\right) = 36$ **(** V_4^1 **egyszínű,** V_4^2 **tiltott kétszínű jelzés lehetséges; utóbbiak sávjai kétféleképp helyezkednek el.)**

15. **A fehér, sárga, piros, zöld, kék és a fekete színekből hányféle trikolór, illetve kétsávos zászló készíthető, ha két azonos szín nem állhat egymás mellett, és a zászló osztása vízszintes is és függőlegesen is elhelyezkedhet, de csak az egyik fajta osztás a megengedett?**

Megoldás: $2\left(V_6^{3,i} - V_6^1 - 2V_6^2\right) = 300$ **trikolór, illetve** $2V_6^2 = 60$ **kétsávos.**

16. **Hányféleképpen olvasható ki az alábbi táblázatból a TANULÓ szó, ha a táblázat bal felső betűjéből indulunk ki, és az egyes lépéseket csak jobbra vagy lefelé tehetjük?**

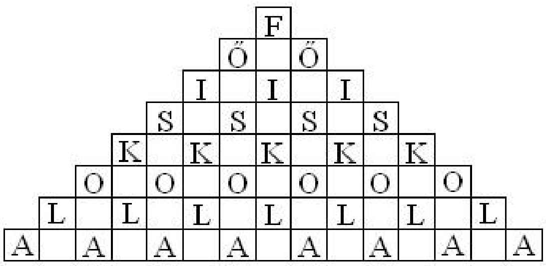
1. Megoldás: $V_2^{5,i} = 2^5 = 32$, **mert nézzük meg, hány lépésben juthatunk el T-től az Ó–ig . Ez 5 lépés. Minden lépésben 2-féle választási lehetőségünk van, így** 2^5 **-féleképpen olvashatjuk ki a szót.**

2. Megoldás: rekurzív számlálással: 1+5+10+10+5+1=32

T	A	N	U	L	Ó
A	N	U	L	Ó	
N	U	L	Ó		
U	L	Ó			
L	Ó				
Ó					

T	1	1	1	1	1
1	2	3	4	5	
1	3	6	10		
1	4	10			
1	5				
1					

17. **Az alábbi módon helyeztük el a FŐISKOLA fényreklámját:**



a) **hányféleképpen olvasható ki a FŐISKOLA szó, ha rézsútosan balra vagy rézsútosan jobbra haladhatunk?**
b) **Hányféleképpen villanhat fel a FŐISKOLA 8 betűje, ha minden betű kétféle színben villanhat fel, és a legfelső betűből kiindulva mindig a kivilágosodó betű alatti sorban, a hozzá legközelebb levő két betű közül az egyik villan fel?**

a) **7 lépést kell megtennünk, tehát** $V_2^{7,i} = 2^7 = 128$

b) **Mivel 8 betű van és ezekre 2 színlehetőség, ezért**

$V_2^{7,i} \cdot V_2^{8,i} = 2^{15} = 32768$