ciatív és létezik a szimmetrikus elem, következik, hogy $xT(xTx_1)=$ $=(xTx)Tx_1$, ahol x_1 az x szimmetrikus eleme. Mivel "a" a semleges elem, $x\,x_1=a$ és az asszociativitás figyelembevételével felírható, hogy $x^{f(a)}=x^{f(x)\cdot f(x_1)}$, azaz $f(x)\cdot f(x_1)=1$ (1). Az $xTx_1=a$ alapján $x^{f(x_1)}=a$, azaz $f(x_1)\cdot\log_a x=1$ (2) írható. Az (1) és (2) figyelembevételével $f(x)=\log_a x$.

ÉRDEKES MATEMATIKAI SZÁMKOMBINÁCIÓK ÉS ÖSSZEFÜGGÉSEK

Tuzson Zoltán tanár, *Székelyudvarhely*

Ahogyan a festmények színei láttán vagy a zeneművek dallamainak a hallatára szépnek, érdekesnek minősítjük azokat, úgy az alábbi összefüggésekre is ráillenek az említett jelzők.

Hagyjuk tehát a számokat "beszélni":

(1) $1+0=1^2-0^2,\ 2+1=2^2-1^2,\ 3+2=3^2-2^2, 4+3=4^2-3^2,\ 5+4=5^2-4^2,\dots$

(2) $1+3=2^2,\ 1+3+5=3^2,\ 1+3+5+7=4^2,\ 1+3+5+7+9=5^2,\dots$

(3) $1=1^3,\ 3+5=2^3,\ 7+9+11=3^3,\ 13+15+17+19=4^3,\dots$

(4) $1\cdot2\cdot3\cdot4+1=(1\cdot4+1)^2,\ 2\cdot3\cdot4\cdot5+1=(2\cdot5+1)^2,$
$3\cdot4\cdot5\cdot6+1=(3\cdot6+1)^2,\dots$

(5) $1^2-2^2+3^2-4^2+5^2-6^2+7^2-8^2+9^2=1+2+3+4+5+6+7+8+9,\dots$

(6) $1^3+2^3+3^3+4^3+5^3+6^3+7^3+8^3+9^3=(1+2+3+4+5+6+7+8+9)^2,\dots$

(7) $1^2=1,\ 11^2=121,\ 111^2=12321,\ 1111^2=1234321,\dots$

(8) $5^2=25,\ 25^2=625, 625^2=390625,\ 390625^2=152587890625,\dots$

(9) $133=(1+3+3)\cdot(1^2+3^2+3^2),\ 315=(3+1+5)\cdot(3^2+1^2+5^2),$
$803=(8+0+3)\cdot(8^2+0^2+3^2),$

(10) $34+36=3^2+4^2+3^2+6^2,\ 36+74=3^2+6^2+7^2+4^2,\ 63+67=6^2+3^2+6^2+7^2$

(11) $443^2=196249$ és $443+2=196+249$

(12) $41^2=1681$ és $16+\sqrt{81}=25$; $42^2=1764$ és $17+\sqrt{64}=25$;
$48^2=2304$ és $23+\sqrt{04}=25$; $49^2=2401$és $24+\sqrt{01}=25$;
$50^2=2500$ és $25\pm\sqrt{00}=25$; $51^2=2601$ és $26-\sqrt{01}=25$;
$59^2=3481$ és $34-\sqrt{81}=25$.

(13) $\dfrac{2^2+3^2}{\left(\dfrac{13}{5}\right)^2}=\dfrac{2+3}{\dfrac{13}{5}},$ (14) $\dfrac{37^3+13^3}{37^3+24^3}=\dfrac{37+13}{37+24},$ (15) $\dfrac{3^4+25^4+38^4}{7^4+20^4+39^4}=\dfrac{3+25+38}{7+20+39},=1$

(16) $\dfrac{49^5+175^5+107^5}{39^5+92^5+100^5}=\dfrac{49+175+107}{39+92+100},$ (17) $\dfrac{3^6+19^6+22^6}{10^6+15^6+23^6}=\dfrac{3^2+19^2+22^2}{10^2+15^2+23^2},$

(18) $\frac{27^4+2^4+4^4+21^4}{28^4+1^4+9^4+18^4}=\frac{27^2+2^2+4^2+21^2}{28^2+1^2+9^2+18^2}=\frac{27\cdot2\cdot4\cdot21}{28\cdot1\cdot9\cdot18}=1;$

(19) $\frac{2^3+3^3+10^3+11^3}{1^3+5^3+8^3+12^3}=\frac{2^2+3^2+10^2+11^2}{1^2+5^2+8^2+12^2}=\frac{2+3+10+11}{1+5+8+12}=1;$

(20)* $\sqrt{5\frac{5}{24}}=5\cdot\sqrt{\frac{5}{24}}$, $\sqrt[3]{3\frac{3}{26}}=3\cdot\sqrt[3]{\frac{3}{26}}$, $\sqrt[4]{2\frac{2}{15}}=2\cdot\sqrt[4]{\frac{2}{15}}$,

$\sqrt[5]{2\frac{2}{31}}=2\cdot\sqrt[5]{\frac{2}{31}}$.

(21)
$9\cdot1+2=11$
$9\cdot12+3=111$
$9\cdot123+4=1111$
$9\cdot1234+5=11111$
....

(22)
$9\cdot9+7=88$
$98\cdot9+6=888$
$987\cdot9+5=8888$
$9876\cdot9+4=88888$
....

(23)
$37\cdot3=111$
$37037\cdot3=111111$
$37037037\cdot3=111111111$
....

(24)
$37\cdot6=222$
$37037\cdot6=222222$
$37037037\cdot6=222222222$
....

(Legyen a szorzó rendre 9, 12, 15, ... Mit lehet tapasztaln

(25)
$1+8\cdot1=9$
$2+8\cdot12=98$
$3+8\cdot123=987$
$4+8\cdot1234=9876$
....

Hasonló összefüggések még az ML 2/1980, 79. oldalán is talá hatók.

MEGOLDOTT FELADATOK (gimnáziumi tanulók részére)

E: 10170. feladat (3/1991. sz., VI. oszt)

Mutasd meg, hogy a sík 50 egyenese közül kiválasztható 8 ú hogy azok vagy páronként metszik egymást, vagy úgy, hogy azok páronként nem metszik egymást (párhuzamosak)!

Róka Sándor: Elemi matematikai feladatgyűjtemény, 19

Megoldás. Ha nincs páronként 8 metsző egyenes, akkor legfel jebb 7 olyan irány van, melyek valamelyikével az 50 egyenes bár melyike párhuzamos. $50=7\cdot7+1$, ezért van 8 egyenes, mely egymás sal páruzamos.

E: 10172. feladat (3/1991. sz., VI. oszt.)

Ha $\frac{3a}{2b+1}=0,2(3)$, *ahol* $a, b\in Q_+^*$, *határozzuk meg x értékét a kö vetkező egyenlőségből:*

$$\frac{a(45a-7b+x)}{5a+7b+3,5}=0,23$$

Cristian Grecu tanár, Şendreni, Gal

Megoldás.

$0,2(3)=\frac{23-2}{90}=\frac{21}{90}=\frac{7}{30}$. $\frac{3a}{2b+1}=\frac{7}{30}\Leftrightarrow 90a=14b+7 \Leftrightarrow 45a-7b=3,5$. (1

Az (1) egyenlőség mindkét oldalához hozzáadunk 5a-t,

$* \sqrt[n]{x\frac{x}{x^n-1}} = x\cdot\sqrt[n]{\frac{x}{x^n-1}}$