

A logikai táblázat módszere III.

Tuzson Zoltán, Székelyudvarhely

A jelen dolgozat előző részeit a MatLap 9/2011 és 10/2011-es számaiban olvashatjuk. Ott számos feladat segítségével szemléltettük, hogyan lehet sajátos logikai táblázatok segítségével könnyebben és áttekinthetőbben megoldani bizonyos típusú logikai feladatokat. Ebben a dolgozatban ismét csokorba gyűjtöttünk néhány úgynevezett „nyomozós” logikai feladatot és megmutatjuk, hogy ha megfelelő logikai táblázatot készítünk, akkor ezeket nagyon könnyen és áttekinthetően megoldhatjuk. Ezáltal az Olvasó olyan módszert tud kidolgozni, amellyel saját maga is meg tud oldani majd hasonló logikai feladatokat. Következzenek hát a megoldott feladatok.

1. **feladat:** Rifi, Röfi és Rofi, három kismalac, egy tortaevő versenyen vett részt. A nagymama előtte a következőket mondta:

- a) Rifi a második díjat szerzi meg
- b) Röfi nem lesz első
- c) Rofi semmiképpen nem lesz második.

Nagymama tippjei közül csak egy volt helyes. Ki milyen helyezést ért el?

Megoldás:

A lehetséges helyezések			Az állítások logikai értéke			Konklúzió
Rifi	Röfi	Rofi	a)	b)	c)	
1	2	3	0	1	1	ellentmondás
1	3	2	0	1	0	lehetséges
2	1	3	1	0	1	ellentmondás
2	3	1	1	1	1	ellentmondás
3	1	2	0	0	0	ellentmondás
3	2	1	0	1	1	ellentmondás

A táblázatban a középső három oszlopban, ha valamelyik sorban nem pontosan egy 1-es szerepel, akkor ellentmondás, mert nagymama tippjei közül pontosan egy igaz. Ezért a 2. sorban egy lehetséges esetet kaptunk, ami azt jelenti, hogy az 1. Rifi, a 2. Rofi és a 3. Röfi.

2. **feladat:** Antal, Béla, Csaba és Dezső társasjátékot játszott. Eredményeikről ezt mondták:

Antal: Sem első, sem utolsó nem lettem.

Béla: Nem én lettem az első.

Csaba: Én győztem

Dezső: Utolsó lettem.

Tudjuk azt, hogy a kijelentések közül pontosan egy hamis. Mi a társasjáték eredményének a sorrendje?

Megoldás: Ez a feladat hasonló az előzőhöz, ellenben most az 1., 2., 3., 4. helyezéseknek a sorrendjét kellene a baloldalon felírunk, de ebből éppen 24 darab van, így egy terjedelmes táblázatot kapnánk. Éppen ennek elkerülése érdekében most olyan táblázatot készítünk, amelynek a bal felében nem a lehetséges sorrendeket írjuk, hanem a négy állítás közül az egyetlen hamis állítás lehetséges sorrendjét. Középre a lehetséges helyezések kerülnek.

Az állítás logikai értéke				A lehetséges helyezések				Konklúzió
A	B	C	D	A	B	C	D	
0	1	1	1	1.∨4.	2.∨3.∨4.	1.	4.	ellentmondás
1	0	1	1	2.∨3.	1.	1.	4.	ellentmondás
1	1	0	1	2.∨3.	2.∨3.∨4.	2.∨3.∨4.	4.	ellentmondás
1	1	1	0	2.∨3.	2.∨3.∨4.	1.	1.∨2.∨3.	lehetséges

Az első sor azért nem lehetséges, mert vagy két 1. vagy két 4. helyezett lenne. A második sorban két 1. helyezett van, nem lehet. A harmadik sorban nem lesz 1. helyezett. A negyedik sor úgy lehetséges, ha Csaba az 1., Béla a 4. és a 2.- 3. helyen valamilyen sorrendben Antal és Dezső van. Az érdeklődő Olvasónak javasoljuk, hogy ilyen típusú táblázattal is oldja meg az 1. feladatot!

3. **feladat:** Aliz, Bea, Cecil és Dóra közül valamelyik betörte az ablakot. Kikérdeztük őket, és a következő válaszokat kaptuk:

Aliz: Cecil volt a tettes

Bea: Nem én voltam

Cecil: Dóra volt

Dóra: Cecil nem mond igazat

Ki volt a tettes, ha pontosan egy állítás igaz?

Megoldás: A következő táblázatban jelölje **x** a tettest.

A lehetséges tettes				Az állítások logikai értéke:				Konklúzió
A	B	C	D	A	B	C	D	
x				0	1	0	1	ellentmondás
	x			0	0	0	1	lehetséges
		x		1	1	0	1	ellentmondás
			x	0	1	1	0	ellentmondás

Nem lehetségesek az 1., 3. és a 4. sorok, ugyanis azokban egynél több 1-es van, ami nem lehet. A 2. sor lehetséges, így tehát Bea a tettes.

4. **feladat:** Négy személy, A, B, C és D a következő kijelentéseket teszi:

A: „B a bűnös”

B: „A hazudik”

C: „Én nem vagyok bűnös”

D: „B füllent”

a) Ki a bűnös, ha pontosan egy állítás igaz?

b) Ki a bűnös, ha pontosan egy állítás hamis?

Megoldás: Készítsük el az előző táblázathoz hasonló táblázatot:

A lehetséges tettes				Az állítások logikai értéke:				Konklúzió
A	B	C	D	A	B	C	D	
x				0	1	1	0	ellentmondás
	x			1	0	1	1	ellentmondás/lehet
		x		0	1	0	0	lehet/ellentmondás
			x	0	1	1	0	ellentmondás

Az a) pont esetén nem megfelelő az a sor, amelyikben nem pontosan egy 1-es van, vagyis az 1., 2. és a 4. sor, így csak a 3. sor a lehetséges, ezért C a bűnös.

A b) pont esetén nem megfelelő az a sor, amelyikben nem pontosan egy 0 van, vagyis az 1., 3. és a 4. sor, így a 2. sor szerint B a bűnös.

5. **feladat:** Tréfi, Okoska, Ügyi és Törpilla egy verseny után a következőket mesélték

Törppapának:

Tréfi: Nem én lettem az első

Okoska: Törpilla nyert

Ügyi: Tréfi nyert

Törpilla: Nem Tréfi nyert

Ki nyerte a versenyt, ha a négy törp közül pontosan egy mondott hamis?

Megoldás: Készítsük el az előző táblázathoz hasonló táblázatot, ahol x azt jelöli, hogy ki lett az első.

A lehetséges első				Az állítások logikai értéke:				Konklúzió
Tr	O	Ü	Tör	Tr	O	Ü	Tör	
x				0	0	1	0	ellentmondás
	x			1	0	0	1	ellentmondás
		x		1	0	0	1	ellentmondás
			x	1	1	0	1	lehetséges

Az olyan sort keressük, amelyikben pontosan egy 0-s van. Ez éppen a 4. sor, miszerint Törpilla nyerte a versenyt.

6. **feladat:** Négy szerénység- Szeréna, Szergej, Szervác és Szeráf – szerényen a következőket mondták:

Szeréna: Szergej a leg szerényebb

Szergej: Szervác a leg szerényebb

Szervác: nem én vagyok a leg szerényebb

Szeráf: Nem én vagyok a leg szerényebb

A négy állítás közül pontosan egy igaz, a többi hamis. Ki tehát a leg szerényebb?

Megoldás: Készítsük el az alábbi logikai táblázatot, a személyek legyenek a név szerint 1., 2., 3., 4. jellel ellátva, továbbá jelölje x a leg szerényebbet.

A lehetséges szerény				Az állítások logikai értéke:				Konklúzió
1.	2.	3.	4.	1.	2.	3.	4.	
x				0	0	1	1	ellentmondás
	x			1	0	1	1	ellentmondás
		x		0	1	0	1	ellentmondás
			x	0	0	1	0	lehetséges

Olyan sort kell keressünk, amelyikben csak egyetlen 1-es van, ez éppen a negyedik sor, miszerint Szeráf lesz a leg szerényebb.

7. **feladat:** Manócska egyszer madártejet készített barátainak. Mielőtt azonban tálalhatta volna, a madártej eltűnt. A barátok így vélekedtek:

Mazsola: Tádé volt

Morzsi: Nem én voltam

Tádé: Cica-mica volt

Cica-mica: Tádé füllent

Ki ette meg a madártejet, ha a négyük közül pontosan egy hazudott?

Megoldás: Készítsük el az alábbi logikai táblázatot, és jelölje x azt, aki megette a madártejet.

A lehetséges tettes				Az állítások logikai értéke:				Konklúzió
Ma	Mo	T	C	Ma	Mo	T	C	
x				0	1	0	1	ellentmondás
	x			0	0	0	1	lehetséges
		x		1	1	0	1	ellentmondás
			x	0	1	1	0	ellentmondás

Most is olyan sort keresünk, amelyikben egyetlen 1-es van, ez éppen a 2. sor, így Morzsi ette meg a madártejet.

8. **feladat:** A törpék eldugták Vidor sapkáját. A törpék tudták, hogy Szundi, Kuka vagy Hapci volt. Összegyűltek a törpék, és kifaggatták a gyanúsítottakat. A következők hangzottak el:

- Szundi: Hapci ártatlan.
- Hapci: Kuka ártatlan
- Kuka vallomását nem hallották.

Tudor tudta, hogy ki a bűnös, de csak annyit árult el a többieknek, hogy a bűnös igazat mondott, míg a két ártatlan hazudott. Ki volt a tettes?

Megoldás: Készítsük el az alábbi logikai táblázatot, és jelölje **x** azt, aki eldugta Vidor sapkáját.

A lehetséges tettes			Az állítások logikai értéke			Konklúzió
Sz	H	K	Sz	H	K	
x			1	1	?	1 0 0 kellene
	x		0	1	?	0 1 0 kellene
		x	1	0	?	0 0 1 kellene

Az első sor lehetetlen, mert Hapci nem bűnös, és igazat mondott. A harmadik sor szintén lehetetlen, mert Szundi nem bűnös, és igazat mondott. A második sor a lehetséges, amennyiben Kuka állítása hamis volt, márpedig az hamis kell legyen, mert nem ő volt a tettes. Tehát annak ellenére, hogy nem hallották Kuka vallomását, a tettes Hapci volt.

9. **feladat:** Egy nap eltűnt Vidor kedvenc kanala. A három gyanúsított Szundi, Kuka és Hapci volt.

Szundi azt állította, hogy Kuka lopta el.

Kuka azt állította, hogy Hapci tette

A törpék nem voltak biztosak abban, hogy a tettes a három gyanúsított között van, de kiderült, hogy aki ártatlan volt, az nem hazudott, és csak egy tettes van. Ki lopta el a kanalat?

Megoldás: Készítsük el az alábbi logikai táblázatot, és jelölje **x** azt, aki ellopta a kanalat.

A lehetséges tettes			Logikai érték		Konklúzió
Sz	K	H	Sz	K	
x			0	0	ellentmondás
	x		1	0	lehetséges
		x	0	1	ellentmondás

Az első sor nem lehetséges, mert Kuka ártatlan volt, de mégis hazudott. A harmadik sor sem lehetséges, mert Szundi ártatlan volt, de mégis hazudott. A második sor a lehetséges, ami alapján Kuka a tettes.

10. **feladat:** A hét törpe házikójában valaki eltört egy tányért. Hófehérkének így számoltak be a történekről: Tudor: Nem Szundi volt. Én voltam.

Morgó: Nem én voltam. Nem Hapci volt.

Vidor: Tudor volt. Nem Morgó volt.

Ki törte el a tányért, ha a törpék egyik állítása igaz, a másik hamis?

Megoldás: Készítsük el az alábbi logikai táblázatot, és jelölje x a tettet.

A lehetséges tettes					Az állítások logikai értéke						Konklúzió
T	M	V	Sz	H	T		M		V		
					1.	2.	1.	2.	1.	2.	
x					1	1					ellentmondás
	x				1	0	0	1	0	0	ellentmondás
		x			1	0	1	1			ellentmondás
			x		0	0					ellentmondás
				x	1	0	1	0	1	0	lehetséges

Nem felel meg az a sor, amelyikben a három állításpár valamelyikében két egyforma szám van, ezeket bekarikáztuk. Csupán csak az 5. sor felel meg, ami alapján Hapci volt a tettes.

11. **feladat:** Az iskolai futóverseny döntőjébe öten jutottak: Aladár, Béla, Csaba, Dezső és Endre. A verseny után az eredményekről a következőket mondták.

Aladár: Dezső második lett. Engem csak ketten előztek meg.

Béla: Én győztem. Második Csaba lett

Csaba: Harmadik lettem. Bélát mindenki megelőzte.

Dezső: Második helyen végeztem. Endre negyedik lett.

Endre: Egyetlen futót előztem meg. A versenyt Aladár nyerte.

Írjuk fel a versenyzők sorrendjét, ha tudjuk, hogy mindegyik versenyzőnek egyik állítása igaz, a másik hamis, és nem volt holtverseny.

A lehetséges nyertes					Az állítások logikai értéke									Konklúzió	
A	B	C	D	E	A		B		C		D		E		
					D2	A3	B1	C2	C3	B5	D2	E4	E4		A1
x							0	1			0	1	1	0	nem A az 1.
	x				0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	nincs 2. helyezett
		x					0	1							C a második2
			x		0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	lehetséges
				x									0	1	két 1. van

Jelölje x azt, hogy ki lett az első. A táblázat középső részébe felírtuk a 10 állítás szerinti helyezéseket, és annak függvényében, hogy ki az éppen feltételezett első, megvizsgáljuk az 5 állításpárt ami 1 és 0 illetve 0 és 1 kell legyen. Az első sorban Ben B az 1., ezért C a 2., így D nem lehet a 2., ezért E a 4., így A nem lehet az 1. ellentmondás. A második sorban B az 1., ezért C nem a 2., A nem az 1. ezért E a 4., így D nem a 2., tehát A a 3., így C nem a 3. és így B az 5., de ekkor nincs 2. helyezett. A Harmadik sorban B nem az 1., így C a 2., ellentmondás mert C az 1. Az ötödik sorban E nem a 4. mert az 1., és így A az 1. lenne, vagyis két első, ellentmondás. Az ellentmondásokat bekarikáztuk. Maradt a negyedik sor, amit kitöltve (A1 hamis, ezért E4 igaz, így D2 hamis, így A3 igaz, ezért C3 hamis és B5 igaz, továbbá B1 hamis, így C2 igaz) a sorrend a következő lesz: 1. E, 2. C, 4. E, 5. B és így 3. A.

Befejezésül reméljük, hogy az összegyűjtött feladatcsokor megoldási módszerei más feladatok megoldásánál is hasznos megoldási ötleteket szolgáltatathat.