A LOGIKAI TÁBLÁZAT MÓDSZERE

Tuzson Zoltán tanár, Székelyudvarhely

Ebben a dolgozatban olyan rejtvényszerű logikai feladványok megoldásával foglalkozunk, amelyek szorosan kapcsolódnak mind a matematikai logika, mind a relációelmélet témakörökhöz.

Mivel a logika, a gondolkodás törvényeivel foglalkozó tudomány, ezért az úgynevezett logikai feladatok, nem különösebb tárgyi tudásra vagy speciális ismeretekre épülnek, hanem elsősorban lényeglátásra, alkotó fantáziára, kombinációs készségre, a szellemi munkában való kitartásra, és egyéb készségre és képességre van szükség. A megoldónak természetesen jól kell figyelnie a feladatban rejlő adatokra, feltételekre és ezek között levő logikai kapcsolatokra is. A logikai feladatok természetesen annyira eltérőek, hogy egy- két szabványos megoldási mód ismerete még nem jelent jártasságot ezen a területen. Ennek ellenére, mégis hasznos, ha a feladatok megoldásakor figyelembe veszünk néhány általános alapelvet vagy módszert. Ezek egyike a logikai táblázatok módszere is.

Mielőtt azonban a módszer szemléltetését végeznénk, előbb nézzünk át néhány dolgot a matematikai logika területéről.

A matematikában, és a logikában még inkább (többé vagy kevésbé elvonatkoztatott vagy szimbolikus nyelvezettel) az úgynevezett állítások vagy kijelentések formájában fogalmazunk. Ezek olyan nyitott mondatok, amelyek jól meghatározott dologra vonatkoznak, és vagy egyértelműen igazak, vagy egyértelműn hamisak. Az ilyen mondatokat elemi kijelentéseknek nevezzük. Minden elemi kijelentésnek van logikai éréke (igazságértéke), ez 1 ha az állítás igaz, és 0, ha az állítás hamis. Ahhoz, hogy összetett kijelentéseket képezzünk, az úgynevezett logikai műveletekre van szükségünk. Ezek a $\rceil$ (olvasd: non, a tagadás jele), az $\wedge$ (olvad: és, a konjunkció jele), $\vee$ (olvasd: vagy, a diszjunkció jele), $\Rightarrow$ (olvasd: következik, az implikáció jele), $\Leftrightarrow$ (olvasd: egyenértékű, az ekvivalencia jele). Az összetett kijelentéseknek is van logikai értékük, és ezek megállapítása érdekében, lebontjuk ezeket az elemi kijelentések igazság értékének a vizsgálatára. Az összetett kijelentések logikai értékeit táblázatok segítségével vizsgálják, és ez csak az őt összetevő elemi kijelentések logikai értékétől függ.

Akárcsak a matematika többi ága, a logika is axióma rendszerre épül. Emellett számos olyan alapelvet is megfogalmazunk, amelyek úgyszintén a gondolkodás törvényeit szabályozzák. Ilyenek: az *azonosság elve* (egy adott gondolatmenet folyamán minden kifejezést, kijelentést ugyanabban az értelemben használunk); *az ellentmondástalanság elve* (két, egymásnak azonos vonatkozásban ellentmondó kijelentés nem lehet egyidőben igaz); a *harmadik kizárás elve* (azonos körülmények között két, egymásnak ellentmondó kijelentés közül, az egyiknek igaznak kell lennie); *a kétszeres tagadás elve* (egy kijelentés kétszeres tagadása egyenértékű, az eredeti kijelentéssel); *az elégséges alap elve* (igaznak csak olyat fogadunk el, amit tapasztalati, gyakorlati illetve logikai úton megalapozott, mindent ami nem evidens, az elégséges okból levezetjük, tehát igazoljuk).

A felsoroltakon kívül még számos alapvető logikai elv létezik (pl. ekvivalencia-elv, lánc-szabály, leválasztási-elv, stb). Ezek - főként az életkori sajátosságoknak megfelelően - többé vagy kevésbé nyilvánvalóak, és úgymond automatikusan használjuk.

A leírtak mellet még szükségünk van, néhány alapvető relációelméleti fogalomra.

Egy reláció, két vagy több (nem feltétlenül különböző) halmaz elemei közötti kapcsolatot, viszonyt fejez ki. Ha az $A=\{a_1,a_2,...,a_n\}$ és $B=\{b_1,b_2,...,b_n\}$ megfelelő elemei relációban vannak egymással, akkor ezt gyakran az a_iRb_i vagy $a_i \sim b_i$ vagy (a_i,b_i) módon jelöljük, ahol $i\in\{1,2,...,n\}$. Azt, hogy egy halmaz elemei relációban vannak egy másik halmaz elemeivel, több féle képpen is szemléltethetjük: nyíldiagrammal (gráffal), betűkifejezésekkel (nyitott mondatokkal), Descares- féle relációs diagrammal, relációs táblázattal, stb.

A továbbiakban ezek közül a relációs táblázatot fogjuk használni, amit a logikai feladatok megoldása során logikai táblázatnak is mondunk. Amennyiben a táblázat négyzet alakú (tehát az A és B halmaznak ugyanannyi eleme van), úgy logikai négyzetnek mondjuk. Mint látni fogjuk, ezek olyan táblázatok amelyben két halmaz elemei között az úgynevezett elemi *összetartozásokat* (tehát, hogy a_iRb_i), illetve elemi *kizárásokat* (tehát, hogy a_i *nincs reációban* b_i*vel* $-$ *vel*) fogjuk valamilyen módon szemléltetni, és a logikai feladatokat így megoldani.

A relációknak olyan tulajdonságát szokták vizsgálni, mint a *reflexivítás* (aRa), *szimmetria* ($aRb \Rightarrow bRa$), *antiszimmetria* ($(aRb \wedge bRa) \Rightarrow a=b$) tranzitivítás vagy láncszabály ($(aRb \wedge bRc) \Rightarrow aRc$). Ezen axiómák alapján a relációk ekvivalencia és rendezési relációkra oszlanak, de ebben a témakörben nem mélyülünk bele.

A továbbiakban bemutatásra kerülő feladatok megoldása során, nem lesz szükségünk sem speciális logikai, sem speciális relációelméleti ismeretekre, elégségesek a már körvonalazott fogalmak.

A továbbiakban olyan feladatok megoldását mutatjuk be be, amelyeket a III.- VIII. osztályos tanulók is megértenek, hiszen hasonlókat feladatokat kaptak néhány hazai, külföldi és anyaországi matematikai versenyen.

Shakespeare „*Velencei kalmár”*című művében Portiának volt három ládikája – egy arany, egy ezüst és egy ólom – amelyek egyikébe Portia képe rejtőzött. Kérőjének választania kellett egyet a ládikák közül, és ha elég szerencsés (vagy bölcs) volt, ahhoz, hogy a képet tartalmazó ládikát válassza, akkor igényt tarthatott Portia kezére. A ládikákon levő egy- egy felírat segítette a kérőt a bölcs választásban.

1. példa

A Portia három ládikáján a következő felíratok vannak:

Az aranyon: A kép ebben a ládikában van

Az ezüstön: A kép nem ebben a ládikában van

Az ólmon: A kép nem az arany ládikában van

Portia azt is közölte, hogy a legfeljebb egy állítás igaz. Nos, melyik ládikót válassza a kérő, hogy igényt tarthasson Portia kezére?

Megoldás

A feliratok mindegyike lehet hamis, ezt 0, 0, 0 módon jelöljük. Lehet, hogy pontosan egyik állítás igaz, ekkor 1, 0, 0 illetve 0, 1, 0 illetve 0, 0, 1 jelölést használunk aszerint, hogy az állítás az első, a második vagy a harmadik ládikán igaz. Ezeket a számokat logikai értékeknek nevezzük, és eszerint állapítjuk meg a felíratok igazságértékét, amiket a következő táblázatba foglalunk össze. Az A, E illetve Ó jelek az arany, az ezüst és az ólom ládikákat jelölik.

Logikai érték	A felíratok logikai szerkezete	Konklúzió
0 0 0	(E ∨ Ó) ∧ E ∧ A	lehetetlen
1 0 0	A ∧ E ∧ A	lehetetlen
0 1 0	(E ∨ Ó) ∧ (A ∨ Ó) ∧ A	lehetetlen
0 0 1	(E ∨ Ó) ∧ E ∧ (E ∨ Ó)	E

Az első három esetben ellentmondáshoz jutottunk, a negyedik esetből pedig az derült ki, hogy a kép az ezüst ládikában van.

A feladatot egy másik típusú logikai táblázattal is megoldhatjuk. Jelölje K a képet, és Ü azt, hogy az illető ládikó üres. Mivel két üres ládikó lehet, ezért a következő táblázatot készíthetjük el:

A ládikák tartalma	A felíratok logikai értéke			Konklúzió
	A	E	Ó	
K ∧Ü ∧Ü	1	1	0	lehetetlen
Ü∧ K∧ Ü	0	0	1	E
Ü∧ Ü ∧K	0	1	1	lehetetlen

Két esetben azzal kerültünk ellentmondásba, hogy a három felírat közül legfeljebb csak egy igaz, egy esetben ugyanazt a választ kaptuk, mint az előbb.

2. példa

A Portia három ládikáján a következő feliratok vannak:
Az aranyon: A kép nem az ezüst ládikában van
Az ezüstön: A kép nem ebben a ládikában van
Az ólmon: A kép ebben a ládikában van

Portia azt is közölte, hogy a legalább egy állítás igaz, és legalább egy hamis. Nos, melyik ládikót válassza a kérő, hogy igényt tarthasson Portia kezére?

Megoldás

Az első megoldás az előzőhöz hasonló, de ezúttal 6 lehetőséget kell vizsgálnunk:

Logikai érték	A felíratok logikai szerkezete	Konklúzió
0 0 1	E ∧ E ∧ Ó	lehetetlen
0 1 0	E ∧ (A ∨ Ó) ∧ (A ∨ E)	lehetetlen
1 0 0	(A ∨ Ó) ∧ E ∧ (A ∨ E)	lehetetlen
1 1 0	(A ∨ Ó) ∧ (A ∨ Ó) ∧ (A ∨ E)	A
1 0 1	(A ∨ Ó) ∧ E ∧ Ó	lehetetlen
0 1 1	E ∧ (A ∨ Ó) ∧ Ó	lehetetlen

Tehát a felírat igaz az arany és az ezüst ládikán, hamis az ólom ládikón, és a kép az arany ládikában van. Egy második megoldás a következő:

A ládikák tartalma	A felíratok logikai értéke			Konklúzió
	A	E	Ó	
K∧ Ü∧ Ü	1	1	0	A
Ü∧ K∧ Ü	0	0	0	lehetetlen
Ü∧ Ü∧ K	1	1	1	lehetetlen

Itt azzal kerültünk ellentmondásra, hogy legalább az egyik állítás igaz, és legalább az egyik állítás hamis.

Franck Stockton *„A hölgy vagy a tigris”* című történetében, egy rabnak két szoba között kellett választania, az egyikben egy hölgy, a másikban egy tigris található. Ha az előbbit választja, akkor feleségül veheti a hölgyet, ha az utóbbit, akkor (valószínűleg) felfalja őt a tigris. Egy gazdag országnak a királya megkedvelte ezt az ötletet, és Ő is ezt alkalmazta a rabjaira.

3. példa

A szobák ajtóin a felíratok a következők:
I. szoba: Legalább az egyik szobában hölgy van
II. szoba: A másik szobában tigris van

A király azt is közölte, hogy vagy mindkét állítás igaz, vagy mindkét állítás hamis. A szobákban pedig vagy hölgy, vagy tigris van, bármelyik összetételben. Nos, melyik szobát válassza a rab?

Megoldás

Ez a feladat is megoldható az előző feladatoknál alkalmazott első módszerrel, de mivel az elvontabb, csupán a bemutatott második módszert alkalmazzuk. Jelölje H1 illetve H2 azt, hogy az első illetve második szobában hölgy van. Hasonlóan T1 illetve T2, a tigrisre vonatkozóan. Megvizsgáljuk a felíratok logikai értékét, a szobák tartalmának a függvényében. A következő logikai táblázat készíthető:

A szobák tartalma	A felíratok logikai értéke		Konklúzió
	I. szoba	II. szoba	
H1 $\wedge$ H2	1	0	lehetetlen
H1 $\wedge$ T2	1	0	lehetetlen
T1 $\wedge$ H2	1	1	H2
T1 $\wedge$ T2	0	1	lehetetlen

Tehát a hölgy a II. szobában van, az I. szobában pedig tigris van.

4. példa

A szobák ajtóin a felíratok a következők:

I. szoba: Mindkét szobában hölgy van

II. szoba: Mindkét szobában hölgy van

A király még azt is közölte, hogy ha az első szobában hölgy van, a felírat igaz, ha tigris van, a felarat hamis. Ha a második szobában hölgy van, akkor a felírat hamis, ha tigris van, akkor igaz. A szobákban pedig vagy hölgy vagy tigris van, bármelyik összetételben. Nos, melyik szobát válassza a rab?

Megoldás

A király által közölt feltételeket sematizáljuk így:

$$H1 \to 1,\ T1 \to 0,\ H2 \to 0,\ T2 \to 1$$

Az előző feladat megoldási módszeréhez hasonlóan, ezúttal is a következő logikai táblázatot készítjük el:

A szobák tartalma	A felíratok logikai értéke		Konklúzió
	I. szoba	II. szoba	
H1 $\wedge$ H2	1	1	lehetetlen
H1 $\wedge$ **T2**	0	**0**	lehetetlen
T1 $\wedge$ H2	0	0	H2
T1 $\wedge$ T2	0	0	lehetetlen

Minden sorban kihangsúlyoztuk azt a szobatartalmat és azt a logikai értéket, amelyek ellentmondóak (ellentmondanak a király által közölt feltételeknek). Tehát az első szobában tigris, a másodikban hölgy van.

5. példa

A király ezúttal három szobát használt fel, az ajtókra a következő feliratokat tette:

I. szoba: A II. szobában tigris van

II. szoba: Ebben a szobában tigris van

III. szoba: Az I. szobában tigris van

A király közölte, hogy egy hölgyet, és két tigrist rejtett el, továbbá a hölgy szobáján a felírat igaz, a tigriseket tartalmazó szobán legalább egyik felírat hamis. Nos, melyik szobát válassza a rab?

Megoldás

Készítsünk az előzőekhez hasonló logikai táblázatot:

A szobák tartalma	A felíratok logikai értéke			Konklúzió
	I. szoba	II. szoba	III. szoba	
H1 ∧ T2 ∧ T3	1	1	0	H1
T1 ∧ **H2** ∧ T3	0	0	1	lehetetlen
T1 ∧ T2 ∧ H3	1	1	1	lehetetlen

Minden sorban kihangsúlyoztuk azt a szobatartalmat és azt a logikai értéket amelyek ellentmondóak (ellentmondanak a király által közölt feltételeknek). Tehát az első szobában hölgy, a második kettőben pedig tigris van.

6. példa

A szobák ajtóin a felíratok a következők:

I. szoba: A III. szoba üres

II. Az I. szobában tigris van

III. Ez a szoba üres

A király közölte, hogy a szobák egyike üres, másikban hölgy, illetve tigris van. Továbbá közölte, hogy ha a szobában hölgy van, akkor a felirat igaz, ha tigris van, akkor a felirat hamis, ha üres, akkor lehet akár igaz, akár hamis. Melyik szobában található a hölgy, illetve a tigris?

Megoldás

Elkészítjük a logikai táblázatot, de figyelembe kell vennünk a hölgy- tigris- üres tartalmak összes elrendezési lehetőségét.

A szobák tartalma	A felíratok logikai értéke			Konklúzió
	I. szoba	II. szoba	III. szoba	
H1 ∧ T2 ∧ Ü3	1	0	1	H1
H1 ∧ Ü2 ∧ T3	0	0	0	lehetetlen
T1 ∧ H2 ∧ Ü3	1	1	1	lehetetlen
Ü1 ∧ H2 ∧ T3	0	0	0	lehetetlen
T1 ∧ Ü2 ∧ H3	0	1	0	lehetetlen
Ü1 ∧ T2 ∧ H3	1	0	0	lehetetlen

Tehát a hölgy az I. szobában, a tigris a II. szobában van.

Minden sorban kihangsúlyoztuk azt a szobatartalmat és azt a logikai értéket, amelyek ellentmondóak (ellentmondanak a király által közölt feltételeknek).

7. példa

András, Béla és Csaba arra fogadtak, hogy a barátságos labdarugó tornán, résztvevő három csapat – az FTC, az MTK, a Vasas és a Honvéd – milyen eredményt fog elérni:

(a) András: a győztes vagy az FTC vagy az MTK lesz

(b) Béla: az FTC nem lesz első

(c) Csaba: sem a MTK sem a Honvéd nem lesz első.

A labdarugó torna végén kiderült, hogy pontosan az egyikük állítása igaz. Melyik csapat nyerte a tornát?

Megfejtés: Készítsük el következő logikai táblázatot. Jelöljük a táblázatban + jellel azokat a csapatokat, amelyek a kijelentések szerint megnyerhetik a tornát.

Név\Csapat	FTC	MTK	Vasas	Honvéd
András	+ (1-a)	+ (1-a)		
Béla		+ (2-b)	+ (2-b)	+ (2-b)
Csaba	+ (3-c)		+ (3-c)	

Az (a) állítás alapján beírtuk a + jelt az (1-a) mellé, a (b) állítás alapján a (2-b) mellé, a (c) állítás alapján pedig a (3-c) mellé. Mivel, csak az egyiküknek volt igaza, ezért a negyedik oszlopban szereplő + jel arra utal, hogy a tornát a Honvéd csapata nyerte meg.

8. példa

Városunkban minden hétfőn zárva tart a húsbolt, kedden a háztartási bolt, csütörtökön a cipész. A látszerész csak hétfőn, szerdán és pénteken van nyitva. Vasárnap minden üzlet zárva van.

Egyszer négy barátnő – Anna, Irma, Klára és Sára – bevásárolni ment, mindegyik csak egy- egy, de más- más boltba. Útközben így beszélgették meg ügyes bajos dolgaikat:

(a) Anna: Sárával már korábban el akartunk menni, de ezen a héten, de egyetlen olyan nap sem volt, amikor mindketten el tudtuk volna végezni a bevásárlást

(b) Irma: ma nem akartam eljönni otthonról, de holnap már nem kapnám meg azt amit keresek

(c) Klára: tulajdonképpen én tegnap vagy tegnapelőtt is bevásárolhattam volna

(d) Sára: én tegnap vagy holnap is vásárolhatnék

Ki melyik üzletben akar bevásárolni?

Megoldás

Először is készítsük el az egyes üzletek nyitvatartási rendjét.

Ezt, a jobb áttekinthetőség kedvéért a következő táblázatba foglaltuk össze, ahol az egyes napokat a nevük kezdőbetűjével, azt pedig, hogy nincs nyitva, az X-el jelöltük.

bolt/nap	**H**	**K**	**Sze**	**Cs**	**P**	**Szo**	**V**
Húsbolt	X						X
Háztartási		X					X
Cipész				X			X
Látszerész		X		X		X	X

A táblázatból könnyen leolvasható, hogy a vásárlási nap vagy egy szerdai vagy pénteki nap lehetett. De a pénteki nap nem lehet, mert akkor az (a) szerint ez ellentmondás, hiszen a szerdai napon is elvégezhették volna a vásárlást, de az (a) éppen az ellenkezőjét állítja.

Tehát a vásárlás napja szerdára esik. Annak a megállapítása céljából, hogy ki melyik üzletbe ment vásárolni, készítsük el a következő logikai táblázatot, ami ebben az esetben éppen logikai négyzet.

Bolt/Név	Anna	Irma	Klára	Sára
Húsbolt	–	–	–	**+** (2-d)
Háztartási		–	–	–
Cipész	–	–	**+** (1-c)	–
Látszerész	–	+ (3-b)	–	–

Leghamarabb a (c) alapján az (1-c) írható be, így + jellel jelöltük meg a (Klára- Cipész) összetartozást, és ennek a sorába illetve oszlopába a − jelt tettük, mint elemi kizárásokat. Ezután a (2-d) beírása következett, ahova szintén a + jel került, mint a (Sára- Húsbolt) összetartozás szimbóluma. Ennek az oszlopába illetve sorába ahol nincsen, szintén a − elemi kizárások jele került. Ezt követően a + (3-b) beírása is megtörténhet, és ennek a sorába illetve az oszlopába szintén a − jelt írjuk, tehát újabb összetartozás az (Irma- Látszerész). És végül, csak az (Anna- Háztartási bolt) összetartozás mezője maradt üres. Így hát a táblázatból leolvasható, hogy Klára a cipésznél, Sára a húsboltba, Irma a látszerésznél és Anna a háztartási boltba vásárolt.

Természetesen, a táblázat más sorrendben is kitölthető, de az eredmény mindenképpen ugyan ez.

9. példa

Arthur király, életének 30. nyarára, lovagi tornára hívta össze 5 legderekabb vitézét: Sir Lancelotot, Sir Gauwainet, Sir Gryest, Sir Marhaust és Sir Genawant. A torna a következő képen zajlott: a torna folyamán, senki sem küzdött kétszer, ugyanazzal az ellenféllel, és senki sem küzdött 2-nél többször. Tudjuk még, hogy:

(1) Sir Genawan nem vállalta a III. viadalát Sir Gryessel.
(2) Sir Marhaus csak Sir Lancelottal küzdött.
(3) Sir Gryest kitiltották a tornáról, mert orvul támadt ellenfelére.

Ki kivel küzdött?

Megoldás

Elkészítjük a következő logikai négyzetet, ahol **×** azt jelenti, hogy nem küzdöttek, és **o** azt jelenti, hogy megküzdöttek egymással. A megoldás jobb áttekinthetősége végett az egyes oszlopokat 1, 2, 3, 4, 5 számokkal, az egyes sorokat az A, B, C, D, E betűkkel jelöljük meg.

		1	**2**	**3**	**4**	**5**
		Lancelot	Gauwaine	Marhaus	Genawan	Gryes
A	Lancelot	×	×	**o**	**o**	×
B	Gauwaine	×	×	×	**o**	**o**
C	Marhaus	**o**	×	×	×	×
D	Genawan	**o**	**o**	×	×	×
E	Gryes	×	**o**	×	×	×

Senki sem küzdött önmagával, tehát A1, B2, C3, D4, E5→ ×; (2) ⇒ C1, A3 → **o**, C2, C4, C5, B3, D3, E3→×; (1) ⇒ D5, E4→×. Genawan a II. viadalát nem vállalta, ezért 2 viadala volt, így D1, D2, A4, B4 → **o**. Lancelotnak már 2 viadala van, ezért Gauwainnel és Gryssel nem vívhat, így A2, A5, B1, E1 → ×. (3) ⇒ Gryes eddig senkivel sem küzdött, de mivel orvul támadt ellenfelére, valakivel vívnia kellett, és a táblázatban csak E2, B5 → **o** maradt.

Megjegyzés: az „x megküzdött y-nal" reláció szimmetrikus, tehát akkor „y megküzdött x-el" is igaz, hiszen ketten együtt küzdöttek. Ilyen esetben tehát az x és az y illetve az y és az x találkozásához o szimbólumot tettünk.

10. példa

Egy papírlapra négy síkidomot rajzoltunk: egyik háromszög, másik téglalap, harmadik kör, a negyedik négyzet alakú. Minden idom más- más színű: zöld, sárga, piros vagy kék. Milyen sorrendben helyezkednek el az idomok és melyik milyen színű, ha tudjuk, hogy:

(a) a piros idom közvetlenül a zöld és a kék között van
(b) A sárga idomtól jobbra a téglalap van
(c) A kör jobbra van a háromszögtől és a téglalaptól is
(d) A téglalap nincs a szélen
(e) A kék idom nincs a sárga mellett
(f) A háromszög nem sárga

Megoldás

Először is állapítsuk meg az idomok elhelyezkedésében a sorrendet. Az (a) alapján a sorrend kék, piros, zöld vagy zöld, piros, kék. Az (e) állítással egybevetve a sorrend kék, piros, zöld, sárga (1) vagy (sárga, zöld, piros, kék (2). Ellenben a (b) alapján a (1) eset nem lehetséges, hiszen a sárga idomtól jobbra nincs más színű idom. Készítsük el a következő logikai táblázatot, ami ezúttal logikai négyzet is:

Idom\Szín	Sárga (I.)	Zöld (II.)	Piros (III.)	Kék (IV.)
Háromszög	– (9-f)	– (5)	+ (10)	– (8-c)
Téglalap	– (1-d)	+ (3-b)	– (4)	– (2-d)
Kőr	– (15)	– (6)	– (11)	+ (13-c)
Négyzet		– (7)	– (12)	– (14)

A kitöltést az (1-d) alapján kezdtük, és a számok sorrendjében következett a (7)-ig. Ezután a (8-c) és (9-f) beírása nyilvánvaló. Innen folytatólagosan a (10) marad, majd a (11) és (12) következik. A (c) alapján a kőr nem lehet sárga, így a (13-c) következik, majd a (14), (15). A táblázatból kiolvashatók az egyes alakzatok színe.

11. példa

Az iskolai asztaltenisz bajnokság után Anna, Bea, Cili, Dóri és Eszter így nyilatkoztak:

(a) Anna: Dóri a második lett, sajnos én csak a harmadik lettem
(b) Bea: első lettem, Cili pedig a második
(c) Cili: harmadik lettem, szegény Bea utolsó lett
(d) Dóri: második lettem, Eszter lecsúszott a negyedik helyre
(e) Eszter: egyetlen versenyzőt sikerült megelőznöm, de jó Annának, mert ő lett az első

Utólag kiderült, hogy mindegyik lány esetén csak az egyik állítás igaz. Állítsd össze a verseny helyezési listáját.

Megoldás

Jelölje a1 illetve a2 az (a) állítások közül az első, illetve a második állítást. Teljesen hasonló jelölést használunk a többi állítás esetén is. Mivel túl sok információval állunk szembe, ezért nem tudunk közvetlenül logikai táblázatot használni, előbb egyszerűsíteni kellene a feltételek adta információkat. Vegyük észre, hogy a d2 és a e1 ugyanazt fejezik ki.

Feltételezzük, hogy ez a két állítás hamis. Ekkor d1 és e2 igaz. Ezért a d1-gyel ellentmondó b2 állítás hamis, így a b1 igaz. De ez ellentmond az e2-nek, mert így ketten vannak a IV. helyen. Tehát mind a d1 mind az e2 állítás igaz. Most készítsük el a következő logikai táblázatot:

Róla\Kijelenti	Anna	Bea	Cili	Dóri	Eszter
Anna	III. i (6-a1)				I. h (3-e2)
Bea		I. h (9-b1)	V. i (8-c2)		
Cili		II. i (5-b2)	III. h (7-c1)		
Dóri	II. h (10-a2)			II. h (4-d1)	
Eszter				IV. i (1-d2)	IV. i (2-e1)

A táblázatba oszloponként írjuk be az egyes leány által megfogalmazott mindkét állítást. A helyezéseket I., II., III., IV., V. számokkal jelöljük. Továbbá 1, 2, …, 10 jelöli az egyes mezők kitöltési sorrendjét, melléje írjuk azt az állítást amelyik szerint igaz, vagy hamis. Ezután beírjuk az i vagy a h betűket, figyelembe véve, hogy egy adott személy két állítása közül pontosan egyik igaz. Az előzőekben megállapítottak szerint d2 és e1 egyidőben igaz, tehát Eszter a IV. helyezést érte el. A táblázat alapján továbbá leolvasható, hogy Anna a III., Bea az V., Cili a II, és végül Dóri az I. helyezést érte el.

12. példa

Öt különböző színű, egymás mellett elhelyezkedő házban, öt nemzetiségű ember lakik, és mindegyiknek megvan a saját háziállata, kedvenc itala és édessége. Még tudjuk, hogy:

a) Az angol a piros házban lakik
b) A spanyolnak kutyája van
c) A zöld házban kávét isznak
d) Az orosz teát iszik
e) Ha a házakkal szembe állsz, a barna ház közvetlen a zöld ház jobbján van
f) Az angol szomszédja tortát eszik
g) A sárga házban pudingot esznek
h) A középső házban tejet isznak
i) A norvég az első házban lakik
j) A tortát evő szomszédja rókát tart
k) A pudingot evő szomszédjának lova van
l) Aki kekszet eszik, narancslevet iszik
m) Aki fagyit eszik, a kertjében csigákat tart
n) A norvég a kék ház szomszédságában lakik
o) A japán gyümölcssalátát eszik

Ki iszik vizet, és kinek van zebrája?

Megoldás

A logikai táblázat elkészítése eléggé körülményesnek tűnik, ugyanis nem csak egy relációról van szó, ugyanis a feladatban szó van házszínről, nemzetiségről, kedvenc ételről, kedvenc italról, és kedvenc állatról. Így ezúttal egy összetett logikai táblázatot fogunk készíteni, de azelőtt szükségünk van arra az információra, hogy a balról jobbra sorban elhelyezkedő házak milyen színűek? Ezt az egyes állításokból tudjuk kikövetkeztetni, például így: az (i) és (n) alapján a II. ház kék (1). Az (i) és (a) alapján az I. ház nem piros (2). A (c) és (h) alapján a III. ház nem zöld (3). Az (1), (2), (3) és (e) alapján (a IV. ház zöld) és (az V. ház barna) (4). Tehát a házak színe balról jobbra:

I. Sárga, II. Kék, III. Piros, IV. Zöld, V. Barna

Ennek az információnak a birtokában elkészítjük a következő összetett logikai táblázatot, amelyben az 1, 2,… számok az illető mező kitöltésének a sorrendjét jelöli, az a, b, c,… betűk pedig a megadott információk közül felhasznált információt jelöli, amink alapján az illető mezőt kitöltöttük.

Házszín	Sárga	Kék	Piros	Zöld	Barna
Nemzetiség	Norvég (5-i)	Orosz (8-d)	Angol (1-a)	Japán (9-o)	Spanyol (10)
Étel	Puding (3-g)	Torta (8-d)	Fagyi (13)	Gyümölcs (9-o)	Keksz (7-l)
Ital		Tea (8-d)	Tej (4-h)	Kávé (2-c)	Narancslé (7-l)
Állat	Róka (15-j)	Ló (6-k)	Csiga (14-m)		Kutya (11-b)

Tehát a norvég iszik vizet, és a japán tart zebrát. Természetesen a táblázat kitöltése nem ment ilyen gördülékenyen, mint ahogyan most, a kitöltött állapotban látjuk. A 7. lépésig a kitöltés valóban gördülékenyen megy, ellenben a táblázatban látható (7-l) kitöltés okozza az első komoly problémát. Éppen ezért megjegyezzük a következőket: a (keksz- narancslé) „társítás" csak a kék vagy a barna oszlopba talál (az 1., 2.,…,6. lépések után nem marad máshol hely). Ha a társítás a „kék oszlopba" jut, akkor a (japán- gyümölcssaláta) társítás, ami szintén együtt írandó be, „nem fér be" a táblázatba. Marad tehát, hogy a (keksz- narancslé) társítást a „barna oszlopba” írjuk, de ekkor a (japán- gyümölcssaláta) társítás csak a „zöld oszlopba” „fér be”. Innen a folytatás a táblázatban már könnyűszerrel beírható.

Természetesen a táblázatnak más kitöltési sorrendje is létezik, és ugyanehhez az eredményhez vezet.

A bemutatott megoldott feladatok csupán csak ízelítőt képeznek azon feladatmegoldási módszer sokszínűségéből, amit a logikai táblázatok módszerénél alkalmazhatunk. De mindemellett reméljük, hogy a szemléltetések nagymértékben hozzájárultak ahhoz, hogy az érdeklődő Olvasónak megoldási tippeket, ötleteket, és miért ne éppen módszereket nyújtsanak a hasonló típusú logikai feladtok megoldásához.

A leírtak jobb elmélyítése véget, az érdeklődő Olvasónak javasoljuk, hogy a bemutatott módszerekkel oldja meg a következő feladatokat:

1. A szobák ajtóin a felíratok a következők:

I. szoba: Ebben a szobában hölgy, a másikban tigris van

II. szoba: Egyik szobában hölgy, a másikban tigris van

A király azt is közölte, hogy egyik állítás igaz, a másik állítás pedig hamis. A szobák bármelyikében vagy tigris, vagy hölgy van. Nos, melyik szobát válassza a rab, hogy a hölgyet találja el, és vele együtt megmenekülhessen?

2. A szobák ajtóin a felíratok a következők:

I. szoba: Ebben a szobában tigris, a másikban hölgy van

II. szoba: A másik szobában hölgy van

A király azt is közölte, hogy mindkét állítás vagy hamis, vagy mindkét állítás igaz. A szobák bármelyikében vagy tigris, vagy hölgy van. Nos, melyik szobát válassza a rab, hogy a hölgyet találja el, és vele együtt megmenekülhessen?

3. A szobák ajtóin a felíratok a következők:

I. szoba: Legalább az egyik szobában hölgy van

II. szoba: A másik szobában hölgy van

A király azt is közölte, hogy ha az első szobában hölgy van, akkor a felirat igaz, ha pedig tigris van, akkor a felirat hamis. Ellenben, a második szobában, ha hölgy van, akkor a felirat hamis, ha pedig tigris van, akkor a felirat igaz . A szobák bármelyikében vagy tigris, vagy hölgy van. Nos, melyik szobát válassza a rab, hogy a hölgyet találja el, és vele együtt megmenekülhessen?

4. A szobák ajtóin a felíratok a következők:

I. szoba: Mindegy, hogy melyik szobát választod

II. szoba: A másik szobában hölgy van

A király azt is közölte, hogy ha az első szobában hölgy van, akkor a felirat igaz, ha pedig tigris van, akkor a felirat hamis. Ellenben, a második szobában, ha hölgy van, akkor a felirat hamis, ha pedig tigris van, akkor a felirat igaz . A szobák bármelyikében vagy tigris, vagy hölgy van. Nos, melyik szobát válassza a rab, hogy a hölgyet találja el, és vele együtt megmenekülhessen?

5. A szobák ajtóin a felíratok a következők:

I. szoba: Nem mindegy, hogy melyik szobát választod

II. szoba: Jobban jársz, ha a másik szobát választod

A király azt is közölte, hogy ha az első szobában hölgy van, akkor a felirat igaz, ha pedig tigris van, akkor a felirat hamis. Ellenben, a második szobában, ha hölgy van, akkor a felirat hamis, ha pedig tigris van, akkor a felirat igaz . A szobák bármelyikében vagy tigris, vagy hölgy van. Nos, melyik szobát válassza a rab, hogy a hölgyet találja el, és vele együtt megmenekülhessen?

6. A szobák ajtóin a felíratok valamilyen sorrendben a következők:

1. felirat: Ebben a szobában tigris van

2. felirat: Mindkét szobában tigris van

A király azt is közölte, hogy ha az első szobában hölgy van, akkor a felirat igaz, ha pedig tigris van, akkor a felirat hamis. Ellenben, a második szobában, ha hölgy van, akkor a felirat hamis, ha pedig tigris van, akkor a felirat igaz . A szobák bármelyikében vagy tigris, vagy hölgy van. Nos, melyik szobát válassza a rab, hogy a hölgyet találja el, és vele együtt megmenekülhessen?

7. A király ezúttal három szobát használt fel, az ajtókra a következő feliratokat tette:

I. szoba: Ebben a szobában tigris van

II. szoba: Ebben a szobában hölgy van

III. szoba: A második szobában tigris van

A király közölte, hogy egy hölgyet, és két tigrist rejtett el, továbbá az ajtókon levő állítások közül legfeljebb egy állítás igaz. Nos, melyik szobát válassza a rab?

8. Bokor, Pogány, Regős, Szegő tehetséges művészek. Az egyik színész, a másik festő, van köztük karmester és író is, valamilyen sorrendben. Még tudjuk, hogy

(1) Bokor és Regős előző este a karmester koncertjét hallgatták meg

(2) Pogányról és az íróról a festőművész portrét készített

(3) Az író, akinek Szegőről szóló életrajzi regénye nagy sikert aratott, azt tervezi, hogy Bokorról is regényt ír

(4) Bokor nem ismeri Regőst, sohasem hallott róla.

Kinek mi a foglalkozása?

9. Négy ember vezetékneve Kanász, Halász, Vadász és Madarász. A foglalkozásuk valamilyen sorrendben kanász, halász, vadász és madarász. Még tudjuk, hogy a Kanász nem halász, a Madarász nem kanász és nem halász, valamint egyikük foglalkozása sem egyezik a vezetéknevükkel. Kinek mi a foglalkozása?

10. Egy csoportban beszélgetnek. Ősz sportmester, Szőke labdarúgó edző és egy Vörös nevű szurkoló. Egyik közülük, aki szőke hajú volt azt mondja: - Lám, egyikünk ősz, másikunk vörös, harmadik pedig szőke. De a hajszín egyikünknél sem felel meg a névnek. Igazam van?

- Igen, feleli a sportmester. Milyen színű haja van az edzőnek?

11. Három munkás vezetékneve Kőműves, Kovács, Lakatos. Foglalkozásukat tekintve Kőműves nem kőműves, Kovács nem kovács, Lakatos pedig nem lakatos és nem is kovács. Mégis, közülük az egyik kovács, a másik lakatos, a harmadik kőműves. Kinek mi a foglalkozása?

12. György, János és Péter három tanulónak az utóneve. A vezetéknevük szintén György, János és Péter, de egyiknek sem ugyanaz a vezetékneve mint az utóneve. Ha tudjuk, hogy János vezetékneve nem Péter, hogyan hívják a három tanulót?

13. Sándor, Péter és Karcsi egy-egy színes ceruzát: piros, sárga illetve kék színűt kapnak oly módon, hogy egy gyermeknek egy ceruza jut. Sándor ceruzája nem piros és nem kék, Karcsi pedig nem kap piros ceruzát. Kinek milyen színű a ceruzája?

14. Öt dobozban – egy fehér, egy fekete, egy piros, egy kék és egy zöld – ugyanilyen színű golyók vannak párosával. Melyik dobozban, melyik két színű golyó van, ha tudjuk, hogy:

a) egyik golyó sincs a vele azonos színű dobozban

b) a piros dobozban nincs kék golyó

c) a fehér vagy a fekete dobozba egy piros és egy zöld golyó került

d) a fekete dobozba egy kék és egy zöld golyó van

e) az egyik dobozban fehér és kék golyó van

f) a kék dobozban egy fekete golyó van.

15. Egy iskolában a biológia, földrajz, angol, francia, történelem és matematika órákat három tanár tanítja: Magyar, Lantos és Tatár. Ki milyen szakos tanár, ha tudjuk még, hogy:

a) mindegyikük két- két tárgyat tanít

b) a földrajz- és franciatanár szomszédok

c) Magyar a legfiatalabb közöttük

d) Mindhárman – Tatár, a biológia tanár és a francia tanár – ugyanazon az úton járnak munkába
e) a biológia tanár idősebb a matematika tanárnál
f) szabad idejében az angol tanár, a matematika tanár és Magyar szívesen kártyázik, ha találnak egy negyedik játékost.

Jó feladatmegoldást, kellemes és hasznos időtöltést kívánunk!