

A LOGIKAI TÁBLÁZAT MÓDSZERE

II. rész

Tuzson Zoltán tanár, Székelyudvarhely

7. példa

András, Béla és Csaba arra fogadtak, hogy a barátságos labdarugótornán résztvevő négy csapat – az FTC, az MTK, a Vasas és a Honvéd – milyen eredményt fog elérni:

(a) András: a győztes vagy az FTC vagy az MTK lesz.

(b) Béla: az FTC nem lesz első.

(c) Csaba: sem a MTK sem a Honvéd nem lesz első.

A labdarugótorna végén kiderült, hogy pontosan az egyikük állítása igaz. Melyik csapat nyerte a tornát?

Megoldás

Készítsük el a következő logikai táblázatot. Jelöljük a táblázatban + jellel azokat a csapatokat, amelyek a kijelentések szerint megnyerhetik a tornát.

Név/Csapat	FTC	MTK	Vasas	Honvéd
András	+ (1-a)	+ (1-a)		
Béla		+ (2-b)	+ (2-b)	+ (2-b)
Csaba	+ (3-c)		+ (3-c)	

A táblázatban 1, 2, 3 jelöli az egyes mezők kitöltési sorrendjét, és mellé írjuk azt az állítást, amelyik szerint a csapat nyerhet.

Az (a) állítás alapján beírtuk a + jelt az (1-a) mellé, a (b) állítás alapján a (2-b) mellé, a (c) állítás alapján pedig a (3-c) mellé. Mivel, csak az egyiküknek volt igaza, ezért a negyedik oszlopban szereplő + jel arra utal, hogy a tornát a Honvéd csapata nyerte meg.

8. példa

Városunkban minden hétfőn zárva tart a húsbolt, kedden a háztartási bolt, csütörtökön a cipész. A látszerész csak hétfőn, szerdán és pénteken van nyitva. Vasárnap minden üzlet zárva van. Egyszer négy barátnő – Anna, Irma, Klára és Sára – bevásárolni ment, mindegyik csak egy-egy, de más-más boltba. Útközben így beszéltek meg ügyes-bajos dolgaikat:

(a) Anna: Sárával már korábban el akartunk menni, de ezen a héten egyetlen olyan nap sem volt, amikor mindketten el tudtuk volna végezni a bevásárlást.

(b) Irma: Ma nem akartam eljönni otthonról, de holnap már nem kapnám meg azt, amit keresek.

(c) Klára: Tulajdonképpen én tegnap vagy tegnapelőtt is bevásárolhattam volna.

(d) Sára: Én tegnap vagy holnap is vásárolhatnék.

Ki melyik üzletben akar bevásárolni?

Megoldás

Először készítsük el az egyes üzletek nyitvatartási rendjét. Ezt, a jobb áttekinthetőség kedvéért a következő táblázatba foglaltuk össze, ahol az egyes napokat a nevük kezdőbetűjével, azt pedig, hogy nincs nyitva, X-szel jelöltük.

bolt/nap	H	K	Sze	Cs	P	Szo	V
Húsbolt	X						X
Háztartási		X					X
Cipész				X			X
Látszerész		X		X		X	X

A táblázatból könnyen leolvasható, hogy a vásárlási nap vagy szerdai vagy pénteki nap lehetett. De a pénteki nap nem lehet, mert akkor az (a)-val ellentmondás, hiszen a szerdai napon is elvégezhetők volna a vásárlások, de az (a) éppen az ellenkezőjét állítja. Tehát a vásárlás napja szerdára esik.

Annak a megállapítása céljából, hogy ki melyik üzletbe ment vásárolni, készítsük el a következő logikai táblázatot, ami ebben az esetben éppen logikai négyzet.

Bolt/Név	Anna	Irma	Klára	Sára
Húsbolt	–	–	–	+ (2-d)
Háztartási	–	–	–	–
Cipész	–	–	+ (1-c)	–
Látszerész	–	+ (3-b)	–	–

Leghamarabb a (c) alapján az (1-c) írható be, így + jellel jelöltük meg a (Klára-Cipész) összetartozást, és ennek a sorába, illetve oszlopába a – jelt tettük, mint elemi kizárásokat. Ezután a (2-d) beírása következett, ahova szintén a + jel került, mint a (Sára-Húsbolt) összetartozás szimbóluma. Ennek az oszlopába, illetve sorába ahol nincsen, szintén a – elemi kizárások jele került. Ezt követően a + (3-b) beírása is megtörténhet, és ennek a sorába, illetve az oszlopába szintén a – jelt írjuk, tehát újabb összetartozás az (Irma-Látszerész). És végül, csak az (Anna-Háztartási bolt) összetartozás mezője maradt üres. Így hát a táblázatból leolvasható, hogy Klára a cipésznél, Sára a húsboltban, Irma a látszerésznél és Anna a háztartási boltban vásárolt.

Természetesen, a táblázat más sorrendben is kitölthető, de az eredmény mindenképpen ugyanez.

9. példa

Arthur király, életének 30. nyarára, lovagi tornára hívta össze öt legderekabb vitézét: Sir Lancelotot, Sir Gauwainet, Sir Gryest, Sir Marhaust és Sir Genawant. A torna a következőképpen zajlott: senki sem küzdött kétszer ugyanazzal az ellenféllel, és senki sem küzdött kettőnél többször. Tudjuk még, hogy:

- (1) Sir Genawan nem vállalta a II. viadalát Sir Gryessel.
- (2) Sir Marhaus csak Sir Lancelottal küzdött.
- (3) Sir Gryest kitiltották a tornáról, mert orvul támadt ellenfelére.

Ki kivel küzdött?

Megoldás

Elkészítjük a következő logikai négyzetet, ahol X azt jelenti, hogy nem küzdöttek, és \bigcirc azt jelenti, hogy megküzdöttek egymással. A megoldás jobb áttekinthetősége végett az egyes oszlopokat 1, 2, 3, 4, 5 számokkal, az egyes sorokat az A, B, C, D, E betűkkel jelöljük meg.

		1	2	3	4	5
		Lancelot	Gauwaine	Marhaus	Genawan	Gryes
A	Lancelot	X	X	\bigcirc	\bigcirc	X
B	Gauwaine	X	X	X	\bigcirc	\bigcirc
C	Marhaus	\bigcirc	X	X	X	X
D	Genawan	\bigcirc	\bigcirc	X	X	X
E	Gryes	X	\bigcirc	X	X	X

Senki sem küzdött önmagával, tehát $A1, B2, C3, D4, E5 \rightarrow X$;

(2) $\Rightarrow C1, A3 \rightarrow \bigcirc$ és $C2, C4, C5, B3, D3, E3 \rightarrow X$;

(1) $\Rightarrow D5, E4 \rightarrow X$.

Genawan a II. viadalát nem vállalta, ezért két viadala volt, így $D1, D2, A4, B4 \rightarrow \bigcirc$.

Lancelotnak már két viadala van, ezért Gauvainnel és Gryssel nem vívhat, így A2, A5, B1, E1 \rightarrow X.

(3) \Rightarrow Gries eddig senkivel sem küzdött, de mivel orvul támadt ellenfelére, valakivel vívnia kellett, és a táblázatban csak E2, B5 \rightarrow \bigcirc maradt.

Megjegyzés: az „ x megküzdött y -nal” reláció szimmetrikus, tehát akkor „ y megküzdött x -el” is igaz, hiszen ketten együtt küzdtek. Ilyen esetben az x és az y , illetve az y és az x találkozásához \bigcirc szimbólumot tettünk.

10. példa

Egy papírlapra négy síkidomot rajzoltunk: egyik háromszög, másik téglalap, harmadik kör, a negyedik négyzet alakú. Minden idom más-más színű: zöld, sárga, piros vagy kék. Milyen sorrendben helyezkednek el az idomok és melyik milyen színű, ha tudjuk, hogy:

- A piros idom közvetlenül a zöld és a kék között van.
- A sárga idomtól jobbra a téglalap van.
- A kör jobbra van a háromszögtől és a téglalaptól is.
- A téglalap nincs a szélen.
- A kék idom nincs a sárga mellett.
- A háromszög nem sárga.

Megoldás

Először állapítsuk meg az idomok elhelyezkedésének a sorrendjét. Az (a) alapján a sorrend kék, piros, zöld vagy zöld, piros, kék. Az (e) állítással egybevetve a sorrend kék, piros, zöld, sárga (1) vagy sárga, zöld, piros, kék (2). A (b) alapján a (1) eset nem lehetséges, mert a sárga idomtól jobbra nincs más színű idom. Készítsük el a következő logikai táblázatot, ami ezúttal logikai négyzet:

Idom/Szín	Sárga (I.)	Zöld (II.)	Piros (III.)	Kék (IV.)
Háromszög	– (9-f)	– (5)	+ (10)	– (8-c)
Téglalap	– (1-d)	+ (3-b)	– (4)	– (2-d)
Kör	– (15)	– (6)	– (11)	+ (13-c)
Négyzet		– (7)	– (12)	– (14)

A kitöltést az (1-d) alapján kezdtük, és a számok sorrendjében következett a (7)-ig. Ezután a (8-c) és (9-f) beírása nyilvánvaló. Innen folytatólagosan a (10) marad, majd a (11) és (12) következik. A (c) alapján a kör nem lehet sárga, így a (13-c) következik, majd a (14), (15). A táblázatból leolvasható az egyes alakzatok színe.

11. példa

Az iskolai asztaltenisz bajnokság után Anna, Bea, Cili, Dóri és Eszter így nyilatkoztak:

- Anna: Dóri a második lett, sajnos én csak a harmadik lettem.
- Bea: első lettem, Cili pedig a második.
- Cili: harmadik lettem, szegény Bea utolsó lett.
- Dóri: második lettem, Eszter lecsúszott a negyedik helyre.
- Eszter: egyetlen versenyzőt sikerült megelőznöm, de jó Annának, mert ő lett az első.

Utólag kiderült, hogy mindegyik lány esetén csak az egyik állítás igaz. Állítsd össze a verseny helyezési listáját.

Megoldás

Jelölje a1 illetve a2 az (a) állítások közül az első, illetve a második állítást. Hasonló jelölést használunk a többi állítás esetén is. Mivel túl sok információval állunk szembe, ezért nem tudunk közvetlenül logikai táblázatot használni, előbb egyszerűsíteni kell a feltételek adta információkat.

Észrevesszük, hogy a d2 és a e1 ugyanazt fejezik ki. Feltételezzük, hogy ez a két állítás

hamis. Ekkor d1 és e2 igaz. Ezért a d1-gyel ellentmondó b2 állítás hamis, így a b1 igaz. De ez ellentmond az e2-nek, mert így ketten vannak a IV. helyen. Tehát mind a d2, mind az e1 állítás igaz. Most készítsük el a következő logikai táblázatot:

Róla/Kijelenti	Anna	Bea	Cili	Dóri	Eszter
Anna	III. i (6-a2)				I. h (3-e2)
Bea		I. h (9-b1)	V. i (8-c2)		
Cili		II. i (5-b2)	III. h (7-c1)		
Dóri	II. h (10-a1)			II. h (4-d1)	
Eszter				IV.i. (1-d2)	IV. i (2-e1)

A táblázatba oszloponként írjuk be az egyes leány által megfogalmazott mindkét állítást. A helyezéseket I., II., III., IV., V. számokkal jelöljük. Továbbá 1, 2, ..., 10 jelöli az egyes mezők kitöltési sorrendjét, melléje írjuk azt az állítást, amelyik szerint igaz, vagy hamis. Ezután beírjuk az i vagy a h betűket, figyelembe véve, hogy egy adott személy két állítása közül pontosan egyik igaz. Az előzőekben megállapítottak szerint d2 és e1 egyidőben igaz, tehát Eszter a IV. helyezést érte el. A táblázat alapján továbbá leolvasható, hogy Anna a III., Bea az V., Cili a II, és végül Dóri az I. helyezést érte el.

12. példa

Öt különböző színű, egymás mellett elhelyezkedő házban, öt különböző nemzetiségű ember lakik, és mindegyiknek megvan a saját háziállata, kedvenc itala és édessége. Még tudjuk, hogy:

- Az angol a piros házban lakik.
- A spanyolnak kutyája van.
- A zöld házban kávéét isznak.
- Az orosz teát iszik.
- Ha a házakkal szembe állsz, a barna ház közvetlen a zöld ház jobbán van.
- Az angol szomszédja tortát eszik.
- A sárga házban pudingot esznek.
- A középső házban tejet isznak.
- A norvég az első házban lakik.
- A tortát evő szomszédja rókát tart.
- A pudingot evő szomszédjának lova van.
- Aki kekszet eszik, narancslevet iszik.
- Aki fagyit eszik, a kertjében csigákat tart.
- A norvég a kék ház szomszédságában lakik.
- A japán gyümölcssalátát eszik.

Ki iszik vizet, és kinek van zebrája?

Megoldás

A logikai táblázat elkészítése eléggé körülményesnek tűnik, mert nem csak egy relációról van szó, ugyanis a feladatban szó van házszínről, nemzetiségről, kedvenc ételről, kedvenc italról és kedvenc állatról. Ezúttal egy összetett logikai táblázatot fogunk készíteni, de azelőtt szükségünk van arra az információra, hogy a balról jobbra sorban elhelyezkedő házak milyen színűek? Ezt az egyes állításokból tudjuk kikövetkeztetni, például így: az (i) és (n) alapján a II. ház kék (1). Az (i) és (a) alapján az I. ház nem piros (2). A (c) és (h) alapján a III. ház nem zöld (3). Az (1), (2), (3) és (e) alapján a IV. ház zöld és az V. ház barna (4).

Tehát a házak színe balról jobbra:

I. Sárga, II. Kék, III. Piros, IV. Zöld, V. Barna.

Ennek az információnak a birtokában elkészítjük a következő összetett logikai táblázatot, amelyben az 1, 2, ... számok az illető mező kitöltésének a sorrendjét jelölik, az a, b, c, ... betűk pedig a megadott információk közül azt jelölik, amelyek alapján az illető mezőt kitöltöttük.

Hátszín	Sárga	Kék	Piros	Zöld	Barna
Nemzetiség	Norvég 5i	Orosz 8d	Angol 1a	Japán 9o	Spanyol 11
Étel	Puding 3g	Torta 10f	Fagyi 13	Gyümölcssaláta 9o	Kecs 7l
Ital		Tea 8d	Tej 4h	Kávé 2c	Narancslé 7l
Állat	Róka 15j	Ló 6k	Csiga 14m		Kutya 11b

Tehát a norvég iszik vizet, és a japán tart zebrát. Természetesen a táblázat kitöltése nem ment ilyen gördülékenyen, mint ahogyan most, a kitöltött állapotban látjuk. A 7. lépésig a kitöltés valóban könnyű, ellenben a táblázatban látható 7l kitöltés okozza az első komoly problémát. Éppen ezért megjegyezzük a következőket: a kecs-narancslé „társítás” csak a kék vagy a barna oszlopba talál (az 1., 2, ..., 6. lépések után nem marad máshol hely). Ha a kék oszlopba jut, akkor a (japán-gyümölcssaláta) társítás, ami szintén együtt írandó be, „nem fér be” a táblázatba. Marad tehát, hogy a (kecs-narancslé) társítást a barna oszlopba írjuk, és ekkor a (japán-gyümölcssaláta) társítás csak a „zöld oszlopba” „fér be”. Innen a folytatás a táblázatban már könnyűszerrel beírható. Természetesen a táblázatnak más kitöltési sorrendje is létezik, és ugyanehhez az eredményhez vezet.

A bemutatott megoldott feladatok csak ízelítőt képeznek azon feladatmegoldási módszer sokszínűségéből, amit a logikai táblázatok módszerénél alkalmazhatunk. Reméljük, hogy a szemléltetések nagymértékben hozzájárultak ahhoz, hogy az érdeklődő Olvasónak megoldási tippet, ötleteket, és miért ne éppen módszereket nyújtsanak a hasonló típusú logikai feladatok megoldásához.

A leírtak jobb elmélyítése végett, az érdeklődő Olvasónak javasoljuk, hogy a bemutatott módszerekkel oldja meg a következő feladatokat:

1. A szobák ajtóin a feliratok a következők:

I. szoba: Ebben a szobában hölgy, a másikban tigris van.

II. szoba: Egyik szobában hölgy, a másikban tigris van.

A király azt is közölte, hogy egyik állítás igaz, a másik állítás pedig hamis. A szobák bármelyikében vagy tigris, vagy hölgy van. Nos, melyik szobát válassza a rab, hogy a hölgyet találja el, és vele együtt megmenekülhessen?

2. A szobák ajtóin a feliratok a következők:

I. szoba: Ebben a szobában tigris, a másikban hölgy van.

II. szoba: A másik szobában hölgy van.

A király azt is közölte, hogy mindkét állítás vagy hamis, vagy mindkét állítás igaz. A szobák bármelyikében vagy tigris, vagy hölgy van. Nos, melyik szobát válassza a rab, hogy a hölgyet találja el, és vele együtt megmenekülhessen?

3. A szobák ajtóin a feliratok a következők:

I. szoba: Legalább az egyik szobában hölgy van.

II. szoba: A másik szobában hölgy van.

A király azt is közölte, hogy ha az első szobában hölgy van, akkor a felirat igaz, ha

pedig tigris van, akkor a felirat hamis. Ellenben, a második szobában, ha hölgy van, akkor a felirat hamis, ha pedig tigris van, akkor a felirat igaz. A szobák bármelyikében vagy tigris, vagy hölgy van. Nos, melyik szobát válassza a rab, hogy a hölgyet találja el, és vele együtt megmenekülhessen?

4. A szobák ajtóin a feliratok a következők:

I. szoba: Mindegy, hogy melyik szobát választod.

II. szoba: A másik szobában hölgy van.

A király azt is közölte, hogy ha az első szobában hölgy van, akkor a felirat igaz, ha pedig tigris van, akkor a felirat hamis. Ellenben, a második szobában, ha hölgy van, akkor a felirat hamis, ha pedig tigris van, akkor a felirat igaz. A szobák bármelyikében vagy tigris, vagy hölgy van. Nos, melyik szobát válassza a rab, hogy a hölgyet találja el, és vele együtt megmenekülhessen?

5. A szobák ajtóin a feliratok a következők:

I. szoba: Nem mindegy, hogy melyik szobát választod.

II. szoba: Jobban jársz, ha a másik szobát választod.

A király azt is közölte, hogy ha az első szobában hölgy van, akkor a felirat igaz, ha pedig tigris van, akkor a felirat hamis. Ellenben, a második szobában, ha hölgy van, akkor a felirat hamis, ha pedig tigris van, akkor a felirat igaz. A szobák bármelyikében vagy tigris, vagy hölgy van. Nos, melyik szobát válassza a rab, hogy a hölgyet találja el, és vele együtt megmenekülhessen?

6. A szobák ajtóin a feliratok valamilyen sorrendben a következők:

1. felirat: Ebben a szobában tigris van.

2. felirat: Mindkét szobában tigris van.

A király azt is közölte, hogy ha az első szobában hölgy van, akkor a felirat igaz, ha pedig tigris van, akkor a felirat hamis. Ellenben, a második szobában, ha hölgy van, akkor a felirat hamis, ha pedig tigris van, akkor a felirat igaz. A szobák bármelyikében vagy tigris, vagy hölgy van. Nos, melyik szobát válassza a rab, hogy a hölgyet találja el, és vele együtt megmenekülhessen?

7. A király ezúttal három szobát használt fel, az ajtókra a következő feliratokat tette:

I. szoba: Ebben a szobában tigris van.

II. szoba: Ebben a szobában hölgy van.

III. szoba: A második szobában tigris van.

A király közölte, hogy egy hölgyet, és két tigrist rejtett el, továbbá az ajtókon levő állítások közül legfeljebb egy állítás igaz. Nos, melyik szobát válassza a rab?

8. Bokor, Pogány, Regős, Szegő tehetséges művészek. Az egyik színész, a másik festő, van köztük karmester és író is, valamilyen sorrendben. Még tudjuk, hogy

(1) Bokor és Regős előző este a karmester koncertjét hallgatták meg

(2) Pogányról és az íróról a festőművész portrét készített

(3) Az író, akinek Szegőről szóló életrajzi regénye nagy sikert aratott, azt tervezi, hogy Bokorról is regényt ír

(4) Bokor nem ismeri Regőst, sohasem hallott róla.

Kinek mi a foglalkozása?

9. Négy ember vezetékneve Kanász, Halász, Vadász és Madarász. A foglalkozásuk valamilyen sorrendben kanász, halász, vadász és madarász. Még tudjuk, hogy a Kanász nem halász, a Madarász nem kanász és nem halász, valamint egyikük foglalkozása sem egyezik a vezetéknevükkel. Kinek mi a foglalkozása?

10. Egy csoportban beszélgetnek: Ősz sportmester, Szőke labdarúgó edző és egy Vörös nevű szurkoló. Egyik közülük, aki szőke hajú volt, azt mondja: - Lám, egyikünk ősz, másikunk vörös, harmadik pedig szőke. De a hajszín egyikünkénél sem felel meg a névnek. Igazam van? - Igen, feleli a sportmester. Milyen színű haja van az edzőnek?

11. Három munkás vezetékneve Kőműves, Kovács, Lakatos. Foglalkozásukat tekintve Kőműves nem kőműves, Kovács nem kovács, Lakatos pedig nem lakatos és nem is kovács. Mégis, közülük az egyik kovács, a másik lakatos, a harmadik kőműves. Kinek mi a foglalkozása?

12. György, János és Péter három tanulónak az utóneve. A vezetéknevük szintén György, János és Péter, de egyiknek sem ugyanaz a vezetékneve mint az utóneve. Ha tudjuk, hogy János vezetékneve nem Péter, hogyan hívják a három tanulót?

13. Sándor, Péter és Karcsi egy-egy színes ceruzát: piros, sárga, illetve kék színűt kapnak oly módon, hogy egy gyermeknek egy ceruza jut. Sándor ceruzája nem piros és nem kék, Karcsi pedig nem kap piros ceruzát. Kinek milyen színű a ceruzája?

14. Öt dobozban – egy fehér, egy fekete, egy piros, egy kék és egy zöld – ugyanilyen színű golyók vannak párosával. Melyik dobozban, melyik két színű golyó van, ha tudjuk, hogy:

- a) egyik golyó sincs a vele azonos színű dobozban
- b) a piros dobozban nincs kék golyó
- c) a fehér vagy a fekete dobozba egy piros és egy zöld golyó került
- d) a fekete dobozba egy kék és egy zöld golyó van
- e) az egyik dobozban fehér és kék golyó van
- f) a kék dobozban egy fekete golyó van.

15. Egy iskolában a biológia, földrajz, angol, francia, történelem és matematika órákat három tanár tanítja: Magyar, Lantos és Tatár. Ki milyen szakos tanár, ha tudjuk még, hogy:

- a) mindegyikük két-két tárgyat tanít
- b) a földrajz- és franciatanár szomszédok
- c) Magyar a legfiatalabb közöttük
- d) Mindhárman – Tatár, a biológia tanár és a francia tanár – ugyanazon az úton járnak munkába
- e) a biológia tanár idősebb a matematika tanárnál
- f) szabad idejében az angol tanár, a matematika tanár és Magyar szívesen kártyázik, ha találhatnak egy negyedik játékost.

Jó feladatmegoldást, kellemes és hasznos időtöltést kívánunk!