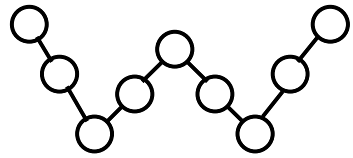
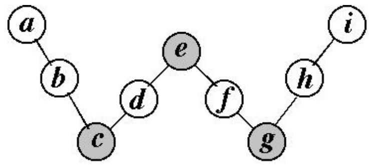
Egy szórakoztató matematika feladat kapcsán III.

Tuzson Zoltán tanár, Székelyudvarhely

A **MatLap 8/2003**. számában az **A: 1199.** feladat a következő: „Írjuk be a mellékelt ábrán látható körökbe az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,8, 9 számjegyeket úgy, hogy minden három, egy egyenesre eső szám összege ugyanannyi legyen, és ez az érték legyen a lehető legnagyobb” . A megoldást a **MatLap 10/2003**. számában találjuk meg. Érdemes, és érdekes lenne megválaszolni a következő kérdést:





*Írjuk be a mellékelt ábrán látható körökbe az **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9** számjegyeket úgy, hogy minden három, egy egyenesre eső szám **S** összege ugyanannyi legyen. Melyek az **S** lehetséges értékei?*

A mellékelt ábra szerint a vonalak mentén haladva jelöljük a körökbe írt számjegyeket rendre **a, b , c, d, e, f, g, h, i**. – vel. Mivel egyfelől a kilenc szám összege $a + b + c + d + e + f + g + h + i = 45$, másfelől, $S = a + b + c = c + d + e = e + f + g = g + h + i$, így összegezéssel $4 \cdot S = 45 + c + e + g$ ahonnan

$$S = 11 + (c + e + g + 1) : 4 \quad (*)$$

De $7 = 1 + 2 + 3 + 1 \le c + e + g + 1 \le 7 + 8 + 9 + 1 = 25$, ezért mivel **S** pozitív egész szám, a **(*)** alapján $S \in \{13, 14, 15, 16, 17\}$. Nézzük meg, hogy **S** valóban fel is veheti-e ezeket az értékeket?

Az $S = 13$ a (*) alapján akkor lehetséges, ha $(c + e + g + 1) : 4 = 2$ ahonnan $c + e + g = 7$. Egy ilyen választás: **1, 4, 2** és ennek alapján a **d** és **f** majd a többi szám is beírható: **9, 3, 1, 8, 4, 7, 2, 5, 6**.

Hasonlóan, az $S = 14$ akkor lehetséges, ha $(c + e + g + 1) : 4 = 3$, ahonnan $c + e + g = 11$. Egy ilyen választás: **1, 8, 2** és ennek alapján a **d** és **f**, majd a többi szám is beírható: **7, 6, 1, 5, 8, 4, 2, 3, 9**.

Az $S = 15$ érdekes módon nem állhat fenn, ugyanis egyfelől $c + d + e = 15$, másfelől a **(*)** alapján $c + e + g = 15$ is igaz, de mindezekből $d = g$ adódna, ami lehetetlen.

Az $S = 16$ a **(*)** alapján akkor lehetséges, ha $(c + e + g + 1) : 4 = 5$ vagyis $c + e + g = 19$. Egy ilyen választás: **8, 2, 9** és ennek alapján a **d** és **f** majd a többi szám is beírható: **7, 1, 8, 6, 2, 5, 9, 3, 4**.

Az $S = 17$ esetet vizsgálva, $(c + e + g + 1) : 4 = 6$ vagyis $c + d + e = 23$ szükséges. Egy ilyen választás: **8, 6, 9** és ennek alapján a **d** és **f** majd a többi szám is beírható: **5, 4, 8, 3, 6, 2, 9, 1, 7**.

Tehát az **S** lehetséges értékei **13, 14, 16** és **17**. A továbbiakban érdekes lenne megvizsgálni, hogy a négy esetben, hány különböző megoldása van a feladatnak. Ennek a kérdésnek a megválaszolását az érdeklődő *Olvasó* a bemutatottak alapján könnyen elvégezheti.