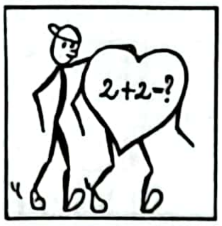

# KEDVENC FELADATOM

*Tuzson Zoltán (Székelyudvarhely)*

*Rendelkezésünkre áll elegendő sok 1 pengős pénzérme és elegendő sok üres boríték. Bármely borítékba, valamennyi 1 pengőst tehetünk, ráírjuk a tartalmát, majd leragasztjuk. Legkevesebb számú boríték használatával, hogyan borítékolnál pénzösszegeket ahhoz, hogy csupán a borítékokra írt számok tudatában, a borítékok segítségével ki tudjál fizetni bármely 1-től 2003-ig terjedő egész pengőnyi pénzösszeget? Hogyan fizetnél ki minél ésszerűbben és egyszerűbben egy adott pénzösszeget?*

**Megoldás:** Egy borítékba (jelölje $B_1$) tegyünk 1 pengőt. Ha egy másodikba is szintén 1 pengőt tennénk, akkor a 3 pengő kifizetéséhez ismét egy újabb borítékra lenne szükség. Ezért, a második borítékba (jelölje $B_2$) éppen 2 tallért teszünk. Így 3 tallér is kifizethető. A harmadik borítékba (jelölje $B_3$) ha 4 pengőt teszünk, akkor az $1+4=5$, $2+4=6$, $1+2+4=7$ alapján kifizethetők az 5, 6, 7 pengő összegek. A negyedik borítékba (jelölje $B_4$), éppen 8 pengőt kell tennünk. Ekkor az $1+8=9$, $2+8=10$, $1+2+8=11$, $4+8=12$, $1+4+8=13$, $2+4+8=14$, $1+2+4+8=15$ alapján kifizethetők a 9, 10, …, 15 pengő összegek mindegyike. Folytatva a gondolatmenetünket minden $k$-adik, $B_k$ borítékba, éppen $2^{k-1}$ darab 1 pengőst kell tennünk ($k \geq 1$) mindaddig, amíg $2^{k-1} < 2003$. De mivel $2^{10} < 2003 < 2^{11}$, ezért $k-1=10$, vagyis $k=11$. Így, a 11-ik borítékba (jelölje $B_{11}$) éppen $2003-(1+2+2^2+\ldots+2^9)=2003-1111111111_2=2003-$ $-(10000000000_2-1)=2003-(2^{10}-1)=981$ tallért teszünk.

A konstruktív megoldásból hamar kiderül, hogy a legkevesebb borítékszám tényleg éppen a 11 szám. A tényleges fizethetőség, valamint a kifizetés módját a feltett, második kérdésre való válasz adja meg. Két esetet kell megkülönböztetnünk aszerint, hogy 981 pengőnél kevesebb vagy ennél több pénzt kell kifizetnünk. A jobb áttekinthetőség kedvéért, példával szemléltetünk.

**Példa:** Fizessünk ki a borítékok segítségével 474, illetve 1455 pengőt. Ezt könnyen megtehetjük, ha a 474-et átírjuk a 2-es számrendszerbe: $474=$ $=111011010_2$, és jobbról balra haladva, az egyes számok helyét az 1., 2., 3., …, 10. sorszámokkal látjuk el. Ahol 1-es található, az illető hely sorszámának megfelelő borítékot a fizetésnél felhasználjuk, ha 0 áll, akkor nem. Így a 474 pengőt a $B_2$, $B_4$, $B_5$, $B_7$, $B_8$, $B_9$ borítékokkal fizetjük ki, míg az 1455 pengő esetén mivel $1455>981$, ezért előbb 981 pengőt fizetünk a $B_{11}$-el, majd a hátramaradt 474 pengőt, az előbbiek mintájára fizetjük ki.

A feladat 2003 helyett tetszőleges $n$ pozitív egész számra is hasonlóan oldható meg.