A kreativitás fejlesztése matematikai-logikai feladványokkal

Tuzson Zoltán, Székelyudvarhely

A problémamegoldó tevékenység során a tanulók értelmi képességének számos aspektusát mozgósítjuk és fejlesztjük, közöttük a legfontosabbat, a gondolkodást, a maga bonyolult műveleteivel. Ennek keretén belül az értelmi képességek közül csupán a két legfontosabbat emeljük ki: az *alkotóképesség (kreativitás*) és az *értelmesség (intelligencia)*.

A kreativitás folyamat, melynek a termékét eredetiség vagy újdonság, valamint érték jellemzi. Tágabb értelemben kreativitásról beszélünk az olyan megoldások, ötletek, feladatok, módszerek feltárása esetén is, amelyek a társadalom számára nem jelentenek ugyan újat, de az egyén önállóan jutott a megtalálásukhoz. Ez jellemző az iskolai kreativitásra is, amikor például a matematikaórán egy elegánsabb, ügyesebb, ötletesebb, szokatlanabb megoldást találunk.

A kreativitással kapcsolatos főbb képességek:

a) *Könnyedség* a gondolatokra, összefüggésekre és kifejezésekre való visszaemlékezésben.

b) *A folyékonyság (fluiditás)* a kreativitásnak egy bizonyos mennyiségi jellemzője, ami azt jelenti, hogy a rendelkezésünkre álló múltbeli tapasztalatok, szavak, szimbólumok, absztrakciók nagy számát tudjuk egyszerre, illetve igen rövid időn belül előhívni és nehézség nélkül kezelni.

c) *A hajlékonyság (flexibilitás)* a kreativitás másik fontos jellemzője. Sajátosságai: a régi asszociációk gyors és az új helyzet követelményeinek megfelelő átrendezése, a gondolkodási szempontnak, a feladat megközelítési módjának az adott körülményekhez igazított könnyed átalakítása. Ez a jellemvonás a tanulóknak azt a képességét jelenti, hogy különösebb nehézség nélkül váltsanak át az egyik megközelítési módról a másikra, azaz hogy az egyik módszert, eljárást, műveletet a másikért könnyen feladják.

d) *Az eredetiség* abban nyilvánul meg, hogy az ember a különböző problémaszituációban nem elsősorban a már meglevő ismeretekre, megoldási sémákra támaszkodik, hanem új, szokatlan ötletekkel áll elő, amelyek nem egyeznek a hagyományossal, az átlagossal. Az eredetiség voltaképpen a felfedezés képessége: másképpen látni a problémakört.

e) *A problémák iránti érzékenység* abban nyilvánul meg, hogy szokatlan jelenségekre, helyzetekre figyelünk fel, észrevesszük őket, olyasmiket, amit más még nem vett észre. A továbbiakban nézzünk néhány, kreativitást fejlesztő feladványt!

Bemelegítő feladványok:

1) Egy 10 emeletes tömbház ablakpárkányán áll egy gyerek. Mindenki rettegve nézi, hogy vajon leugrik-e? Kis idő múlva a gyerek valóban leugrott, de mégsem halt meg. Hogy elehet ez?

2) Dezső azt állítja, hogy az ő nagyapja csupán 10 évvel idősebb az apjánál. Hogy lehet ez?

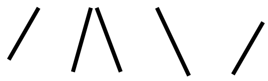
3) Melyik az az afrikai madár amelyik soha nem rak tojást, bár ő még tojásból kelt ki?

4) Hogy lehet a 666-ot a másfélszeresére növelni úgy, hogy nem végzünk semmilyen matematikai műveletet?

5) Ubulkától megkérdezték, hogy hány éves. Így válaszolt: „Tegnap előtt 17 éves voltam, jövőre 20 leszek”. Hogyan lehetséges ez? Mikor állította mindezt Ubulka?

6) Soroljuk fel a hét öt napját úgy, hogy egyikben se legyen r betű!

7) Rajzoljunk egy négyzetet három egyenes vonallal!

8) Tégy hozzá még 3 vonalat, hogy egy kisautót kapjál: 

9) Bambi az elefántkölyök és Miki egér állnak az esernyő alatt. Bambinak a feje, Mikinek a farka lóg ki. Melyikük ázik meg jobban?

10) Egy számból elveszünk egyet és nagyobb számot kapunk. Hogy lehet ez?

11) Egy hárombetűs szóhoz adj még két betűt, hogy így kisebbet kapjál!

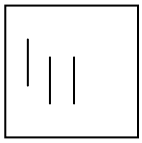
12) Két matróz áldogál egy gőzhajó fedélzetén a korlátoknak támaszkodva, egyik a nyugati irányba, a másik a keleti irányba néz. Hamarosan felkiált az egyik: „mitől kormos a te orrod”? Erre a másik: „hallgass, mert a te arcod teljesen kormos” ! Hogyan láthatták egymás arcát a matrózok?

Megfejtések:

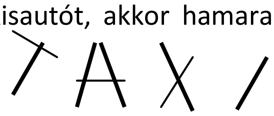
1) Bizonyára legtöbben arra gondolnak, hogy a gyerek kiugrott az ablakon, és valahogyan szerencséje volt, mert például fennakadt egy fán, vagy alul éppen kifogták egy pokróccal, meg más hasonló szituáció. De kérdem én, hogy miért gondolnak csak arra, hogy a gyerek kiugrott az ablakon? Hiszen a feladatban is nem kiugrott hanem leugrott szerepel, és ez nem ugyan az. Miért kell azonnal öngyilkosságra gondolni? Nos, így most már hátha lemondunk erről, és belátjuk, hogy a gyerek az ablak párkányáról nem csak kifele, hanem befele is leugorhat, és valóban így is tett, ezért nem lett semmi baja ☺
2) Első hallásra elcsodálkozhatunk, hiszen az nem igazán lehetséges, hogy valakinek az apja csak tíz évvel legyen nagyobb nála, nem de? Ez mindaddig lehetetlennek tűnik, amíg így gondolkodunk, eszünkbe nem jut, hogy általában két nagyapja van az embernek, és … például az anya felőli nagyapára gondolunk, akkor az nyugodtan lehet csak 10 évvel nagyobb Dezső apjánál. ☺
3) Hamar zsákutcába kerülünk a gondolkodással, ha elkezdünk gondolkodni azon, hogy vajon milyen madárfajtára gondolhattak? Végül, ha azt vetjük össze, hogy a madár ő is tojásból kelt

ki, de mégsem rak tojást, könnyen eljuthatunk ahhoz a következtetéshez, hogy ez a madár, a fajtól és egyébtől függően csakis a fiú madár lehetett ☺

4) Elején furcsán hangzik az, hogy semmilyen matematikai műveletet nem végezhetünk. De akkor eszünkbe juthat, hogy valóban csak „mozgatni” lehet a 666-ot, másképpen nézni. Nos, ez hamar eredményre vezet, hiszen ha fejre állítjuk és 999 lesz belőle, akkor ez éppen megfelel. ☺
5) Első alkalommal azon gondolkodhatunk, hogy ha valaki adott x esztendős, akkor jövőre x+1 esztendős így, ha jövőre 20 lesz, akkor most éppen 19 esztendős. De vajon e mikor történhetett, ha tegnapelőtt 17 éves volt, Akkor azt jelenti, hogy a tegnap éppen 18 éves? És mikor is van a naptárban ilyen nap, amikor ilyen hamar életkorváltás következhet be úgy, hogy 19 előtt máris 17 éves volt? Nos hamar rá lehet jönni, hogy Ubulka mindezt január 1.-én állította, és ha december 31-én született, akkor valóban állíthatta azt amit állított. ☺
6) Próbálkozhatunk, de az 5 egymás utáni napnál az 5 sok, mert minden képpen kerül bele r betű. lehet, hogy arra gondolunk, hogy más nyelven mondhatta? Így is a román, angol, német nyelvek sem vezetnek sikerre. De hát még hogyan is lehet megnevezni 5 egymás utáni napot? Hiszen a feladat nem állítja azt, hogy a megnevezésüket (a nevüket) is ki kell mondjuk. Ha így gondolkodok, akkor talán eszembe juthatna, hogy a tegnapelőtt, tegnap, ma , holnap, holnapután 5 egymás utáni nap megnevezésére szolgál ☺
7) Az esetleges sikertelenség oka az lenne, ha azon próbálkoznánk, hogy 3 vonal segítségével rajzoljunk négyzetet. A feladvány nem ezt kéri, hanem tágabban fogalmaz, így a következő rajz éppen megfelel:



8) Alaposan gondolkodási zsákutcába kerülünk, ha azon törjük a fejünket, hogy úgy adjunk hozzá 3 vonalat, hogy a rajz egy kisautóhoz hasonlítson. De ha arra is gondolnánk, hogy nem csak rajzban, hanem írásban is elő lehet állítani egy kisautót, akkor hamarabb megjönne a mentő ötletünk. Például állítsuk elő a TAXI szót így:



9) Amennyiben arra gondolunk, hogy vajon a Bambi feje vagy a Miki farka közül melyik is amelyik a nagyobb, és melyik ázik jobban, addig zsákutcában maradunk. Egyszerűen gondoljunk csak arra, hogy miért is kellene megázniuk? Ki mondta, hogy esik az eső? ☺

10) Mindaddig amíg csak az arab számokra gondolunk, nem járunk sikerrel. De hát még mire gondolhatunk? Például a római számokra! És máris megvan, ha vagy a római IV-re vagy a római IX-re gondolunk, hiszen az I elvételével az V illetve a X az nagyobb érték mint amennyi volt ☺

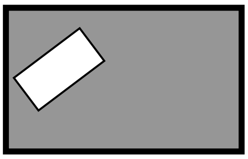
11) Első hallásra rögtön az jár eszünkben, hogy ha valamihez adunk még valamennyit, akkor az nagyobb kell legyen, hogyan is lehetne kisebb? De ha arra gondolnánk, hogy itt rövidebb illetve hosszabb szavak kell jelentsék a nagyobbat illetve a kisebbet, akkor nyílván valóan, hogy például ha a HAT szóra gondolnánk, akkor a HATOD az már kisebbet jelent.

12) Legtöbben azért maradnak gondolkodási zsákutcába, mert arra gondolnak, hogy a matrózok úgy néznek egyik nyugatnak, a másik keletnek, hogy egymásnak háttal állnak, így nem láthatnák egymás arcát. De ha belegondolunk abba, hogy amennyiben ők szemben állnak

egymással, úgy is tekinthetnek egyik nyugatnak a másik keletnek, akkor egymás arcát is látják ☺

Gondolkodtató feladványok:

1) A mellékelt ábrán egy sötét téglalapba belehelyeztünk egy kisebb, világos téglalapot. Egyetlen egyenes szakasz segítségével felezd meg mindkét téglalap területét!



2) Figyeld meg jól a következő számokat:

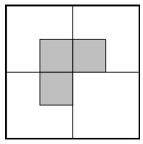
101112131415

1110311211131114111 5

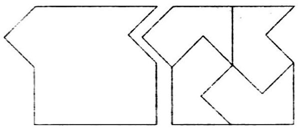
31101321123113311431 15

Miután jól megfigyelted takard el, és próbáld fejből leírni! Hogyan tennéd ezt?

3) A mellékelt ábrán egy négyzetet 4 egyenlő részre osztottunk, utána pedig besatíroztunk részeket. A) a jobb felső fehér részt osszuk fel 2 egyforma alakú részre! B) a baloldali jobb felső fehér részt osszuk fel 3 egyforma alakú részre! C) a baloldali alsó fehér részt osszuk fel 4 egyforma alakú részre! D) a jobboldali alsó fehér részt osszuk fel 7 egyforma részre!

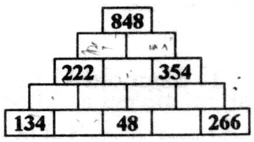


4) Félix az első ábrát hosszas töprengés után felosztotta négy egyforma részre, ahogyan a második ábra mutatja. Hogyan tudnád az első ábrát most öt egyforma részre felosztani?



5) Egy alkalommal Félix kiment a táblához és felírta a következőt: **101-102=1**. Ez igaz egyenlőséggé változtatható úgy, hogy egy számjegyet letörölsz és máshova írsz! Hogyan?

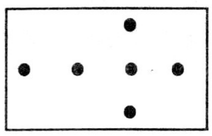
6) Tekintsük a mellékelt ábrán levő számpiramist. Két egymás melletti mező számainak összege mindig a közvetlenül felettük levő mezőben szerepel. Írd be a hiányzó számokat!



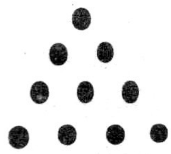
7) A mellékelt 4×4-es táblázathoz hasonlóan kitöltünk egy 5×5-ös, 6×6-os, ..., 100×100-as táblázatot. Mennyi lesz a kapott 4×4-es, 5×5-ös, ..., 100×100-as táblázatokba beírt számok összege külön-külön?

1	2	3	4
2	3	4	5
3	4	5	6
4	5	6	7

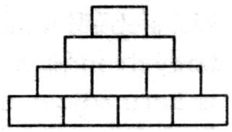
8) Az mellékelt ábrán látható 6 érme közül egyet mozdíts el úgy, hogy vízszintesen is és függőlegesen is 4-4 érme legyen!



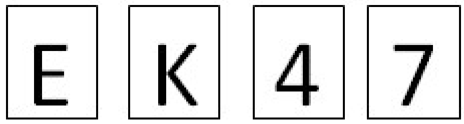
9) Az ábrán látható 10 pénzérme egy szabályos háromszöget alkot. Helyezz át 3 érmét úgy, hogy szintén szabályos háromszöget láss, de az egyik csúcsa ezúttal alul, másuk kettő felül legyen!



10) Írja a téglalapba pozitív különböző egészeket úgy, hogy mindegyik szám az alatta levő két szám összege legyen, és a legfelső mezőben a lehető legkisebb szám álljon.



11) Négy kártya fekszik előttünk. Tudjuk, hogy mindegyik kártya egyik oldalán betű, a másikon szám van. A négy kártya felső oldalán ezt látjuk:

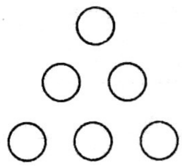


A feladat az, hogy döntsük el, hogy igaz-e ezekre a kártyákra a következő állítás:

„Ha egy kártya betűs oldalán magánhangzó van, akkor annak a hátsó oldalán páros szám áll"

Legkevesebb hány lapot kell megfordítani?

12) Írd a körökbe az 1-6 számokat úgy, hogy a háromszög minden oldalán ugyanannyi legyen a három szám összege!



13) Hogyan lehet elültetni 10 csemetét öt sorba, hogy mindegyik sorban 4 csemete legyen?

14) Hogy lehet 9 tuját elhelyezni 8 sorban, hogy mindegyik sorban 3 fa legyen?

15) Egyszer egy király megbízta a kertészét, hogy ültessen el 12 fát 6 sorban úgy, hogy minden sorban 4 fa legyen. Hogy hívták a királyt?

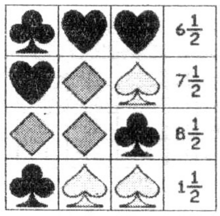
16) Hat egyforma gyufaszállal készíts 4 szabályos háromszöget! Gyufákat eltörni, egymással fedésbe hozni nem szabad!

17) A prérin 10 cowboy párbajt vív, a következő szabályok szerint:

- Mindenki egy lövést ad le, és az halálos.
- Mindenki a hozzá legközelebb levőt lövi le, ha több van, akkor egyet közülük.
- Mindenki ugyanabban a pillanatban adja le a lövést.

Legkevesebb hány áldozata van ennek az öldöklésnek?

18) A mellékelt ábra alapján döntsd el, hogy mivel egyenlő a következő összeg?



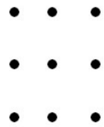
19) Osszunk szét 1000 darab 1 tallérost borítékokban úgy, hogy ezeket lezárva és ráírva a tartalmukat, ki lehessen fizetni bármely egész összeget 1000 tallérig.

20) Egy négyzetet darabolj fel rendre: a) 4, 7, 10, 13; b) 6, 9, 12, 15; c) 8, 11, 14, 17 négyzetre!

21) Egy szabályos háromszöget darabolj fel rendre: a) 4, 7, 10, 13; b) 6, 9, 12, 15; c) 8, 11, 14, 17 szabályos háromszögre!

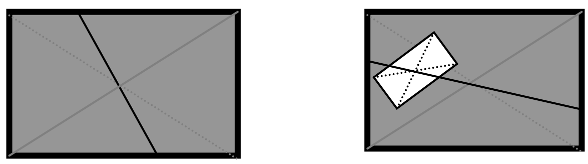
22) Egy téglalapot darabolj fel rendre 5, 6, 7, 8, illetve 9 téglalapra úgy, hogy ezek közül bármely két szomszédos téglalap ne alkosson téglalapot!

23) Az ábrán látható 9 pontot kössük észre 4 egyenes vonallal úgy, hogy a ceruzát ne emeljük fel! Ezután köss össze 16 hasonló 4×4 pontot 6 egyenes vonallal majd 25 hasonló 5×5 pontot 8 egyenes vonallal, ceruza felemelése nélkül.



Megfejtések:

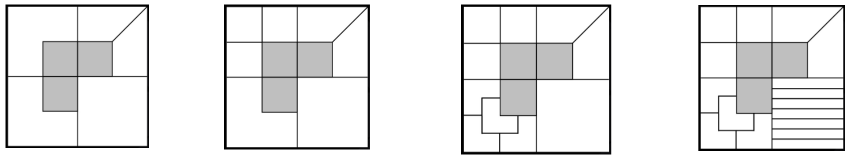
1) Leghamarabb arra kellene választ találni, hogyan is lehet egy általános ferde vonallal egy téglalapot két egyforma részre osztani. Ha meghúzzuk az átlókat, akkor az átlók metszéspontján át bocsátott bármely egyenes éppen megfelel.



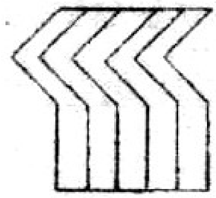
Most már nem marad más hátra mint, hogy a két téglalap középpontját egy egyenessel összekössük, mert éppen ez a keresett egyenes.

2) Hamar észrevehetjük, hogy az első sorban 10, 11, 12, 13, 14, 15 egymás utáni számok vannak egymás mellé írva, ez könnyen észben tartható. A második sorban az előző számból számjegyenként ahány van: 1 darab 1-es, 1 darab 0, 3 darab 1-es, 1 darab 2-es, 1 darab 1-es, 1 darab 3-as, 1 darab 1-es, 1 darab 4-es, 1 darab 1-es, 1 darab 5-ös. Az így kapott számokat egymás mellé írtuk. Ebben ugyanígy olvassuk ki a darabszámokat, és így kapjuk a harmadik sor számait.

3) A 2 illetve 3 egyforma részre való osztás könnyen adódnak, a 4 részre osztás már nehezebben áll elő. Ennek alapján arra gondolhatnánk, hogy a 7 részre való osztás még bonyolultabb. De ez nem így van, hiszen az utolsó négyzetben nincs benne satírozott rész, így sokkal könnyebben osztható fel a kért módon, lásd az alábbi ábrákat:

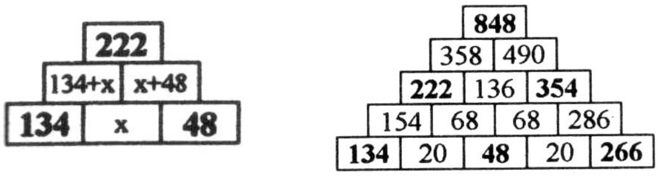


4) Ha azt nézzük, hogy a 4 egyforma részre való osztás eléggé komplikált, és akkor vajon milyen lehet az 5 egyforma részre való osztás, minden bizonnyal megakadunk, ellenben ha arra gondolunk, hogy már 4 részre is lehetett volna egyszerűbben, úgymond szeletekre osztva is eljárni, akkor az 5 egyforma részre való osztás természetesen adódik, ahogy az ábra mutatja:



5) Mindenre könnyen lehet gondolni, de később jön be az az ötlet, hogy a hatványozás is egy művelet, így a megoldás: $101-10^2=1$

6) A feladat nyitja az, hogy ha valamelyik üres helyre egy változót, pl. x-et írunk, akkor azzal felépíthető a számpiramis, és az x kiszámítható. A megoldás és menete a következő ábrákon:

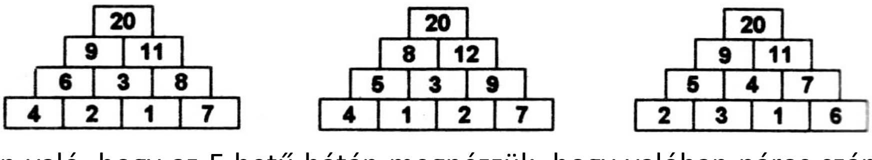


7) Vegyük észre, hogy a mellékátlón mind 4-es található, és az arra szimmetrikus két szám összege éppen 8, így az összeg (16×8):2=64 lesz. Az 5×5-ös négyzet esetén pedig (25×10):2=125 míg a 100×100-as négyzet esetén az összeg (1000000×200):2 lesz.

8) Mindaddig nem járunk sikerrel, amíg be nem látjuk, hogy csak úgy tudjuk megoldani a feladványt, ha két érmét egymásra teszünk. Ezért az 1., 2. vagy 4. pénzérmét a 3.-ra tesszük.

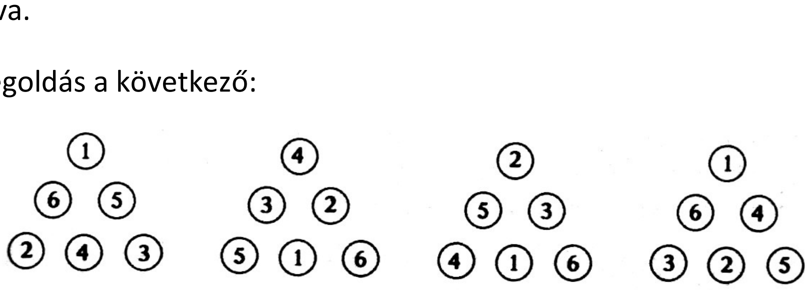
9) Azt kell figyelembe vegyük, hogy a szabályos háromszögnek van szimmetria középpontja, így tükrözzük a 3 csúcsot a középső pénzérmére vonatkozóan!

10) Úgy kapunk legfelül minél kisebb számot, ha alul is ilyeneket helyezünk el, arra figyelve, hogy nagyobb szám mellé kisebbet, kisebb mellé a nagyobbat írjuk. A három megoldás a következő:

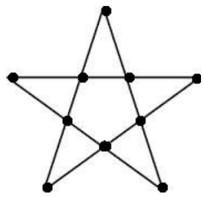


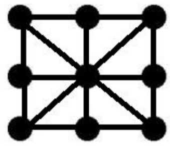
11) Nyílván való, hogy az E betű hátán megnézzük, hogy valóban páros szám áll, de ugyanakkor azt is meg kell néznünk, hogy ha egy kártyán páratlan szám látható, akkor a hátsó oldalán nem szabad magánhangzó legyen, így az E és a 7 lesz felfordítva.

12) Négy megoldás a következő:



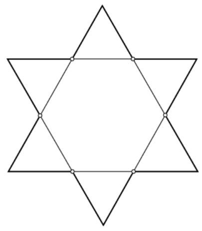
13) Mivel 5 sorban, soronként 4 csemete látszatra 5×4=20 csemetét adna, de csak 10 van, azt jelenti, hogy a sorok keresztezik egymást, és egy csemete több sorban is előfordul. Mivel éppen 5 sor van, ezért a mentő ötlet a csillag ötszög lesz!



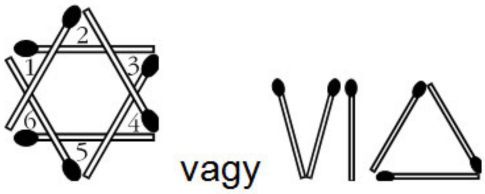


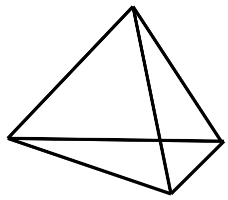
14) A 9 pontot leghamarabb tömbösen, 3×3 formában tudjuk elképzelni, és ez éppen jó is, mert a 3 sor, 3 oszlop és 2 átló éppen

15) Mivel 6 sorban, soronként 4 tuja látszatra 6×4=24 tuját adna, de csak 12 van, azt jelenti, hogy a sorok keresztezik egymást, és egy tuja több sorban is előfordul. Mivel éppen 6 sor van, ezért a mentő ötlet a csillag ötszög lesz! És a csillag hatszög neve Dávid-csillag, ezért a király valószínű, hogy ő volt.

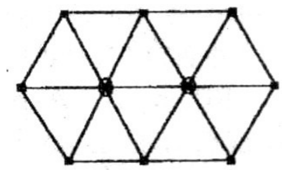


16) Ha a síkban gondolkozunk, akkor jó az első két ábra, ha ellenben már térben gondolkodunk, akkor a tetraéder megfelel.





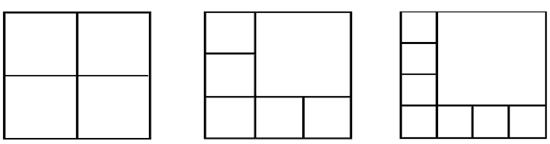
17) A minimális áldozat végett próbálkozzunk egyenlő oldalú háromszögekbe rakni 3 cowboyt. Így ilyen szabályos háromszög cellákkal összeállítva a következő rajz esetében minimálisan 2 áldozat lesz!



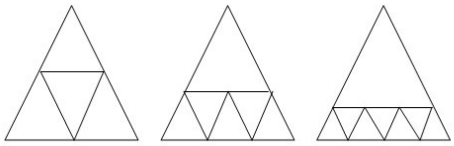
18) Vegyük észre, hogy a táblázatban mind a 4 jelből éppen 3-3 van, ezért ha összeadjuk 6 ½ +7 ½ +8 ½+ 1 ½= 24 és ezt osszuk 3-mal, akkor a keresett összeg éppen 8.

19) A borítékokba rendre 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256 és 489 tallért kell tegyünk. Mivel $1+2+2^2+...+2^8=2^9-1=511$, ezért bármely, 511-ig terjedő összeget kifizethetünk az 1–9. borítékok segítségével, például úgy, hogy az illető számot átírjuk 2-es számrendszerbe, és a 0-k és 1-esek helye alapján (pl. $417=11010000_{(2)}=2^8+2^7+2^5+1$) könnyű leolvasni, hogy mely borítékokkal fizessünk. Az 511 tallért meghaladó összeg esetén először a 10. borítékkal fizetünk 489 tallért, így legfeljebb $1000-489=511$ tallért kell még kifizetnünk.

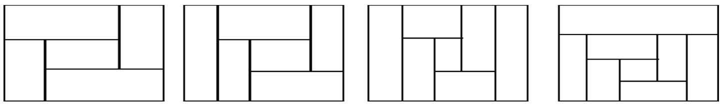
20) A megoldás kulcsai az alábbi ábrán láthatók, és most bármelyik kis négyzetet ha 4 kisnégyzetre osztjuk, akkor megkapjuk a megfejtést.



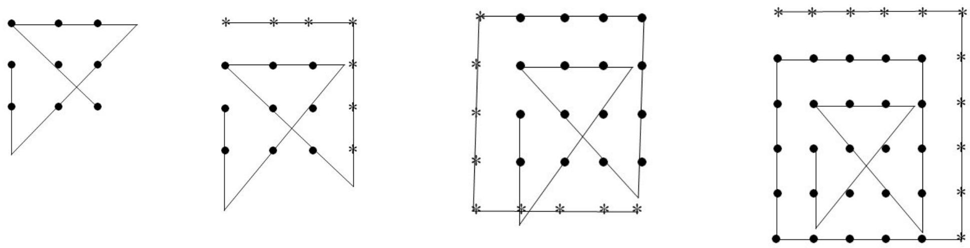
21) A 4, 6, 8 részre való osztás az ábrákon látható ahol középvonalakat, harmadoló illetve negyedelő vonalakat használtunk. Tovább pedig bármelyik kis háromszöget 4 háromszögre osztjuk.



22) Az 5, 6, 7, 8 téglalapra való bontás az ábrákon látható. A 9 téglalapra való felbontás céljából az első rajz belső téglalapját szintén az első rajz felbontása szerint daraboljuk fel.



23) A megoldás addig nem áll össze, amíg nem távolodunk el a pontokból és ferdén is nem kötünk össze pontokat. Egymásra épülő induktív megoldásokat a következő ábrákon láthatunk:



A feladat általánosítható n×n rácspontra és 2n-2 szakaszra.