

# EVALUARE ÎN EDUCAȚIE LA MATEMATICĂ

✓EVALUARE EXTERNĂ REALIZATĂ DE FACTORI AUTORIZAȚI  
✓EVALUARE CONTINUĂ ÎN EDUCAȚIE  
✓VERIFICAREA CUNOȘTINȚELOR PE ETAPE DE PARCURGERE A MATERIEI  
[www.evaluareineducatie.ro](http://www.evaluareineducatie.ro)

## MATEMATIKA TUDÁSFELMÉRŐ VERSENY, 2008. május 10.

### IX. osztály M2

Megjegyzések. Minden feladat kötelező. Az I. feladatnál csak egy helyes válasz van! A II. feladathoz csak válaszokat írnak! A

III. és IV. feladatok megoldását írják le részletesen! Hivatalból 10 pontot kapsz. Munkaidő 2 óra és 30 perc.

#### I. FELADAT ( 20p ) ( A versenylapra csak a helyes válasz betűjelét írd le! )

- (4p) 1) A  $\{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{10}\}$  halmaz racionális elemeinek száma:  
a) 2                      b) 1                      c) 4                      d) 3
- (4p) 2) Az  $x^2 + x - 1 = 0$  egyenlet megoldásainak összege:  
a) -1                      b) 1                      c) 2                      d) 0
- (4p) 3) Az  $x^2 + x - 1 = 0$  egyenlet megoldásainak szorzata:  
a) 0                      b) 1                      c) -1                      d) 2
- (4p) 4) Mennyi  $\sin 180^\circ$  ?  
a) 1                      b) 0,5                      c) 0                      d) -1
- (4p) 5) Egy háromszög szögfelezőinek metszéspontja a:  
a) súlypont    b) magasságpont    c) beírt kör középpontja    d) köré írt kör középpontja

#### II. FELADAT ( 40p ) ( A versenylapra csak a gyakorlat számát és az eredményt írd! )

- (4p) 1) Oldd meg az  $x^2 - 3x + 2 < 0$  egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!
- (4p) 2) Határozd meg az  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = -x^2 + 2x - 2$  függvény maximumát!
- (4p) 3) Az  $x$  valós szám milyen értékére veszi fel a minimumát az  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  
 $f(x) = x^2 + 2x - 2$  függvény?
- (4p) 4) Hány metszéspontja van az  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 2$  és  $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$   
 $g(x) = -x^2 + 2x + 2$  függvények grafikus képének?
- (4p) 5) Ha  $x_1$  és  $x_2$  az  $x^2 + x - 1 = 0$  egyenlet megoldásai számítsd ki  $x_1^2 + x_2^2$  értékét!
- (4p) 6) Adj példát egy szigorúan növekvő  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  függvényre!
- (4p) 7) Adj példát egy szigorúan csökkenő  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  függvényre!
- (4p) 8) Oldd meg a valós számok halmazán az  $x^2 + 5x - 6 = 0$  egyenletet!
- (4p) 9) Mennyi  $\cos 180^\circ$  ?
- (4p) 10) Írj egy olyan másodfokú egyenletet, amelynek együtthatói egészek, és két irracionális megoldása van!

**III. FELADAT ( 15p ) A versenylapra írd le a részletes megoldást!**

Adott az  $f : \mathbf{N}^* \rightarrow \mathbf{N}$  függvény, ahol  $f(n)$  azon  $(a, b, c)$  számhármaskok számát jelöli, amelyekre  $a, b, c \in \{1, 2, \dots, n\}$ ,  $a < b < c$  és  $a + c = 2b$ . Így  $f(1) = f(2) = 0$ .

- (4p) a) Igazold, hogy  $f(3) = 1$ .
- (4p) b) Igazold, hogy  $f(4) = 2$ .
- (1p) c) Igazold, hogy  $f(n) = f(n-1) + \left\lfloor \frac{n-1}{2} \right\rfloor$ ,  $\forall n \in \mathbf{N}$ ,  $n \geq 3$ .
- (1p) d) Igazold, hogy  $f(n) = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor \cdot \left\lfloor \frac{n-1}{2} \right\rfloor$ ,  $\forall n \in \mathbf{N}^*$ .
- (2p) e) Határozd meg az  $n \in \mathbf{N}^*$  számot úgy, hogy teljesüljön az  $f(n) = 25$  egyenlőség.
- (2p) f) Igazold, hogy  $f(n) \neq 2008 \quad \forall n \in \mathbf{N}$ .
- (1p) g) Igazold, hogy az  $\mathbf{N} - \{f(n) \mid n \in \mathbf{N}^*\}$  halmaz számossága végtelen.

**IV. FELADAT ( 15p ) A versenylapra írd le a részletes megoldást!**

Adott a síkban egy 8 elemű  $M$  halmaz. Jelölje  $n(M)$  azon egyenesek számát, amelyek átmennek az  $M$  halmaz legalább két pontján.

- (4p) a) Igazold, hogy  $n(M) \geq 1$ .
- (4p) b) Igazold, hogy  $n(M) \leq 28$ .
- (2p) c) Igazold, hogy ha a  $T$  egy 8 kollineáris pontból álló halmaz, akkor  $n(T) = 1$ .
- (2p) d) Igazold, hogy ha  $S$  egy olyan 8 elemű ponthalmaz, amelyben bármely három pont nem kollineáris, akkor  $n(S) = 28$ .
- (1p) e) Igazold, hogy ha az  $U$  egy olyan 8 elemű ponthalmaz, amelyben 7 pont kollineáris és egy pont nincs egy egyenesen az előbbiekkal, akkor  $n(U) = 8$ .
- (1p) f) Igazold, hogy  $n(M) \neq 27$ .
- (1p) g) Ha  $E$  a sík pontjainak egy 8 elemű halmaza és  $n(E) \neq 1$ , igazold, hogy  $n(E) \geq 8$ .

Összeállította Ion Savu és Csapó Hajnalka