
CONCURSUL DE EVALUARE ÎN MATEMATICĂ
desfășurat sub coordonarea prof. **CONSTANTIN NĂSTĂSESCU**, membru corespondent al
ACADEMIEI ROMÂNE
17 . 11 . 2007
Clasa a VII -a
SOLUȚII

SUBIECTUL I

1) c) 2) d) 3) d) 4) b) 5) c)

SUBIECTUL II

1) 9270, 9275

2) 0; 1; 2

3) 0; 6; 12; 18; 24

4) 419

5) 300

6) 27

7) $23^{\circ}15'$

8) 75°

9) 20 cm

10) 22 cm

SUBIECTUL III

a) $12 = 4 \cdot 3 + 5 \cdot 0 \in A$, pentru $x = 3$ și $y = 0$.

$13 = 4 \cdot 2 + 5 \cdot 1 \in A$, pentru $x = 2$ și $y = 1$.

$14 = 4 \cdot 1 + 5 \cdot 2 \in A$, pentru $x = 1$ și $y = 2$.

$15 = 4 \cdot 0 + 5 \cdot 3 \in A$, pentru $x = 0$ și $y = 3$.

b) Presupunem că există $x, y \in \mathbf{N}$ astfel încât $4x + 5y = 11$.

Dacă $y = 0 \Rightarrow 4x = 11 \Rightarrow x \notin \mathbf{N}$ - fals.

Dacă $y = 1 \Rightarrow 4x = 6 \Rightarrow x \notin \mathbf{N}$ - fals.

Dacă $y = 2 \Rightarrow 4x = 1 \Rightarrow x \notin \mathbf{N}$ - fals.

Dacă $y \geq 3 \Rightarrow 5y \geq 15 > 11$, deci $4x + 5y > 11$, prin urmare $4x + 5y \neq 11$. În concluzie, nu găsim $x, y \in \mathbf{N}$ astfel încât $4x + 5y = 11 \Rightarrow 11 \notin A$.

c) Fie $n \in A \Rightarrow \exists x, y \in \mathbf{N}$ astfel încât $n = 4x + 5y$. Adunând 4 obținem

$n + 4 = 4x + 5y + 4 = 4(x + 1) + 5y$. Cum $x + 1 \in \mathbf{N}$ și $y \in \mathbf{N} \Rightarrow n + 4 \in A$.

d) Conform punctului anterior, avem $12 \in A \Rightarrow 16 \in A$; $13 \in A \Rightarrow 17 \in A$;

$14 \in A \Rightarrow 18 \in A$; $15 \in A \Rightarrow 19 \in A$; $16 \in A \Rightarrow 20 \in A$, etc. Verificăm dacă $10 \in A$. Cum

$10 = 4 \cdot 0 + 5 \cdot 2$, tragem concluzia că A conține toate numerele de două cifre mai mari sau egale cu 12 și pe 10, adică $(99 - 12 + 1) + 1 = 89$ numere de două cifre.

e) Dacă $n = 4k \Rightarrow n = 4 \cdot k + 5 \cdot 0 \in A$, $k \geq 3$, $k \in \mathbf{N}$.

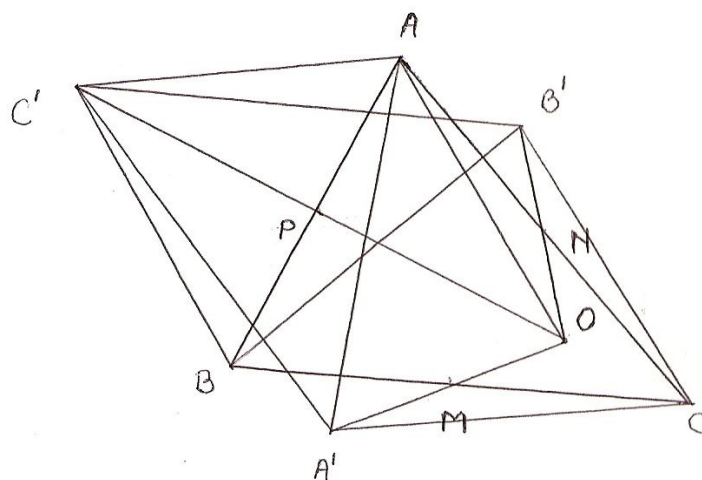
Dacă $n = 4k + 1 \Rightarrow n = 4(k - 1) + 5 \cdot 1 \in A$, $k \geq 3$, $k \in \mathbf{N}$.

Dacă $n = 4k + 2 \Rightarrow n = 4(k - 2) + 5 \cdot 2 \in A$, $k \geq 3$, $k \in \mathbf{N}$.

Dacă $n = 4k + 3 \Rightarrow n = 4(k - 3) + 5 \cdot 3 \in A$, $k \geq 3$, $k \in \mathbf{N}$.

Prin urmare $\forall n \geq 12$, avem $n \in A$.

SUBIECTUL IV



- a) Fie P mijlocul segmentului AB , N mijlocul segmentului AC și M mijlocul segmentului BC . Deoarece $AP = PB$ și $OP = PC'$, patrulaterul $AOBC'$ este paralelogram, deci $AO \parallel BC'$.
- b) Deoarece $AN = NC$ și $ON = NB'$, patrulaterul $AOCB'$ este paralelogram, deci $AO \parallel CB'$.
- c) Din punctul a) avem $AO \parallel BC'$ iar din punctul b) avem $AO \parallel CB'$, deci $BC' \parallel CB'$, de unde $BCB'C'$ paralelogram.
- d) Din punctul a) avem $BC' \parallel AO$ și $BC' = AO$. Analog avem $AO \parallel CB'$ și $AO = CB'$. Deci $BC' \parallel B'C$ și $BC' = B'C$, de unde $BCB'C'$ paralelogram.
- e) AA' și CC' sunt diagonale în paralelogramul $AC'A'C$, deci se înjumătățesc. Fie T punctul lor de intersecție. Deci T se află la mijlocul lui CC' . (1)
- BB' și CC' sunt diagonale în paralelogramul $BCB'C'$, deci se înjumătățesc. Fie T' punctul lor de intersecție. Atunci T' se află la mijlocul lui CC' . (2)
- Din (1) și (2) obținem că AA' , BB' și CC' sunt concurente în punctul $T = T'$ (pentru că mijlocul segmentului este unic).