

CONCURSUL DE EVALUARE ÎN MATEMATICĂ
desfășurat sub coordonarea prof. **CONSTANTIN NĂSTĂSESCU**, membru corespondent al
ACADEMIEI ROMÂNE
17 . 11 . 2007
Clasa a V -a
SOLUȚII

SUBIECTUL I

1) d) 2) c) 3) c) 4) b) 5) b)

SUBIECTUL II

1) $10 + 30 + 13 + 31 = 84$

2) $99 - 10 = 89$

3) $237 : 4 = 59 \text{ rest } 1$

4) $40 + 41 + 42 + 43 = 166$

5) $x = 5$

6) 100 și 101

7) 0

8) 4899

9) 3

10) 9870

SUBIECTUL III

a) $5 + 3 = 8 \Rightarrow$ cu o bancnota de 5€ și una de 3€ , eliberează 8€.

$3 + 3 + 3 = 9 \Rightarrow$ cu 3 bancnote de 3€ , eliberează 9€.

$5 + 5 = 10 \Rightarrow$ cu două bancnote de 5€ , eliberează 10€.

b) Cu două bancnote de 3€, eliberează 6€. Cu una de 3€ și una de 5€, eliberează 8€.

Cu două de 5€, eliberează 10€. Deci nu poate elibera 7€.

c) Notăm cu x numărul de bancnote de 3€ și cu y numărul de bancnote de 5€. Suma retrasă în acest caz este $3x + 5y$ și trebuie să fie număr par. Pentru ca suma să fie număr par, fie trebuie să fie ambii termeni pari, fie ambii impari. În situația în care ambii

termeni ar fi pari, trebuie ca x și y să fie pari, deci suma lor pară, adică numărul total de bancnote este par. În cazul în care ambii termeni ar fi impari, trebuie ca x și y să fie impari, deci suma lor pară, adică numărul total de bancnote este tot par.

- d) Notăm cu x numărul de bancnote de 3€ și cu y numărul de bancnote de 5€ . Suma eliberată va fi $3x + 5y$. Pentru ca suma să fie impară unul dintre termeni trebuie să fie impar și unul par, deci fie x este par și y impar, fie x este impar și y par. În ambele situații, $x + y$ este impar, adică numărul total de bancnote retrase este impar.
- e) Numărul bancnotelor este cu atât mai mic, cu cât valoarea bancnotelor este mai mare, deci vom alege cât mai multe bancnote de 5€ . Cum suma de 1000€ se împarte exact la 5, rezultă că putem folosi numai bancnote de 5€ și deci numărul minim de bancnote este 200.
- f) Numărul bancnotelor este cu atât mai mare, cu cât valoarea bancnotelor este mai mică, deci vom alege cât mai multe bancnote de 3€ .
- $$1000 = 3 \cdot 333 + 1, \text{ deci nu poate fi plătită numai cu bancnote de } 3\text{€}.$$
- $$1000 = 3 \cdot 332 + 4, \text{ deci nu poate fi plătită cu } 332 \text{ bancnote de } 3\text{€}.$$
- $$1000 = 3 \cdot 331 + 7, \text{ deci nu poate fi plătită cu } 331 \text{ bancnote de } 3\text{€}.$$
- $$1000 = 3 \cdot 330 + 10 = 3 \cdot 330 + 5 \cdot 2$$
- Deci putem plăti 1000€ cu 330 bancnote de 3€ și 2 bancnote de 5€ , adică în total 332 bancnote. Numărul maxim de bancnote este 332.
- g) Am arătat la punctul a) că se pot elibera sumele de 8€ , 9€ și 10€ . Adunând 3€ la fiecare (adică o bancnotă în plus) obținem sumele de 11€ , 12€ și 13€ ; adunând încă 3€ obținem sumele de 14€ , 15€ și 16€ , etc. Altfel spus, dacă suma retrasă este de forma $3k$, atunci scoatem k bancnote de 3€ . Dacă suma este de forma $3k + 1$, atunci scoatem $k - 3$ bancnote de 3€ și 2 bancnote de 5€ . Dacă suma este de forma $3k + 2$,

atunci scoatem $k - 1$ bancnote de 3€ și o bancnotă de 5€ . Obligatoriu, orice sumă ar elibera, s-ar afla într-una din situațiile de mai sus, deci orice sumă cuprinsă între 8€ și 1000€ , poate fi eliberată.

SUBIECTUL IV

- a) Cartea are 500 de pagini, iar un capitol are 20 de pagini, deci cartea are $500 : 20 = 25$ capitole.
- b) Deoarece un capitol are cel puțin 25 de ilustrații, numărul cel mai mic de ilustrații este $25 \cdot 25 = 625$.
- c) Numerele paginilor de pe o foaie sunt consecutive. Notăm cu x numărul paginii din stânga și cu $x + 1$ pe cel al paginii din dreapta. Avem
- $$x + x + 1 = 605 \Rightarrow 2x = 604 \Rightarrow x = 302.$$
- d) Primele 15 capitole au $15 \cdot 20 = 300$ pagini numerotate de la 1 la 300.
- De la 1 la 9 sunt 9 numere de o cifră \Rightarrow 9 cifre
- De la 10 la 99 sunt 90 de numere de 2 cifre \Rightarrow 180 cifre
- De la 100 la 300 sunt 201 numere de 3 cifre \Rightarrow 603 cifre
- În total s-au folosit $9 + 180 + 603 = 792$ cifre.
- e) Pe 5 foi consecutive apar zece numere consecutive. Printre 10 numere naturale consecutive, există sigur unul care conține cifra 0, deci produsul cifrelor va fi 0.
- f) Enciclopedia conține cel puțin 625 ilustrații. O pagină are cel mult 5 ilustrații, deci vom avea cel puțin $625 : 5 = 125$ pagini cu ilustrații. În acest caz, cel mult $500 - 125 = 375$ pagini nu vor avea ilustrații.